

**Рецензия на работу Б.В.Симонова, И.Э.Симоновой, В.И.Соловьева  
и В.А.Иванюк "Неравенство Коляды для частных модулей  
гладкости функций с лакунарными коэффициентами Фурье"**

Указанная выше работа посвящена вопросам теории приближений и теоремам вложения, связанным с понятием модуля гладкости. При этом рассматриваются функции с лакунарными по каждой переменной рядами Фурье. Это обстоятельство позволяет использовать более простые оценки норм, чем в общем случае или в случае монотонных коэффициентов (см. лемму 8). Результаты работы являются новыми и соответствующее направление теории вложений активно развивается, но возникает ряд вопросов по их изложению.

В начале работы не очень понятно, что такое неравенства типа П.Л.Ульянова и неравенства типа Коляды. Далее приводятся леммы 1-6, которые формально не используются в доказательстве основного результата. По-видимому, часть из них нужна для доказательства леммы 9, которая играет важную роль. Возможно, стоило бы сделать набросок ее доказательства, а лемму 10, наоборот, исключить. Не очень понятно, зачем в теореме и в заключении приводятся по два однотипных неравенства, хотя достаточно записать одно и сказать, что верно аналогичное неравенство для модулей гладкости, двойственных к данным.

Отметим также мелкие недочеты.

1. Последние три предложения аннотации на английском языке лучше записать так.

"There are constructed functions for which (1) and (2) are true while the converse inequalities to (1) and (2) are not valid. Thus, it is shown that obtained estimates are sharp in a certain sense. Some properties of partial moduli of smoothness of functions with lacunary Fourier series in each variable are also discussed."

Соответственно, можно изменить аннотацию на русском.

2. При ссылке на монографии лучше указывать страницу или главу и параграф. Монография [7] труднодоступна, поэтому ссылки на нее лучше заменить ссылками на статьи. По поводу леммы 7 лучше сослаться на монографию Харди, Литтлвуда и Поляка, как это сделано в [10].

3. Не очень понятно, как применяется лемма 7 на стр. 8, 3-4 строки снизу, если степени "два" одинаковы в обеих частях неравенства. Желательно подробнее разъяснить применение неравенства Гельдера на странице 9 (2 раза).

Считаю, что статья "Неравенство Коляды для частных модулей гладкости функций с лакунарными коэффициентами Фурье" может быть опубликована в журнале "Известия Саратовского университета. Серия Математика. Механика. Информатика" после внесения в нее указанных выше изменений.

Рецензент