

МЕХАНИКА

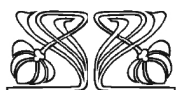
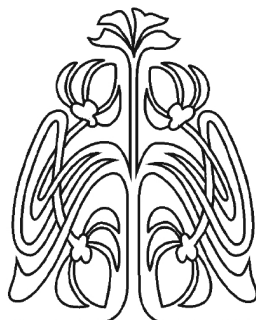
Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2026. Т. 26, вып. 2. С. 198–210

Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics, 2026, vol. 26, iss. 2, pp. 198–210

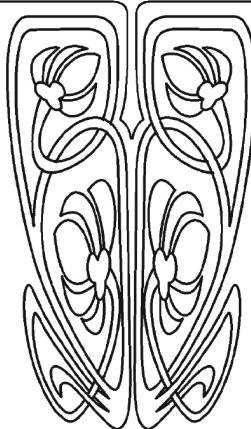
<https://mmi.sgu.ru>

DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-2-198-210>

EDN: <https://elibrary.ru/IBKYED>



Научный
отдел



Научная статья
УДК 532.534

Численное моделирование колебаний аэрозоля в узком закрытом резонаторе

Д. А. Губайдуллин, Д. А. Тукмаков[✉]

Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук», Россия, 420111, г. Казань, ул. Лобачевского, д. 2/31

Губайдуллин Дамир Анварович, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник Института механики и машиностроения, gubaidullin@imm.knc.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6678-1212>, SPIN: 8475-5730, AuthorID: 3619

Тукмаков Дмитрий Алексеевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института механики и машиностроения, tukmakovda@imm.knc.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0335-8548>, SPIN: 3556-8576, AuthorID: 739648

Аннотация. Работа посвящена численному моделированию колебаний газовзвеси в акустическом резонаторе. Математическая модель реализовывала непрерывную методику моделирования динамики многофазных сред в эйлеровых координатах, позволяющую учесть взаимодействие газа и дисперсной фазы. Динамика несущей среды описывается системой уравнений Навье–Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного теплообмена и обмена импульсом между фазами смеси. В качестве сил межфазного обмена импульсом учитывались сила аэродинамического сопротивления, сила присоединенных масс и динамическая сила Архимеда. Динамика дисперсной фазы описывалась системой уравнений, включающей в себя уравнение неразрывности для средней плотности, уравнения сохранения пространственных составляющих импульса дисперсной фазы и уравнение сохранения тепловой энергии, записанные с учетом межфазного теплового взаимодействия и обмена импульсом между фазами. Система уравнений динамики многоскоростной многотемпературной монодисперсной системы интегрировалась явным конечно-разностным методом второго порядка точности. При реализации конечно-разностного метода использовалась схема расщепления по пространственным направлениям. Монотонность решения обеспечивалась схемой нелинейной коррекции. При помощи численной модели исследован процесс ко-



лебаний газозвеси в закрытом акустическом резонаторе для различных амплитуд хождения поршня на частоте, близкой к частоте первого линейного резонанса. Проведенное сопоставление результатов численных расчетов с физическим экспериментом показало приемлемое соответствие численного решения и данных физического эксперимента. Также в рамках монодисперсного приближения математической модели динамики газозвеси было исследовано влияние дисперсности частиц на интенсивность изменения продольной составляющей скорости движения дисперсной фазы и колебаний концентрации дисперсной фазы. Дисперсные включения большего размера имеют меньшую скорость движения, также выявлено, что если дисперсные включения имеют меньший размер, то амплитуда колебаний давления несущей среды имеет меньшее значение.

Ключевые слова: численное моделирование, многофазные среды, континуальная модель, межфазное взаимодействие, уравнение Навье–Стокса

Для цитирования: Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Численное моделирование колебаний аэрозоля в узком закрытом резонаторе // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2026. Т. 26, вып. 2. С. 198–210. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-2-198-210>, EDN: IBKYED

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

Numerical simulation of aerosol oscillations in a narrow closed resonator

D. A. Gubajdullin, D. A. Tukmakov[✉]

Federal Research Center “Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences”, 2/31 Lobachevskogo St., Kazan 420111, Russia

Damir A. Gubajdullin, gubaidullin@imm.knc.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6678-1212>, SPIN: 8475-5730, AuthorID: 3619

Dmitry A. Tukmakov, tukmakovda@imm.knc.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0335-8548>, SPIN: 3556-8576, AuthorID: 739648

Abstract. This work is devoted to the numerical simulation of gas suspension oscillations in an acoustic resonator. The mathematical model utilizes a continuum technique for simulating the dynamics of multi-phase media in Euler coordinates, accounting for the interaction between the gas and the dispersed phase. The dynamics of the carrier medium are described by a system of Navier–Stokes equations for a compressible, heat-conducting gas, taking into account interphase heat and momentum exchange between the mixture phases. The interphase momentum exchange forces included the aerodynamic drag force, the added mass force, and the dynamic Archimedes force. The dispersed phase dynamics are described by a system of equations including the continuity equation for the mean density, the conservation equations for the spatial components of the dispersed phase momentum, and the thermal energy conservation equation, all written taking into account interphase thermal interaction and momentum exchange between the phases. The system of equations for the dynamics of a multi-velocity, multi-temperature, monodisperse system was integrated using an explicit, second-order finite-difference method. A spatial-direction splitting scheme was used to implement the finite-difference method. A nonlinear correction scheme ensured the monotonicity of the solution. Using a numerical model, the oscillations of a gas suspension in a closed acoustic resonator were studied for various piston stroke amplitudes at a frequency close to the first linear resonance frequency. The numerical results were compared with the physical experiment. The comparison showed acceptable agreement between the numerical solution and the physical experiment data. Furthermore, within the framework of the monodisperse approximation of the mathematical model of gas suspension dynamics, the effect of particle dispersion on the intensity of change in the longitudinal component of the dispersed phase velocity and fluctuations in the dispersed phase concentration was studied. Larger dispersed inclusions have a lower velocity, and it was also found that smaller dispersed inclusions result in smaller amplitudes of carrier medium pressure fluctuations.



Keywords: numerical modeling, multiphase media, continuum model, interphase interaction, Navier – Stokes equation

For citation: Gubajdullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical simulation of aerosol oscillations in a narrow closed resonator. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2026, vol. 26, iss. 2, pp. 198–210 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-2-198-210>, EDN: **IBKYED**

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение

Газовзвеси, аэрозоли и туманы представляют собой двухфазные среды, одна из фаз которой — жидкие капли или твердые частицы.

Исследование волновых процессов в таких средах является актуальной проблемой динамики многофазных сред. В данной работе исследуются колебания газа с дисперсными частицами в акустическом резонаторе. Для математического моделирования применяется континуальная методика динамики многофазных сред.

В монографии [1] разработаны основы теории многофазных и многокомпонентных, основанные на уравнениях механики сплошных сред, представлены уравнения континуальной методики моделирования течений многофазных сред. В [2] исследуются различные процессы физики многофазных сред — пузырьковых смесей, жидкостей и газов, содержащих в себе твердые частицы и жидкие капли. Рассмотрены нестационарные процессы в различных типах газодисперсных смесей. В работе [3] на основе континуальной методики моделирования многофазных сред разработаны математические модели одномерной нестационарной динамики газовзвесей без учета вязкости несущей среды. В статье [4] исследованы процессы распространения волн в пузырьковой жидкости с учетом двухмерной геометрии процесса. Математическая модель реализована с помощью численного метода конечных разностей.

Одной из проблем динамики многофазных сред является исследование динамики газодисперсных сред в акустических полях, в том числе в акустических резонаторах. Таким образом, исследование течений аэрозоля в акустических полях сопряжено с исследованием резонансных колебаний в различных емкостях. В публикации [5] экспериментально и теоретически исследованы нелинейные колебания газа в акустическом резонаторе, представляющем собой трубу, на одном конце которой находится поршень, а другой конец трубы либо закрыт, либо частично открыт. В статье [6] рассматриваются вопросы применения одномерного акустического поля для формирования распределений дисперсных включений, находящихся под действием акустического поля по заданному закону. В публикации [7] сделан обзор теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию течений дисперсных включений в газовых потоках применительно к различным процессам в природе и технике. В работе [8] проведен обзор теоретических и экспериментальных исследований динамики газовзвесей, а также отдельных частиц в волновых полях. Рассматривались эффекты коагуляции и осаждения аэрозолей под воздействием акустических и ударно-волновых полей. В статье [9] изучается воздействие сфокусированного акустического поля на газокапельную среду, капельная фаза которой имеет полидисперсный состав. Рассматривается влияние дисперсности фракций жидкости на интенсивность испарения фракций под действием акустического поля. В публикации [10] экспериментально изучаются процессы удаления дисперсной фазы из газа с помощью воздействия акустического поля. Исследуются вопросы влияния частоты и интенсивности акустического поля на эффективность удаления дисперсных включений из газа.

В статье [11] с целью применения в промышленных технологиях проводятся экспериментальные исследования по удалению дисперсной фазы из газа и формированию заданного геометрического распределения концентрации дисперсных частиц с помощью акустического поля.



В работе [12] экспериментально и теоретически исследованы процессы удаления дисперсных включений субмикронного размера из газа с помощью акустического поля, рассмотрены параметры воздействия акустического поля, наиболее эффективные для удаления мелкодисперсных частиц в газе. В публикации [13] экспериментально и численно изучены способы акустического удаления дисперсных включений из газа, целью исследования было увеличение эффективности и снижение энергетических затрат в этих технологиях. В [14] с помощью численного моделирования исследуются процессы коагуляции дисперсных включений газозвеси под действием акустического поля с целью укрупнения дисперсных включений для их более эффективного удаления.

В [15] с помощью вычислительной гидродинамики моделируются процессы формирования агломераций дисперсных включений под действием акустического поля в газе с учетом высокого давления и высокой температуры несущей среды.

В публикации [16] с помощью пакета программ вычислительной гидродинамики при помощи решения линеаризованной системы уравнений Навье–Стокса численно исследовано формирование агломераций дисперсных включений под действием акустического поля с учетом воздействия несущей среды на динамику дисперсных частиц и взаимодействие между самими дисперсными частицами, но без учета воздействия дисперсных включений на динамику несущей среды. В работе [17] теоретически и численно исследованы процессы седиментации и коагуляции мелкодисперсных частиц микронного размера в акустическом поле, рассмотрено ускорение процессов осаждения дисперсных включений под действием акустического поля.

В статье [18] экспериментальными методами рассматривается оптимизация технологий акустической очистки газа от дисперсных включений, отмечается высокая эффективность применения таких технологий для частиц размером более 10 мкм и необходимость оптимизации этих технологий для очистки газа от дисперсных включений размером менее 10 мкм. В [19] разработана математическая модель динамики и взаимодействия двух дисперсных включений и их коагуляции под действием акустического поля с учетом несферической формы дисперсных включений. В работе [20] рассматриваются технические и медицинские приложения технологий воздействия акустических полей малой мощности на дисперсные включения субмикронных размеров в малом объеме. В публикации [21] экспериментально и численно исследованы проблемы и увеличение эффективности технологий акустической фокусировки дисперсных включений под действием акустического поля в канале малого размера. В работе [22] рассматриваются различные теоретические проблемы исследования воздействия акустических полей на дисперсные частицы с целью приложения в медицинских технологиях и технологиях промышленной экологии.

В работе [23] с помощью численного решения двумерного уравнения Гельмгольца исследованы течения газа с мелкодисперсными частицами в каналах с прямоугольным сечением под действием резонансных акустических полей.

Целью представленных работ являются исследования динамических процессов в газодисперсных средах, которые осуществляются как с помощью математического моделирования, так и с помощью физических экспериментов. Воздействие акустических полей на аэрозоли изучается в связи с различными технологиями очистки газодисперсных сред от дисперсных включений.

В данной работе проводится моделирование течений газодисперсных сред в рамках континуальной эйлеровой математической модели для исследования колебаний аэрозоля в акустическом резонаторе, а также сопоставление численных расчетов с физическим экспериментом. Были рассмотрены процессы колебаний аэрозоля в акустических полях для монодисперсных газозвесей с двумя различными размерами дисперсных включений.

1. Математическая модель

Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье–Стокса с учетом межфазного обмена импульсом и теплообмена [24–28]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy}) = -F_x + \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1^2 + p - \tau_{yy}) = -F_y + \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial y}, \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e_1 + p - \tau_{xx}]u_1 - \tau_{xy}v_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}([e_1 + p - \tau_{yy}]v_1 - \tau_{yx}u_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial y}) = \\ = -Q - (|F_x|(u_1 - u_2) + |F_y|(v_1 - v_2)) + \alpha_2 \left(\frac{\partial(pu_1)}{\partial x} + \frac{\partial(pv_1)}{\partial y} \right). \end{aligned} \tag{4}$$

Замыкающие соотношения для уравнений (1)–(4):

$$p = (\gamma - 1)(e_1 - \rho_1(u_1^2 + v_1^2)/2), \quad e_1 = \rho_1(I + (u_1^2 + v_1^2)/2), \quad I = RT_1/(\gamma - 1),$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(2 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left(2 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right), \quad D = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right).$$

Динамика дисперсной фазы описывается системой уравнений [24–28]:

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial y} = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_2 u_2 v_2) = F_x - \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2 v_2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_2 v_2^2) = F_y - \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial y}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_2 u_2) + \frac{\partial}{\partial y}(e_2 v_2) = Q. \tag{8}$$

Переменные с индексом 1 описывают изменение физических параметров несущей среды, а с индексом 2 — дисперсной фазы. Используются следующие обозначения: ρ_1 — плотность газа, u_1, v_1 — составляющие вектора скорости газа $V_1 = (u_1, v_1)$, e_1 и T_1 полная энергия и температура несущей среды, p — давление газа, λ, μ, γ — коэффициенты теплопроводности, динамической вязкости и постоянная адиабаты для несущей среды, $I = RT_1/(\gamma - 1)$ — тепловая энергия несущей среды (R — газовая постоянная) [29], $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}$ — составляющие тензора вязких напряжений несущей среды; α_2 — объемное содержание дисперсной фазы, $\rho_2 = \alpha_2 \rho_{20}$ — средняя плотность дисперсной фазы, ρ_{20} — физическая плотность материала дисперсной фазы, u_2, v_2 — составляющие вектора дисперсной фазы $V_2 = (u_2, v_2)$, e_2 и T_2 — тепловая энергия и температура дисперсной фазы, $e_2 = \rho_2 C_{p2} T_2$, C_{p2} — удельная теплоемкость вещества дисперсной фазы.

Межфазный обмен импульсом включает в себя:

силу аэродинамического сопротивления

$$F_{xd} = \frac{3\alpha_2}{4d} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2),$$

$$F_{yd} = \frac{3\alpha_2}{4d} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (v_1 - v_2);$$



динамическую силу Архимеда

$$F_{xA} = \alpha_2 \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right),$$

$$F_{yA} = \alpha_2 \rho_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right);$$

силу присоединенных масс

$$F_{xm} = 0.5 \alpha_2 \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right),$$

$$F_{ym} = 0.5 \alpha_2 \rho_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right).$$

Теплообмен между несущей средой и дисперсной фазой [3]

$$Q = 6 \alpha_2 \lambda N u_{12} (T_1 - T_2) / d^2.$$

Все частицы предполагаются сферической формы: d — диаметр частицы, C_d — коэффициент сопротивления частицы [3]. Коэффициенты уравнений дисперсной фазы

$$C_d = C_d^0 \phi(M_{12}) \varphi(\alpha_2), \quad C_d^0 = \frac{24}{Re_{12}} + \frac{4}{Re_{12}^{0.5}} + 0.4,$$

$$\phi(M_{12}) = 1 + \exp\left(-\frac{0.427}{M_{12}^{0.63}}\right), \quad \varphi(\alpha_2) = (1 - \alpha_2)^{-2.5},$$

$$Re_{12} = d \rho_1 |V_1 - V_2| / \mu, \quad M_{12} = |V_1 - V_2|,$$

$$Pr = c_p \mu (\lambda)^{-1}, \quad Nu_{12} = 2 \exp(-M_{12}) + 0.459 Re_{12}^{0.55} Pr^{0.33},$$

c_p — теплоемкость газа. При определении коэффициента сопротивления C_d функция $\varphi(\alpha_2)$ учитывает множественность частиц [3].

Для интегрирования системы уравнений (1)–(8) применялся явный конечно-разностный метод Мак-Кормака второго порядка точности представленный на примере нелинейного уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial a(f)}{\partial x} = c(f)$$

в виде двух этапов [29]:

$$f_i^* = f_i^{n-1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{i+1}^{n-1} - a_i^{n-1}) + \Delta t c_i^{n-1}, \quad (9)$$

$$f_i^n = 0.5(f_i^* + f_i^n) - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_i^* - a_{i-1}^*) + 0.5 \Delta t c_i^*. \quad (10)$$

Алгоритм численного метода (9), (10) можно представить в виде оператора $P(\Delta t)$, ставящего в соответствие значению функции на n -ом временном слое — f_{in} значение функции на временном слое $n+1$ — f_{in+1} : $P(\Delta t) f_{in} = f_{in+1}$. При реализации численного метода применялась схема расщепления по пространственным направлениям, сводящая применение двухмерного метода к последовательности применения одномерных операторов [30]:

$$f_{ij}^{n+1} = P_x \left(\frac{\Delta t}{2} \right) P_y \left(\frac{\Delta t}{2} \right) P_y \left(\frac{\Delta t}{2} \right) P_x \left(\frac{\Delta t}{2} \right) f_{ij}^n. \quad (11)$$

Для подавления численных осцилляций использовалась нелинейная схема коррекции сеточной функции [31, 32].

На поверхности поршня скорость несущей среды и дисперсной фазы изменялась по гармоническому закону. На боковых поверхностях и на торцевой поверхности канала для x и y составляющих скорости задавались однородные граничные условия Дирихле. Для остальных функций везде задавались однородные граничные условия Неймана:

$$\begin{aligned}
 u_k(n, 1, j) &= A\omega \cos(\omega n \Delta t), & v_k(n, 1, j) &= 0, & u_k(n, N_x, j) &= 0, & v_k(n, N_x, j) &= 0, \\
 u_k(n, i, 1) &= 0, & v_k(n, i, 1) &= 0, & u_k(n, i, N_y) &= 0, & v_k(n, i, N_y) &= 0, \\
 \rho_k(n, 1, j) &= \rho_k(n, 2, j), & \rho_k(n, N_x, j) &= \rho_k(n, N_x - 1, j), \\
 \rho_k(n, i, 1) &= \rho_k(n, i, 2), & \rho_k(n, i, N_y) &= \rho_k(n, i, N_y - 1), \\
 e_k(n, 1, j) &= e_k(n, 2, j), & e_k(n, N_x, j) &= e_k(n, N_x - 1, j), \\
 e_k(n, i, 1) &= e_k(n, i, 2), & e_k(n, i, N_y) &= e_k(n, i, N_y - 1).
 \end{aligned}$$

Здесь N_x, N_y — количество узлов, i, j — нумерация узлов в x и y направлениях соответственно. Расчеты проводились на равномерной сетке $\Delta x_i = i \cdot L / (N_x - 1), \Delta y_j = j \cdot h / (N_y - 1)$.

2. Результаты расчетов

На рис. 1 представлена общая схема моделируемого процесса колебаний газозвеси в канале, аналогичная установке, которая применялась в физическом эксперименте [33].

Рассмотрим динамику монодисперсной газозвеси при резонансных режимах колебаний несущей среды в закрытом канале, продольные колебания в котором возбуждаются поршнем, перемещающимся по гармоническому закону.

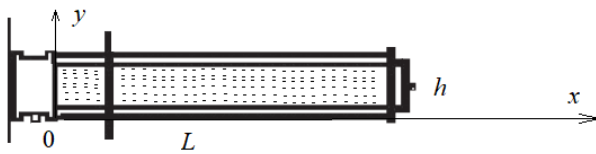


Рис. 1. Общая схема акустического резонатора
Fig. 1. General scheme of the acoustic resonator

В численных расчетах длина канала составляла $L = 1.06$ м, ширина канала — $h = 0.0365$ м (см. рис. 1). Газозвесь в начальный момент времени представляет собой смесь воздуха с равномерно распределенными в объеме резонатора частицами твердой фазы — сферами одинакового диаметра с фиксированной плотностью вещества.

В начальный момент времени газозвесь неподвижна, температуры фаз равны — $T_{10} = T_{20} = 293.5$ К, заданы плотность воздуха, вещества дисперсной фазы и ее объемное содержание $\alpha = 0.000068$, массовая доля дисперсной фазы составляла $m = 0.034$. В момент времени $t = 0$ поршень начал движение по гармоническому закону $x(t) = A \sin(\omega t)$, где $\omega = 2\pi f$, f — резонансная частота колебаний газового столба [33], A — амплитуда хождения поршня.

Зависимость отношения размаха перепада давления вблизи поверхности поршня $\Delta p = p_{\max} - p_{\min}$ к размаху перепада давления при амплитуде хождения поршня — $A = 0.1$ мм — $\Delta p_{A=0.1}$ от амплитуды хождения поршня A представлена на рис. 2.

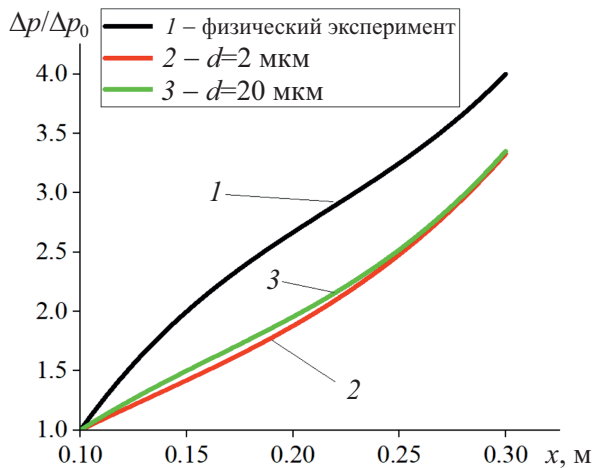


Рис. 2. Сопоставление физических экспериментов, проведенных в работе [33], и численных расчетов для различных размеров дисперсных включений
Fig. 2. Comparison of physical experiments conducted in the work [33], and numerical calculations for different sizes of dispersed inclusions



Численно моделировались монодисперсные газовзвеси с размером частиц $d = 2$ мкм и $d = 20$ мкм. Результаты физического эксперимента, проведенного в работе [33], и численные расчеты аппроксимированы сплайном третьего порядка [34].

Для амплитуд перемещения поршня в интервале от $A = 0.1$ мм до $A = 0.25$ мм увеличение размаха перепада давления происходит менее интенсивно для мелкодисперсной газовзвеси. Закономерность возможно объяснить тем, что интенсивность взаимодействия фаз определяется площадью взаимодействия несущей среды и дисперсной фазы, и для дисперсной фазы, состоящей из мелких частиц, площадь взаимодействия больше, таким образом, для мелкодисперсных газовзвесей сильнее влияние межфазного взаимодействия.

Для мелкодисперсных частиц — $d = 2$ мкм для различных амплитуд колебаний поршня значение продольной величины скорости движения дисперсной вазы выше, чем для более крупнодисперсных частиц — $d = 20$ мкм (рис. 3).

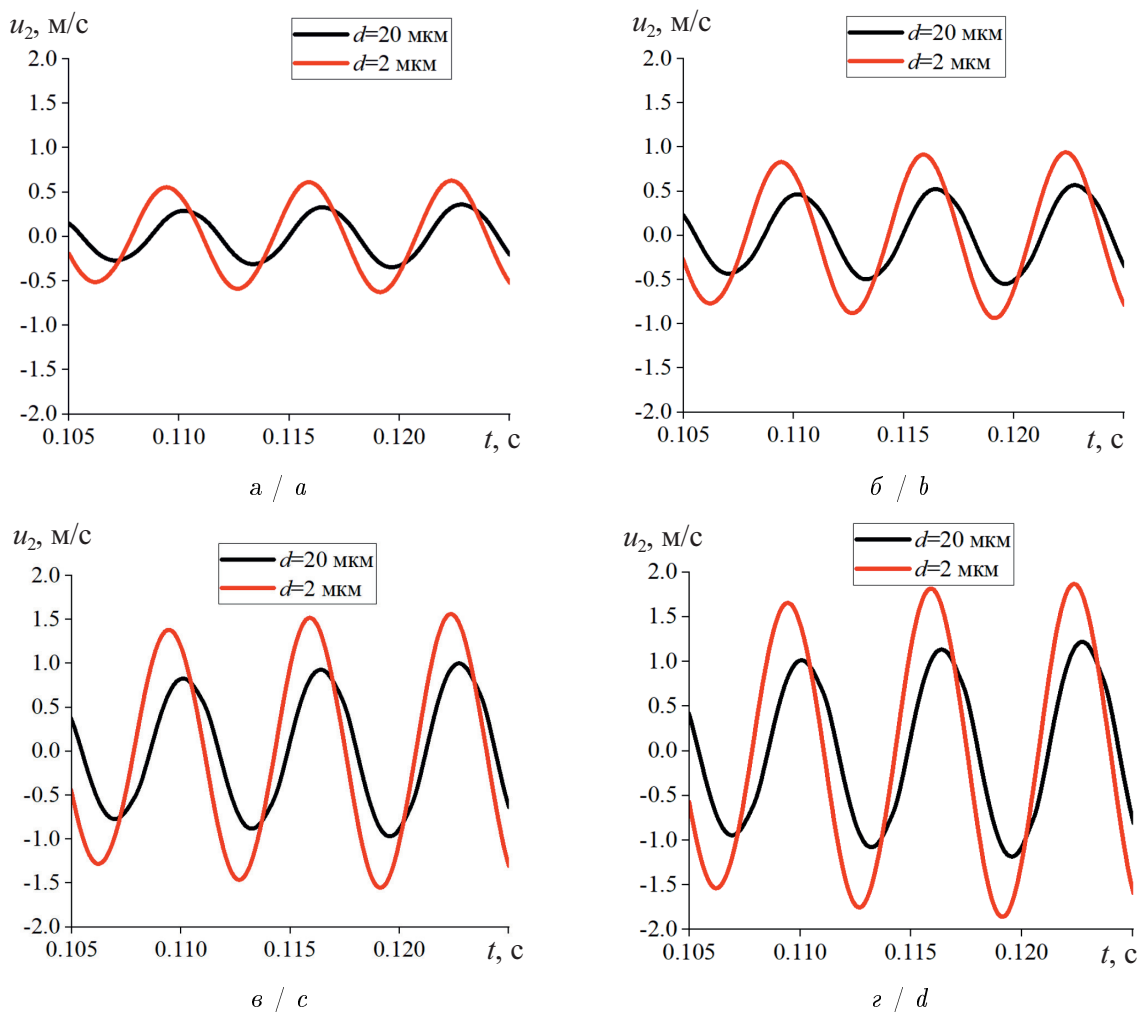


Рис. 3. Временная зависимость продольной составляющей скорости дисперсной фазы в точке $x = L/2, y = h/2$. Амплитуда хождения поршня: а — $A = 0.1$ мм; б — $A = 0.15$ мм; в — $A = 0.25$ мм; г — $A = 0.3$ мм (цвет онлайн)

Fig. 3. Time dependence of the longitudinal component of the dispersed phase velocity at point $x = L/2, y = h/2$. Piston stroke amplitude: а is $A = 0.1$ mm; б is $A = 0.15$ mm; в is $A = 0.25$ mm; г is $A = 0.3$ mm (color online)

При увеличении амплитуды хождения поршня в газовзвеси амплитуда колебаний концентрации частиц дисперсной фазы также возрастает (рис. 4).

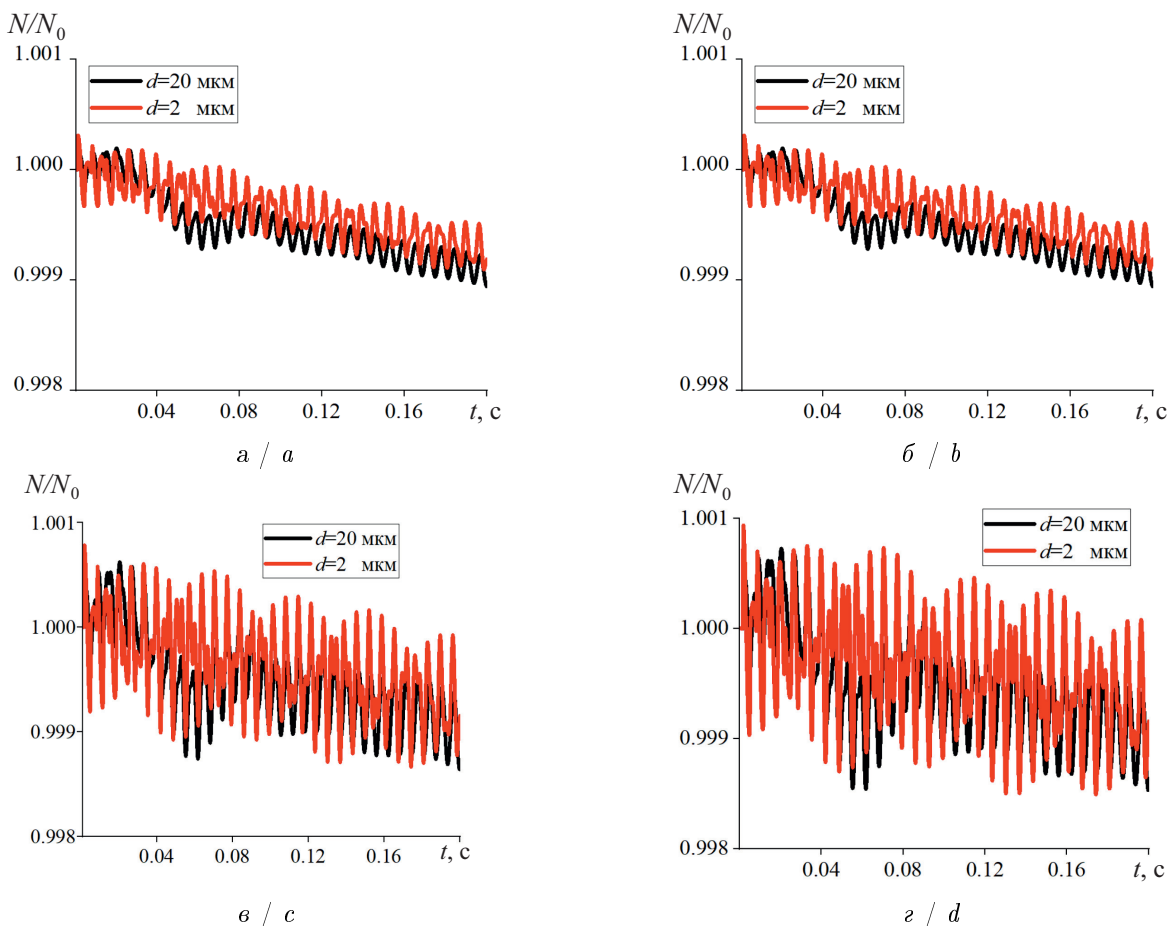


Рис. 4. Временная зависимость отношения концентрации частиц к начальной концентрации для двух размеров частиц дисперсной фазы в точке $x = L/2, y = h/2$. Амплитуда хождения поршня: $a - A = 0.1$ мм; $b - A = 0.15$ мм; $c - A = 0.25$ мм; $d - A = 0.3$ мм (цвет онлайн)

Fig. 4. Time dependence of the ratio of particle concentration to the initial concentration for two sizes of dispersed phase particles at point $x = L/2, y = h/2$. Piston stroke amplitude: a is $A = 0.1$ mm; b is $A = 0.15$ mm; c is $A = 0.25$ mm; d is $A = 0.3$ mm (color online)

Заключение

В данной работе численно моделировались колебания газозвеси в акустическом резонаторе, расчеты проведены на основе континуальной математической модели динамики многофазных сред. Динамика несущей среды описывалась системой уравнений Навье – Стокса, при этом она учитывает воздействие, оказываемое со стороны дисперсной фазы.

Проведены расчеты колебаний монодисперсного аэрозоля с двумя различными размерами дисперсных включений. Результаты расчетов были сопоставлены с серией физических экспериментов по колебаниям газозвеси в акустическом резонаторе с различными амплитудами хождения поршня. Сопоставление дало приемлемое соответствие. Результаты работы могут быть применены как при теоретическом исследовании колебаний газа в акустических полях, так и при разработке промышленных технологий, в которых дисперсные включения движутся в акустических полях.

Список литературы

1. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. Москва : Наука, 1978. 336 с.
2. Tetkin S. Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspensions. New York : Cambridge University Press, 2005. 400 p. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511546129>
3. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. Санкт-Петербург : Недра, 2003. 283 с.



4. Галлимзянов М. Н. Распространение волн давления в пузырьковых зонах конечных размеров // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2010. Т. 10, вып. 4. С. 27–35. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2010-10-4-27-35>, EDN: NBNMEB
5. Ipatov M. A., Zaripov R. G., Galiullin R. G., Repin V. B. Nonlinear oscillations of a gas in a tube // Applied Mechanics Reviews. 1996. Vol. 49, iss. 3. P. 137–154. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3101922>, EDN: LDSQX
6. Habibi R., Devendran C., Neild A. Trapping and patterning of large particles and cells in a 1D ultrasonic standing wave // Lab on a Chip. 2017. Vol. 17. P. 3279–3290. DOI: <https://doi.org/10.1039/C7LC00640C>
7. Вараксин А. Ю. Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения (обзор) // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51, № 3. С. 421–455. EDN: PZVLIT
8. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Осипов П. П., Ткаченко Л. А., Шайдуллин Л. Р. Волновая динамика газовзвесей и отдельных частиц при резонансных колебаниях // Теплофизика высоких температур. 2021. Т. 59, № 3. С. 443–466. DOI: <https://doi.org/10.31857/S0040364421030054>, EDN: ZCWXUW
9. Meshkinzar A., Al-Jumaily A. M. Acoustically enhanced evaporation of a polydisperse stream of micro water droplets // Journal of Aerosol Science. 2020. Vol. 139. Art. 105466. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jaerosci.2019.105466>
10. Amiri M., Sadighzadeh A., Falamaki C. Experimental parametric study of frequency and sound pressure level on the acoustic coagulation and precipitation of PM2.5 // Aerosol and Air Quality Research. 2016. Vol. 16. P. 3012–3025. DOI: <https://doi.org/10.4209/aaqr.2015.12.0683>
11. Zhenghui Q., Yaji H., Vincenzo N. Aerosol manipulation through modulated multiple acoustic wavepackets with a pair of resonators // Powder Technology. 2017. Vol. 322. P. 24–31. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.08.062>
12. Zhenghui Q., Liang S., Pan X., Bi X., Zhang S., Biana C., Gua H., Chen L., Cheng M., Jin Y., Shi S., Zhu D. Aerosol aggregation through modulated symmetrically opposing acoustic field in normal 16-sided waveguide coupled with resonators // Powder Technology. 2020. Vol. 364. P. 738–745. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2020.02.032>
13. Zhao Y., Zeng X., Tian Z. Acoustic agglomeration of fine particles based on a high intensity acoustical resonator // AIP Conference Proceedings. 2015. Vol. 1685, iss. 1. Art. 060005. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4934430>
14. Wang X., Yang J., Wang Y., Li Y. Acoustic coagulation of fine particles from WFGD // Advanced Materials Research. 2014. Vol. 955–959. P. 2434–2439. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.955-959.2434>
15. Shi Y., Wei J., Qiu J., Chu H., Bai W., Wang G. Numerical study of acoustic agglomeration process of droplet aerosol using a three-dimensional CFD-DEM coupled model // Powder Technology. 2020. Vol. 362. P. 37–53. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2019.12.017>
16. Shi Y., Wei J., Bai W., Wang G. Numerical investigations of acoustic agglomeration of liquid droplet using a coupled CFD-DEM model // Advanced Powder Technology. 2020. Vol. 31, iss. 6. P. 2394–2411. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apt.2020.04.003>
17. Antonnikova A. A., Korovina N. V., Kudryashova O. B. Sedimentation of superfine aerosol by means of ultrasound // Open Journal of Acoustics. 2013. Vol. 3, iss. 3A. P. 16–20. DOI: <https://doi.org/10.4236/oja.2013.33A004>
18. Kudryashova O., Antonnikova A., Korovina N., Akhmedeev I. Mechanisms of aerosol sedimentation by acoustic field // Archives of Acoustics. 2015. Vol. 40, iss. 4. P. 485–489. DOI: <https://doi.org/10.1515/aoa-2015-0048>
19. Хмелев В. Н., Шалунов А. В., Голых Р. Н., Нестеров В. А., Шалунова К. В., Галахов А. Н. Выявление оптимальных режимов ультразвуковой коагуляции субмикронных частиц и определение формы образующихся агрегатов методами математического моделирования // Южно-Сибирский научный вестник. 2014. № 1 (5). С. 17–21. EDN: RTQHDR
20. Mao Z. M., Li P., Wu M. X., Bachman H., Mesyngier N., Guo X. S., Liu S., Costanzo F., Huang T. J. Enriching nanoparticles via acoustofluidics // ACS Nano. 2017. Vol. 11, iss. 1. P. 603–612. DOI: <https://doi.org/10.1021/acsnano.6b06784>
21. Fornell A., Garofalo F., Nilsson J., Bruus H., Tenje M. Intra-droplet acoustic particle focusing: Simulations and experimental observations // Microfluidics and Nanofluidics. 2018. Vol. 22. Art. 75. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10404-018-2094-9>



22. Wu M., Ozcelik A., Rufo J., Wang Z., Fang R., Jun Huang T. Acoustofluidics separation of cells and particles // *Microsystems & Nanoengineering*. 2019. Vol. 5. Art. 32. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41378-019-0064-3>
23. Lei J., Cheng F., Li K. Numerical simulation of boundary-driven acoustic streaming in microfluidic channels with circular cross-sections // *Micromachines*. 2020. Vol. 11, iss. 3. Art. 240. DOI: <https://doi.org/10.3390/mi11030240>
24. Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Численное исследование влияния дробления дисперсной фазы на процесс распространения ударной волны из чистого газа в аэрозоль // *Теплофизика высоких температур*. 2019. Т. 57, № 6. С. 909–913. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0040364419060097>, EDN: HTGTET
25. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical modeling of the shock waves reflection from a firm surface in mono- and polydisperse gas suspensions // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2021. Vol. 42, iss. 1. P. 104–109. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080221010133>
26. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical study of the effect of polydispersity on the mass transfer of the dispersed phase during the passage of a shock wave through a gas suspension // *Fluid Dynamics*. 2023. Vol. 58, iss. 7. P. 1373–1383. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0015462823601997>
27. Тукмаков А. Л., Тукмаков Д. А. Численное исследование влияния параметров дисперсных частиц на осаждение твердой фазы электрически заряженной полидисперсной газовзвеси // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика*. 2022. Т. 22, вып. 1. С. 90–102. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-1-90-102>, EDN: DJLRDK
28. Тукмаков Д. А. Численное исследование коагуляции дисперсных включений при вдуве капельных фракций в поток запыленной среды // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика*. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 419–433. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-3-419-433>, EDN: OVRYHI
29. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей : в 2 т. Т. 2. Москва : Мир, 1991. 552 с.
30. Ковеня В. М., Тарнавский Г. А., Черный С. Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. Новосибирск : Наука, 1990. 247 с.
31. Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // *Математическое моделирование*. 1993. Т. 5, № 3. С. 74–83.
32. Тукмаков А. Л. Численное моделирование процесса волновой сепарации твердых частиц при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // *Акустический журнал*. 2009. Т. 55, № 3. С. 342–349. EDN: KAVQOX
33. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А., Шайдуллин Л. Р., Фадеев С. А. Осаждение полидисперсного аэрозоля в узкой закрытой трубе при резонансном режиме колебаний // *Теплофизика высоких температур*. 2023. Т. 61, № 6. С. 953–956. DOI: <https://doi.org/10.31857/S0040364423060078>
34. Вержбицкий В. М. Численные методы. Москва : Высшая школа, 2001. 382 с.

References

1. Nigmatulin R. I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred* [Fundamentals of mechanics of heterogeneous media]. Moscow, Nauka, 1978. 336 p. (in Russian).
2. Temkin S. *Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspensions*. New York, Cambridge University Press, 2005. 400 p. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511546129>
3. Kutyshev A. G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkobraznykh sredakh* [Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media]. Saint Petersburg, Nedra, 2003. 283 p. (in Russian).
4. Galimzyanov M. N. Propagation of pressure waves in finite-size bubbles zones. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2010, vol. 10, iss. 4, pp. 27–35 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2010-10-4-27-35>, EDN: NBNMEB
5. Ilgamov M. A., Zaripov R. G., Galiullin R. G., Repin V. B. Nonlinear oscillations of a gas in a tube. *Applied Mechanics Reviews*, 1996, vol. 49, iss. 3, pp. 137–154. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3101922>, EDN: LSDQX
6. Habibi R., Devendran C., Neild A. Trapping and patterning of large particles and cells in a 1D ultrasonic standing wave. *Lab on a Chip*, 2017, vol. 17, pp. 3279–3290. DOI: <https://doi.org/10.1039/C7LC00640C>



7. Varaksin A. Y. Fluid dynamics and thermal physics of two-phase flows: Problems and achievements. *High Temperature*, 2013, vol. 51, iss. 3, pp. 377–407. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X13030073>, EDN: RFGBRD
8. Gubaidullin D. A., Zaripov R. G., Osipov P. P., Tkachenko L. A., Shaidullin L. R. Wave dynamics of gas suspensions and individual particles during resonance oscillations. *High Temperature*, 2021, vol. 59, iss. 2–6, pp. 384–404. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X21030056>, EDN: QUNSJF
9. Meshkinzar A., Al-Jumaily A. M. Acoustically enhanced evaporation of a polydisperse stream of micro water droplets. *Journal of Aerosol Science*, 2020, vol. 139, art. 105466. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jaerosci.2019.105466>
10. Amiri M., Sadighzadeh A., Falamaki C. Experimental parametric study of frequency and sound pressure level on the acoustic coagulation and precipitation of PM2.5. *Aerosol and Air Quality Research*, 2016, vol. 16, pp. 3012–3025. DOI: <https://doi.org/10.4209/aaqr.2015.12.0683>
11. Zhenghui Q., Yaji H., Vincenzo N. Aerosol manipulation through modulated multiple acoustic wavepackets with a pair of resonators. *Powder Technology*, 2017, vol. 322, pp. 24–31. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.08.062>
12. Zhenghui Q., Liang S., Pan X., Bi X., Zhang S., Biana C., Gua H., Chen L., Cheng M., Jin Y., Shi S., Zhu D. Aerosol aggregation through modulated symmetrically opposing acoustic field in normal 16-sided waveguide coupled with resonators. *Powder Technology*, 2020, vol. 364, pp. 738–745. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2020.02.032>
13. Zhao Y., Zeng X., Tian Z. Acoustic agglomeration of fine particles based on a high intensity acoustical resonator. *AIP Conference Proceedings*, 2015, vol. 1685, iss. 1, art. 060005. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4934430>
14. Wang X., Yang J., Wang Y., Li Y. Acoustic coagulation of fine particles from WFGD. *Advanced Materials Research*, 2014, vol. 955–959, pp. 2434–2439. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.955-959.2434>
15. Shi Y., Wei J., Qiu J., Chu H., Bai W., Wang G. Numerical study of acoustic agglomeration process of droplet aerosol using a three-dimensional CFD-DEM coupled model. *Powder Technology*, 2020, vol. 362, pp. 37–53. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2019.12.017>
16. Shi Y., Wei J., Bai W., Wang G. Numerical investigations of acoustic agglomeration of liquid droplet using a coupled CFD-DEM model. *Advanced Powder Technology*, 2020, vol. 31, iss. 6, pp. 2394–2411. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apt.2020.04.003>
17. Antonnikova A. A., Korovina N. V., Kudryashova O. B. Sedimentation of superfine aerosol by means of ultrasound. *Open Journal of Acoustics*, 2013, vol. 3, iss. 3A, pp. 16–20. DOI: <https://doi.org/10.4236/oja.2013.33A004>
18. Kudryashova O., Antonnikova A., Korovina N., Akhmadeev I. Mechanisms of aerosol sedimentation by acoustic field. *Archives of Acoustics*, 2015, vol. 40, iss. 4, pp. 485–489. DOI: <https://doi.org/10.1515/aoa-2015-0048>
19. Khmelev V. N., Shalunov A. V., Golykh R. N., Nesterov V. A., Shalunova K. V., Galakhov A. N. Identification of optimal modes of ultrasonic coagulation of submicron particles and determination of the shape of the formed aggregates using mathematical modeling. *South-Siberian Scientific Bulletin*, 2014, iss. 1 (5), pp. 17–21 (in Russian). EDN: RTQHDR
20. Mao Z. M., Li P., Wu M. X., Bachman H., Mesyngier N., Guo X. S., Liu S., Costanzo F., Huang T. J. Enriching nanoparticles via acoustofluidics. *ACS Nano*, 2017, vol. 11, pp. 603–612. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.nano.6b06784>
21. Fornell A., Garofalo F., Nilsson J., Bruus H., Tenje M. Intra-droplet acoustic particle focusing: Simulations and experimental observations. *Microfluidics and Nanofluidics*, 2018, vol. 22, art. 75. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10404-018-2094-9>
22. Wu M., Ozelik A., Rufo J., Wang Z., Fang R., Jun Huang T. Acoustofluidics separation of cells and particles. *Microsystems & Nanoengineering*, 2019, vol. 5, art. 32. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41378-019-0064-3>
23. Lei J., Cheng F., Li K. Numerical simulation of boundary-driven acoustic streaming in microfluidic channels with circular cross-sections. *Micromachines*, 2020, vol. 11, iss. 3, art. 240. DOI: <https://doi.org/10.3390/mi11030240>
24. Gubaidullin D. A., Tukumakov D. A. Numerical study of the influence of the breakup of dispersed phase on the distribution of a shock wave from pure gas into aerosol. *High Temperature*, 2019,



- vol. 57, iss. 6, pp. 899–903. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X19060099>, EDN: QMQXBD
25. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical modeling of the shock waves reflection from a firm surface in mono- and polydisperse gas suspensions. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2021, vol. 42, iss. 1, pp. 104–109. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080221010133>
 26. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical study of the effect of polydispersity on the mass transfer of the dispersed phase during the passage of a shock wave through a gas suspension. *Fluid Dynamics*, 2023, vol. 58, iss. 7, pp. 1373–1383. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0015462823601997>
 27. Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Numerical study of the influence of the parameters of dispersed particles on the deposition of the solid phase of an electrically charged polydisperse gas suspension. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2022, vol. 22, iss. 1, pp. 90–102 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-1-90-102>, EDN: DJLRDK
 28. Tukmakov D. A. Numerical study of coagulation of dispersed inclusions during injection of droplet fractions into a flow of dusty medium. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 419–433 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-3-419-433>, EDN: OVRYHI
 29. Fletcher C. *Computation techniques for fluid dynamics. Vol. 2. Specific techniques for different flow categories*. Berlin, Springer-Verlang, 1988. 898 p. (Russ. ed.: Moscow, Mir, 1991. 552 p.).
 30. Kovenya V. M., Tarnavsky G. A., Cherny S. G. *Primenenie metoda rasshepleniya v zadachakh aerodinamiki* [Application of the splitting method in aerodynamic problems]. Novosibirsk, Nauka, 1990. 247 p. (in Russian).
 31. Muzafarov I. F., Utyuzhnikov S. V. Application of compact difference schemes to investigation of unstationary gas flows. *Matematicheskoe modelirovanie*, 1993, vol. 5, iss. 3, pp. 74–83 (in Russian).
 32. Tukmakov A. L. Numerical simulation of the process of wave separation of solid particles in resonance gas vibrations in the closed pipe. *Acoustical Physics*, 2009, vol. 55, iss. 3, pp. 345–352. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063771009030099>, EDN: LLYOTZ
 33. Gubaidullin D. A., Zaripov R. G., Tkachenko L. A., Shaidullin L. R., Fadeev S. A. Deposition of a polydisperse aerosol in a narrow closed tube in resonance oscillation mode. *High Temperature*, 2023, vol. 61, iss. 6, pp. 875–878. DOI: <https://doi.org/10.1134/s0018151x23060081>, EDN: VRMTUT
 34. Verzhbitskii V. M. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Vysshaya shkola, 2001. 382 p. (in Russian).

Поступила в редакцию / Received 29.12.2025

Принята к публикации / Accepted 06.03.2026

Опубликована / Published 01.06.2026