



УДК 539.43:621.787

Метод реконструкции остаточных напряжений в призматическом образце с надрезом полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования

В. П. Радченко, Д. М. Шишкин

Радченко Владимир Павлович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики, Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244, radchenko.vp@samgtu.ru

Шишкин Дмитрий Михайлович, аспирант кафедры прикладной математики и информатики, Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244, shishkin.dim@yandex.ru

Исследуется напряженно-деформированное состояние в поверхностно упрочненном брусе (балке) с концентратором напряжений типа полукруглого надреза. Предложен численный метод расчета остаточных напряжений в области надреза после опережающего поверхностно пластического деформирования. Задача сведена к краевой задаче фиктивной термоупругости, где начальные (пластические) деформации модели моделируются температурными деформациями в неоднородном температурном поле. Решение построено с использованием метода конечных элементов. Для модельных расчетов в качестве исходной информации использовались экспериментальные данные о распределении остаточных напряжений в гладкой балке из сплава ЭП742 после ультразвукового механического упрочнения. Детально исследовано влияние радиуса надреза и толщины балки на характер и величину распределения компонент тензора остаточных напряжений в области концентратора напряжений. Для нормальной продольной компоненты тензора остаточных напряжений, играющей важную роль в теории многоциклового усталости, установлено, что если радиус полукруглого надреза меньше толщины упрочненного слоя (области сжатия материала), происходит увеличение (по модулю) этой компоненты остаточных напряжений в наименьшем сечении детали (в объеме, непосредственно примыкающем к дну концентратора), а если глубина надреза больше толщины упрочненного слоя, то наблюдается уменьшение (по модулю) этой величины по сравнению с гладким упрочненным образцом. Показано, что в упрочненной балке с надрезом величина прогиба вследствие наведенных самоуравновешенных остаточных напряжений меньше, чем в гладкой балке. Выполнена экспериментальная проверка разработанного численного метода для поверхностно упрочненной гладкой балки из сплава ЭП742.

Ключевые слова: поверхностное пластическое упрочнение, балка, сплав ЭП742, полукруглый надрез, остаточное напряжение.

Поступила в редакцию: 25.06.2020 / Принята: 24.07.2020 / Опубликовано: 30.11.2020

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-4-478-492>



ВВЕДЕНИЕ

Методы поверхностного пластического деформирования (ППД) — широко используемый в двигателестроении, энергетическом машиностроении и других отраслях промышленности способ повышения ресурса упрочненных деталей и элементов конструкций по отношению к неупрочненным. Одними из положительных моментов являются сохранение материалоемкости изделий и незначительные отклонения геометрии после упрочнения от заложенных параметров в соответствующих нормативных документах. Благоприятное влияние ППД на многие показатели надежности (повышение предела выносливости, микротвердость, трибологические характеристики и т.д.) практически все исследователи связывают с созданием поля остаточных (сжимающих) напряжений в тонком приповерхностном слое, которые блокируют выход на поверхность различных микродефектов, микротрещин, дислокаций.

Основы механики упрочненных элементов конструкций заложены более семи десятков лет назад, и за это время опубликовано множество работ в этом направлении. Отметим здесь «ранние» основополагающие работы [1–4]. В настоящее время наблюдается всплеск публикаций, посвященных методам реконструкции остаточных напряжений (ОН) в упрочненных деталях и их влиянию на различные ресурсные показатели изделий [5–12 и многие другие].

Стремительное развитие вычислительной техники и программных средств стимулировало развитие численных методов непосредственного моделирования технологических процессов упрочнения для определения напряженно-деформированного состояния на основе решения прямых контактных динамических и квазистатических упругопластических задач [13–15] и влияния ОН на геометрические характеристики упрочненных деталей, например выпучивания пластин [16] и балок [17].

Наибольшая эффективность ППД наблюдается для деталей с концентраторами напряжений в условиях многоциклового нагружения, у которых после упрочнения наблюдается повышение предела выносливости до 30–70% [12, 18]. Традиционные технологии упрочнения применимы в основном для «гладких» деталей либо деталей с концентраторами напряжений, к которым есть доступ упрочняющего инструмента. Однако многие изделия имеют концентраторы напряжений в виде мелких надрезов различной геометрической конфигурации, наличие которых обусловлено функциональными потребностями тех или иных конструкторско-технологических решений, и если размеры концентратора малы по сравнению с геометрическими размерами деформирующего элемента или доступ к концентратору ограничен, то стандартные технологии упрочнения не применимы.

На практике изготовлению «мелких» концентраторов напряжений предшествует упрочнение гладкой детали (технология опережающего упрочнения поверхности детали), в результате которого возникают неоднородные поля остаточных пластических деформаций и напряжений по глубине упрочненного слоя. После изготовления концентратора (удаление части объема) под действием остаточных пластических деформаций, играющих роль начальных деформаций, в упрочненном поверхностном слое происходит перераспределение остаточных напряжений, при этом наиболее интенсивно — в окрестности концентратора.

С математической точки зрения получаем задачу разработки метода расчета ОН в области, прилегающей к концентратору напряжений. Наибольший интерес вызывает напряженно-деформируемое состояние в наименьшем сечении детали, образованном после создания концентратора — надреза. Важность решения этой задачи диктуется и потребностями расчетной практики, поскольку при оценке предела выносливости



упрочненной детали с концентраторами напряжений распределение ОН в сечении от дна концентратора непосредственно используется в соответствующих критериальных зависимостях [12, 18].

Аналитическое решение в области концентратора напряжений после опережающего упрочнения поверхности детали получить сложно. В этом плане можно отметить единственную работу [19], в которой методами теории функций комплексного переменного такого рода задача решена для тонкой пластины с полуэллиптическим надрезом в условиях плоского напряженно-деформированного состояния. Однако применять это решение в прикладных задачах сложно, поскольку, например, в цилиндрических и плоских деталях с надрезами наблюдается объемное напряженно-деформированное состояние.

Другой подход расчета остаточных напряжений основан на волевом задании закона распределения пластической деформации по пространственным координатам в тонком приповерхностном слое после упрочнения (однородное распределение, линейный закон по глубине слоя и другие зависимости). Истоки этого подхода восходят к работе [1], в которой для некоторых простейших законов распределения пластических деформаций в гладких цилиндрических и призматических образцах получены аналитические решения. Этот метод расчета остаточных напряжений по заданным первоначальным деформациям получил свое развитие в работах [20–22], где методом конечных элементов исследовалось влияние области задания пластических деформаций и толщины упрочненного слоя на формирование поля остаточных напряжений для гладких образцов и деталей с концентраторами напряжений.

Модификация этого метода выполнена в работах [23, 24] применительно к цилиндрическим образцам с надрезами полукруглого профиля различного радиуса после опережающего поверхностного пластического деформирования, в которых на основе метода конечных элементов расчетным путем построены зависимости для всех компонент тензора остаточных напряжений в концентраторе в наименьшем сечении детали.

Целью настоящей работы является развитие идей этого метода для призматического бруса (балки) с надрезом полукруглого профиля.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается балка (призматический брус) квадратного сечения $100 \times 10 \times 10$ мм, одна из граней которой упрочнена одним из методов, а затем, в соответствии с технологией опережающего поверхностного пластического деформирования

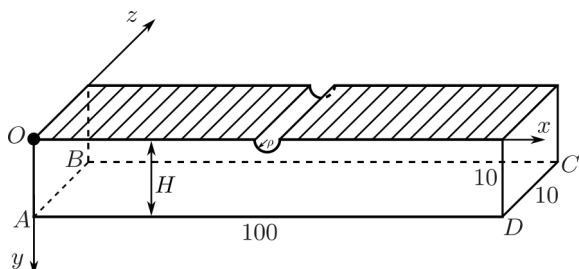


Рис. 1. Схематическое изображение упрочненной балки с концентратором напряжений
Fig. 1. Schematic representation of a reinforced beam with a stress concentrator

(ОППД), наносится полукруглый надрез радиуса ρ (рис. 1). В результате нанесения концентратора напряжений (надреза) происходит перераспределение остаточных напряжений, сформированных после упрочнения гладкой поверхности (заштрихована на рис. 1), при этом наиболее существенно — в области концентратора напряжений.

Задача состоит в разработке метода расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) в образце с кон-



центратором напряжений по известному полю остаточных напряжений и пластических деформаций в гладком образце.

В процессе решения поставленной задачи интерес представляет параметрический анализ влияния радиуса надреза ρ на НДС в области концентратора напряжений и на изменение геометрических параметров упрочненной балки (выпучивания) по отношению к первоначально заданным (до упрочнения).

В качестве исходной информации используются экспериментальные данные для одной из компонент тензора ОН в гладкой балке из сплава ЭП742 указанных размеров после ультразвукового (механического) упрочнения (УЗУ) одной из граней [25].

2. РЕКОНСТРУКЦИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ГЛАДКОЙ ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЕННОЙ БАЛКЕ

Для построения математической модели реконструкции полей остаточных напряжений (ОН) и пластических деформаций (ПД) вводится декартова система координат $OXYZ$, в которой плоскость XOZ совмещена с упрочненной гранью, а ось OY направлена по глубине слоя (см. рис. 1). Эта задача подробно рассмотрена в работах [25, 26], но поскольку информация о полях ОН и ПД для гладкой балки является исходной для решения основной задачи для балки с надрезом, приведем основные расчетные формулы. В [25, 26] установлено, что все компоненты тензоров ОН и ПД зависят лишь от координаты Y , при этом ненулевыми являются лишь величины $\sigma_x = \sigma_x(y)$ и $\sigma_z = \sigma_z(y)$. Обозначим через $q_i = q_i(y)$, $e_i = e_i(y)$, $\varepsilon_i = \varepsilon_i(y)$ ($i = x, y, z$) ненулевые компоненты тензоров остаточных пластических, упругих и полных деформаций соответственно. Введены гипотезы плоских сечений

$$\varepsilon_x(y) = \varepsilon_z(y) = 0, \quad (1)$$

что оправданно тем, что толщина упрочненного слоя является малой (в реальных условиях ППД — 100–300 мкм), и (по аналогии с работой [27]) анизотропного упрочнения

$$q_x(y) = \alpha q_z(y), \quad (2)$$

где α — феноменологический параметр анизотропного упрочнения [27].

Условие пластической несжимаемости $q_x + q_y + q_z = 0$ и (2) приводят к соотношению

$$q_y = -(1 + \alpha)q_z. \quad (3)$$

Тогда, учитывая, что полная деформация является аддитивной составляющей упругой и пластической компонент, из (1) с учетом закона Гука ($\sigma_y = 0$) получаем

$$\sigma_z = \frac{1 + \alpha\nu}{\alpha + \nu}\sigma_x, \quad q_x = -\frac{\alpha(1 - \nu^2)}{E(\alpha + \nu)}\sigma_x, \quad q_z = -\frac{1 - \nu^2}{E(\alpha + \nu)}\sigma_x, \quad q_y = \frac{(1 + \alpha)(1 - \nu^2)}{E(\alpha + \nu)}\sigma_x, \quad (4)$$

где E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона соответственно.

В частном случае изотропного упрочнения поверхности ($\alpha = 1$) формулы (4) принимают вид

$$\sigma_x = \sigma_z, \quad q_x = q_z = -\frac{1 - \nu}{E}\sigma_x, \quad q_y = \frac{2(1 - \nu)}{E}\sigma_x. \quad (5)$$

С использованием изложенной методики на основании экспериментальных данных [25] выполнена реконструкция НДС в поверхностно упрочненной гладкой



балке из сплава ЭП742, одна из граней которой упрочнена в режиме ультразвукового (механического) упрочнения дробью. Поскольку данная технология приводит к изотропному упрочнению, то в (2) $\alpha = 1$, и расчетными формулами являются соотношения (5), из которых следует, что достаточно знать лишь приведенную в [25] экспериментальную зависимость для $\sigma_x = \sigma_x(y)$, а остальные компоненты НДС задаются формулами (5). Экспериментальные данные для компоненты $\sigma_x = \sigma_x(y)$ определены лишь в тонком приповерхностном слое глубиной 100–200 мкм (маркеры на рис. 2). Поэтому для решения сформулированных выше задач необходимо не только построить аналитическую аппроксимацию для этой компоненты, но и экстраполировать ее на все значения $0 \leq y \leq H$ (H — толщина балки, см. рис. 1) при выполнении условия

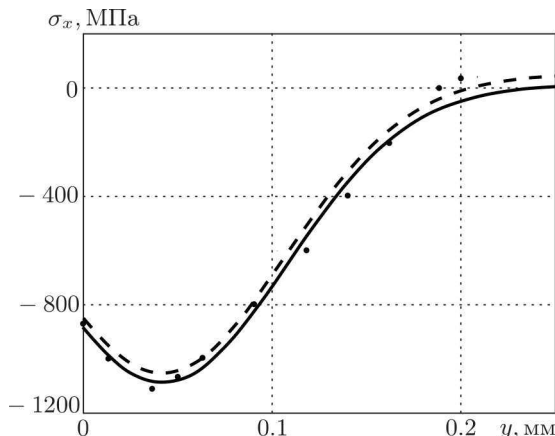


Рис. 2. Данные для компоненты $\sigma_x = \sigma_x(y)$ после упрочнения УЗУ поверхности балки из сплава ЭП742: экспериментальные (маркеры), расчетные (сплошные линии) по аппроксимации (6) и расчетные (штриховые линии) для термоупругой задачи

Fig. 2. Component data $\sigma_x = \sigma_x(y)$ after ultrasonic hardening of the surface of a beam made of EP742 alloy: experimental (markers), calculated (solid lines) by approximation (6) and designed (dashes lines) for the thermoelastic problem

самоуравновешенности $\int_0^H \sigma_x(y) dy = 0$.

Для этого использовалась аппроксимация вида

$$\sigma_x(y) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(\frac{y - y^*}{b}\right), \quad (6)$$

где σ_0, σ_1, b — параметры, методика идентификации которых приведена в [25, 26], а величина y^* соответствует координате локального экстремума (минимума) экспериментальной эпюры (см. рис. 2).

Поскольку одной из целей настоящей работы являлось исследование влияния толщины балки на НДС в концентраторе напряжений после ОППД, то кроме $H = 10$ мм использовались значения $H = \{2, 4, 6, 8\}$ мм, при этом исходная экспериментальная эпюра остаточных напряжений в области сжатия материала ($0 \leq y \leq 0.2$ мм) полагалась для всех балок одинаковой (см. рис. 2), а параметры аппроксимации (6), вычисленные в соответствии с методикой [25, 26] для всех значений H , приведены в таблице.

Таблица / Table

Значение параметров аппроксимации (6) для остаточных напряжений $\sigma_x = \sigma_x(y)$

The value of the approximation parameters (6) for residual stresses $\sigma_x = \sigma_x(y)$

Толщина H , мм Thickness H , mm	Параметры аппроксимации (6) Approximation parameters (6)		
	σ_0 , МПа	σ_1 , МПа	b , мм
10	13.38	1100.98	0.0928
8	16.84	1104.64	0.0933
6	22.65	1110.05	0.0938
4	34.61	1120.81	0.0949
2	73.32	1152.12	0.0986

Для этого использовалась аппроксимация вида

В качестве примера на рис. 2 сплошной линией приведена аналитическая зависимость (6) с данными из таблицы для толщины $H = 10$ мм. Таким образом, для гладкой балки при известной аппрок-



симации (6) для изотропной процедуры упрочнения в соответствии с (5) все компоненты ОН и ПД будут иметь аналитическое представление.

3. МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ОБЛАСТИ КОНЦЕНТРАТОРА НАПРЯЖЕНИЙ ПОСЛЕ ОПЕРЕЖАЮЩЕГО ПОВЕРХНОСТНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Решение задачи о перераспределении остаточных напряжений в балке с полукруглым надрезом радиуса ρ (см. рис. 1), нанесенным после процедуры ОПД, базируется на модификации метода расчета по первоначальным деформациям, основы которого заложены в работе [1], а дальнейшее его развитие осуществлялось в ряде публикаций, например [17, 20–24, 26]. Суть метода заключается в аналогии между остаточными ПД и температурными деформациями в неоднородном температурном поле, что позволяет применять современное программное обеспечение с опцией решения термоупругих задач методом конечных элементов (МКЭ).

Рассмотрим схему решения задачи применительно к балке из сплава ЭП742. На первом этапе определяются поля ОН и ПД в гладкой балке после процедуры изотропного упрочнения ($\alpha = 1$) по формулам (5) и (6).

На втором этапе определенные по (5), (6) компоненты тензора остаточных ПД $q_i = q_i(y)$ ($i = x, y, z$) моделировались температурными деформациями с использованием соотношений

$$q_i(y) = \beta_i(T(y))[T(y) - T_0] \quad (i = x, y, z; 0 \leq y \leq H), \quad (7)$$

где $T_0 = \text{const}$ — некоторое фиксированное значение температуры на грани балки, противоположной упрочненной грани (см. рис. 1), $\beta_i(T(y))$ — коэффициенты температурного расширения, $T = T(y)$ — заданное температурное поле по координате y , при этом закон изменения температуры может быть любым. Суть метода в том, что известные остаточные пластические деформации (формулы (5)) приравниваются к температурным деформациям (правая часть (7)). Для этого при заданных $q_i(y)$ и $T = T(y)$ по формуле (7) рассчитываются коэффициенты температурного расширения $\beta_i = \beta_i(T(y))$, которые и являются исходными данными для решения задачи термоупругости (например, в пакете ANSYS).

В работе [26] использовались различные варианты задания температурного поля (решение задачи теплопроводности, произвольное «фиктивное» задание $T = T(y)$) и показано, что способ его задания не влияет на формируемые ОН после решения задачи термоупругости.

На третьем этапе на упрочненный гладкий образец наносится полукруговой надрез (см. рис. 1), т.е. удаляется часть материала с наведенными ОН и ПД. В результате в объеме балки с концентратором образуется неуравновешенное поле полных деформаций, которое трансформируется за счет перераспределения упругих деформаций, и балка с надрезом приходит в равновесное состояние. На этом этапе строится геометрическая конечно-элементная модель балки с надрезом с заданными по формуле (7) псевдотемпературными начальными деформациями (точнее, задаются $T = T(y)$ и $\beta_i = \beta_i(T(y))$ по оставшемуся после нанесения надреза объему из решения для гладкой балки). При построении геометрической модели необходимо учитывать, что ОН обладают существенным градиентом в приповерхностном слое. Так, на линейном размере в 200 мкм по координате Y напряжения даже в гладкой



балке изменяются в пределах трех порядков (см. рис. 2). Это приводит к необходимости создания достаточно мелкой конечно-элементной сетки в области сжатия материала с линейным размером 3–7 мкм.

На четвертом этапе стандартными методами на основе МКЭ решается фиктивная задача термоупругости относительно напряжений (начальные (псевдотемпературные) деформации фактически задаются (7)), при этом основное внимание уделяется области концентратора напряжений. Отметим, что если в гладком образце имелись лишь нормальные компоненты тензора напряжений σ_x и σ_z , то в образце с концентратором (особенно в области, примыкающей к нему) возникнут и недиагональные компоненты тензора напряжений, исследование которых также вызывает интерес.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ АНАЛИЗ

Численное исследование выполнено для четырех значений радиуса надреза $\rho = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.5\}$ мм и различных значений величины $H = \{2; 4; 6; 8; 10\}$ мм. Распределение температуры $T = T(y)$ в гладкой балке задавалось в соответствии с решением стационарной задачи теплопроводности, в которой на упрочненной поверхности (заштрихована на рис. 1) задавалась температура $T_1 = 400^\circ\text{C}$, на противоположной ей грани — $T_0 = 20^\circ\text{C}$, а боковые грани теплоизолированы, т. е. рассматривалось решение задачи теплопроводности с граничными условиями первого рода. В расчетах использовались справочные значения коэффициента температуропроводности для сплава ЭП742 в зависимости от температуры (приведены в [26]).

Напряженно-деформированное состояние в области концентратора напряжений исследовалось в четырех сечениях (рис. 3), при этом распределение компонент тензора ОН на всех последующих графиках построено в зависимости от величины h — толщины упрочненного слоя, которая для сечения I–I имеет вид $h = y - \rho$, для сечения IV–IV — $h = y - \frac{\rho\sqrt{3}}{2}$, а для сечений II–II, III–III и гладкой балки — $h = y$.

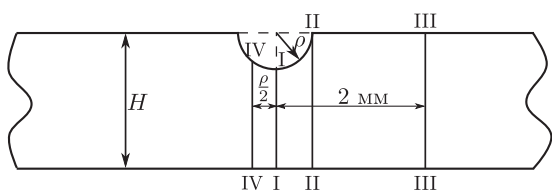


Рис. 3. Схематическое изображение области концентратора напряжений

Fig. 3. Schematic representation of the stress concentrator area

При решении задачи фиктивной термоупругости на основе МКЭ использовались справочные данные для модуля Юнга сплава ЭП742 с использованием процедуры интерполяции между значениями температуры в узлах. Одной из особенностей решения этой задачи является учет условия пластической несжимаемости материала $q_x + q_y + q_z = 0$, используемого при реконструкции полей

ОН. Для этого в краевой задаче термоупругости в качестве коэффициента Пуассона использована величина $\nu = 0.499$.

Геометрическое и конечно-элементное моделирование с последующим численным решением реализованы в программном пакете ANSYS. Объемное конечно-элементное моделирование балки с полукруглым надрезом осуществлялось методом экструзии: сначала строилась плоская модель с использованием четырехузловых элементов MESH200, а затем вытягиванием модель преобразовывалась в трехмерную, представленную объемными восьмиузловыми элементами SOLID185. Учитывая, что в тонком упрочненном слое, линейный размер которого около 200 мкм, напряжения изменяются в пределах трех порядков, имитация упрочненного слоя



материала при наличии сжимающих напряжений производилась за счет сгущения сетки конечных элементов, линейный размер ребер которых не превышал 7 мкм.

Поскольку основная задача имеет несколько расчетных случаев при различных значениях радиуса надреза ρ , то область концентратора моделировалась в виде концентрических полуокружностей при известных значениях величины ρ . В зависимости от толщины балки H и радиуса концентратора напряжений ρ расчетная модель содержала от 27 000 до 75 000 конечных элементов. Для сравнительного анализа результатов численного расчета на основе МКЭ с экспериментальными данными и данными по модели (5) рассмотрена бездефектная геометрическая модель (гладкая упрочненная балка).

В качестве иллюстрации на рис. 2 штриховой линией показаны результаты расчетов для остаточного напряжения $\sigma_x = \sigma_x(y)$ в упрочненном слое, из анализа которых следует их хорошая коррелированность как с экспериментальными данными, так и с результатами расчетов по аппроксимации (6). Наблюдается также практически полное совпадение графиков для остаточных ПД по модели (5) с соответствующими графиками, полученными решением задачи термоупругости на основе МКЭ. При численном решении задач для гладкой балки и балки с концентратором использовались следующие граничные условия: ребро AB закреплялось жестко, а на ребре DC реализовано шарнирное опирание с возможностью перемещений лишь вдоль оси OX (см. рис. 1). Центр полукруглого надреза находится на расстоянии $x = 50$ мм.

Приведем полученные результаты для ОН в балках с концентраторами на основе численного решения задачи МКЭ.

Наибольший интерес представляет распределение напряжений по глубине слоя в сечении I–I от дна концентратора, т. е. в наименьшем сечении детали, поскольку интегральная величина $\sigma_x = \sigma_x(h)$ входит в критериальные зависимости для оценки повышения предела выносливости в условиях многоциклового нагружения. На рис. 4 представлены зависимости $\sigma_x = \sigma_x(h)$ в сечении I–I для $H = 10$ мм (а) и $H = 4$ мм (б) при различных значениях радиуса надреза ρ .

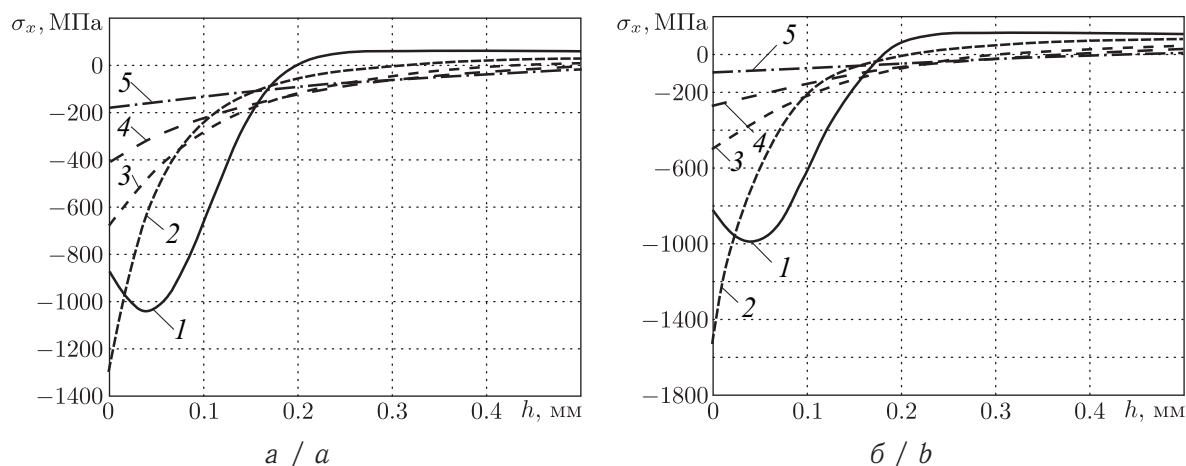


Рис. 4. Распределение остаточного напряжения $\sigma_x = \sigma_x(h)$ в сечении I–I для балки толщиной $H = 10$ мм (а) и $H = 4$ мм (б). Маркеры: 1 — гладкая балка; 2 — $\rho = 0.1$ мм; 3 — $\rho = 0.2$ мм; 4 — $\rho = 0.3$ мм; 5 — $\rho = 0.5$ мм

Fig. 4. Distribution of residual stress $\sigma_x = \sigma_x(h)$ in section I–I for a beam with thickness $H = 10$ mm (a) and $H = 4$ mm (b). Markers: 1 — smooth beam; 2 — $\rho = 0.1$ mm; 3 — $\rho = 0.2$ mm; 4 — $\rho = 0.3$ mm; 5 — $\rho = 0.5$ mm



Из анализа следует, что для мелкого надреза ($\rho = 0.1$ мм) максимальные значения напряжения на дне концентратора даже больше, чем в гладкой балке, а для надрезов с бóльшим значением ρ они меньше, чем в гладкой балке, но имеют существенную величину для $\rho = \{0.2; 0.3\}$ мм. Уменьшение величины $\sigma_x = \sigma_x(h)$ в надрезах при $\rho = \{0.2; 0.3; 0.5\}$ мм по сравнению с этой величиной в гладкой балке, по-видимому, связано с тем, что полностью удаляется упрочненный слой, в отличие от надреза при $\rho = 0.1$ мм. Сравнение же графиков на рис. 4, а и б свидетельствует о незначительном влиянии толщины балки H на распределение напряжения $\sigma_x = \sigma_x(h)$.

На рис. 5 также для сечения I–I приведены распределения для компонент тензора ОН $\sigma_y = \sigma_y(h)$ (а) и $\sigma_z = \sigma_z(h)$ (б) для балки толщиной $H = 10$ мм при различных ρ . Первая особенность состоит в том, что напряжение $\sigma_z = \sigma_z(h)$ при каждом ρ меньше (по модулю), чем напряжение $\sigma_x = \sigma_x(h)$, а в гладкой балке эти компоненты тензора напряжений совпадают. Вторая особенность связана с тем, что существенные значения принимает величина $\sigma_y = \sigma_y(h)$, в то время как в гладкой балке она тождественно равна нулю.

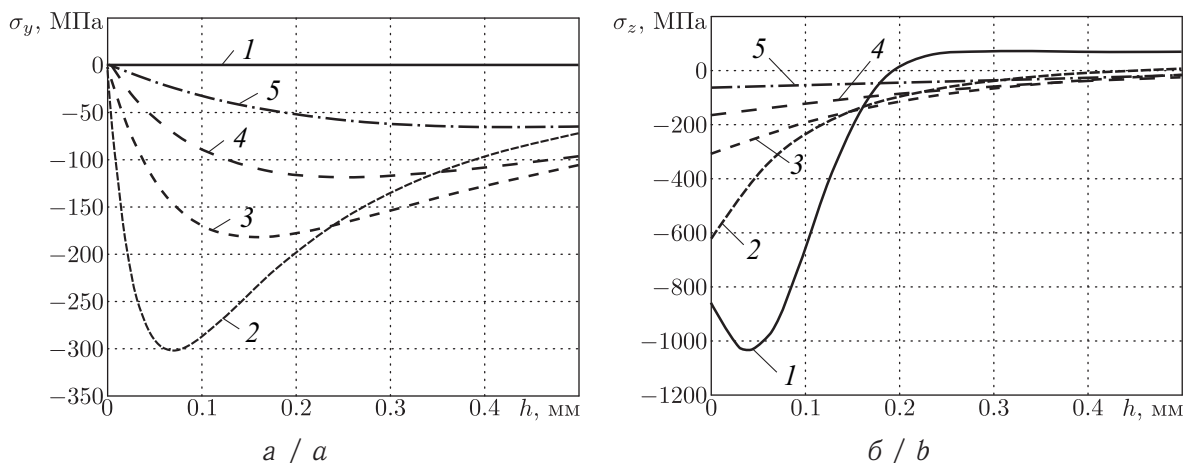


Рис. 5. Распределение остаточных напряжений $\sigma_y = \sigma_y(h)$ (а) и $\sigma_z = \sigma_z(h)$ (б) в сечении I–I для балки толщиной $H = 10$ мм. Маркеры те же, что и на рис. 4

Fig. 5. Distribution of residual stress $\sigma_y = \sigma_y(h)$ (a) and $\sigma_z = \sigma_z(h)$ (b) in section I–I for a beam with thickness $H = 10$ mm. The markers are the same as in Fig. 4

В сечениях II–II и IV–IV наблюдаются кроме нормальных компонент тензора ОН и недиагональные его компоненты. В качестве примера на рис. 6 приведены зависимости остаточного напряжения $\sigma_{xy} = \sigma_{xy}(h)$ в сечении IV–IV для балки толщиной $H = 10$ мм и различных значениях радиуса надреза ρ . При этом наиболее существенные значения они имеют для мелких надрезов, и, по всей видимости, их нужно учитывать в прочностных расчетах. Отметим, что в сечении III–III (на расстоянии 2 мм от центра радиуса надреза) все компоненты тензора ОН имеют практически такие же законы распределения, как и для гладкой балки. Поэтому расстояние длиной в 2 мм можно условно считать границей зоны влияния концентратора напряжений на НДС балки.

На рис. 7 приведена величина прогиба балки в срединной плоскости ($y = 5$ мм) толщиной $H = 10$ мм. Из анализа представленных данных следует интересный факт: с увеличением радиуса надреза величина прогиба, во-первых, падает, а во-вторых, она меньше, чем в гладкой балке, и это несмотря на то, что сечение балки ослаблено наличием концентратора. По-видимому, это связано с разрывом поля сжимающих ОН $\sigma_x = \sigma_x(x)$ и снижением их «мощности» из-за наличия надреза.

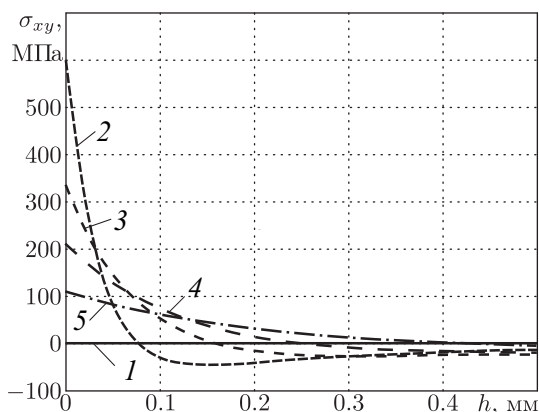


Рис. 6. Распределение остаточного напряжения $\sigma_{xy} = \sigma_{xy}(h)$ в сечении IV–IV для балки толщиной $H = 10$ мм. Маркеры те же, что и на рис. 4

Fig. 6. Distribution of residual stress $\sigma_{xy} = \sigma_{xy}(h)$ in section IV–IV for a beam with thickness $H = 10$ mm. The markers are the same as in Fig. 4

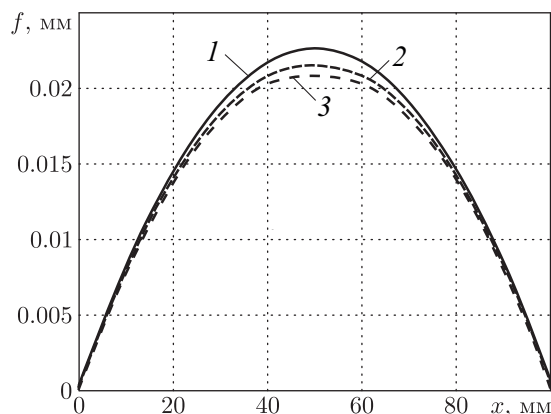


Рис. 7. Зависимость прогиба f балки толщиной $H = 10$ мм в срединной плоскости ($y = 5$ мм). Маркеры: 1 — гладкая балка; 2 — $\rho = 0.3$ мм; 3 — $\rho = 0.5$ мм

Fig. 7. Dependence of the deflection f of a $H = 10$ mm thick beam in the median plane ($y = 5$ mm). Markers: 1 — smooth beam; 2 — $\rho = 0.3$ mm; 3 — $\rho = 0.5$ mm

Практическая значимость выполненных исследований обусловлена двумя факторами. Во-первых, нанесение надрезов может являться штатной технологической операцией (сопряжение деталей, каналы для систем охлаждающей жидкости и смазки и т.д.); во-вторых, в процессе эксплуатации изделий может образоваться дефект в виде сквозной царапины от попадания постороннего предмета и возникает естественный вопрос относительно влияния данного дефекта на величину сжимающих ОН в зоне концентрации напряжений. На оба этих фактора выполненные исследования дают определенный ответ.

ВЫВОДЫ

1. Разработан численный метод решения краевой задачи о перераспределении остаточных напряжений в области концентратора напряжений (полукруговой надрез) балки после опережающего поверхностного пластического упрочнения при заданных первоначальных пластических деформациях, моделируемых температурными деформациями в неоднородном температурном поле.

2. Построены поля остаточных напряжений в окрестности концентратора напряжений. Учитывая важную роль компоненты $\sigma_x = \sigma_x(h)$ при расчетах предела выносливости, установлено, что если радиус полукруглого надреза меньше толщины упрочненного слоя (области сжатия материала), происходит увеличение (по модулю) этой компоненты ОН в наименьшем сечении детали (в объеме, непосредственно примыкающем к дну концентратора), а если глубина надреза больше толщины упрочненного слоя, то наблюдается уменьшение (по модулю) величины $\sigma_x = \sigma_x(h)$ по сравнению с гладким упрочненным образцом.

3. Показано, что в упрочненной балке с надрезом величина прогиба вследствие наведенных самоуравновешенных ОН меньше, чем в гладкой балке.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-01-00550а).



Библиографический список

1. Биргер И. А. Остаточные напряжения. М. : Машгиз, 1963. 232 с.
2. Гринченко И. Г. Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов. М. : Машиностроение, 1971. 120 с.
3. Сулима А. М., Шувалов В. А., Ягодкин Ю. Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. М. : Машиностроение, 1988. 240 с.
4. Кудрявцев И. В. Поверхностный наклеп для повышения прочности и долговечности деталей машин поверхностным пластическим деформированием. М. : Машиностроение, 1969. 100 с.
5. Ножницкий Ю. А., Фишгойт А. В., Ткаченко Р. И., Теплова С. В. Разработка и применение новых методов упрочнение деталей ГТД, основанных на пластическом деформировании поверхностных слоев. (Обзор) // Вестн. двигателестроения. 2006. № 2. С. 8–16.
6. Brockman R. A., Braisted W. R., Olson S. E., Tenaglia R. D., Clauer A. H., Langer K., Shepard M. J. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening // Intern. J. Fatigue. 2012. Vol. 36, № 1. P. 96–108. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011>
7. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // Intern. J. Fatigue. 2008. Vol. 30, № 8. P. 1398–1408. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010>
8. James M. N., Hughes D. J., Chen Z., Lombard H., Hattingh D. G., Asquith D., Yates J. R., Webster P. J. Residual stresses and fatigue performance // Engineering Failure Analysis. 2007. Vol. 14, iss. 2. P. 384–395. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2006.02.011>
9. Majzoobi G. H., Azadikhah K., Nemati J. The effect of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // Materials Science and Engineering A. 2009. Vol. 516, № 1–2. P. 235–247. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020>
10. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part 1 — effect of shot peening on fatigue resistance // Mater. Sci. Technol. 2013. Vol. 29, iss. 6. P. 673–651. DOI: <https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222>
11. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of hitriding and shot peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // Mater. Design. 2012. Vol. 35. P. 741–748. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055>
12. Павлов В. Ф., Кирпичев В. А., Вакулюк В. С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям. Самара : СНЦ РАН, 2012. 125 с.
13. Букатый А. С. Конечно-элементное моделирование и исследование остаточных напряжений и деформаций после дробеструйного упрочнения // Вестн. машиностроения. 2016. № 6. С. 52–57.
14. Jebahi M., Gakwaya A., Lévesque J., Mechri O., Ba K. Robust methodology to simulate real shot peening process using discrete-cotinum coupling method // Int. J. Mech. Sci. 2016. Vol. 107. P. 21–33. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.01.005>
15. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., Colaitis Y., Rouhaud E., Retraint D., Kubler R., Desvignes M., Barrallier L. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure // C. R. Mécanique. 2016. Vol. 344, № 4–5. P. 355–374. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.02.006>
16. Келлер И. Э., Трофимов В. Н., Владыкин А. В., Плюснин В. В., Петухов Д. С., Виндокуров И. В. К вопросу о реконструкции остаточных напряжений и деформаций пластины после дробеструйной обработки // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2018. Т. 22, № 1. С. 40–64. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1602>



17. Радченко В. П., Афанасьева О. С., Глебов В. Е. Исследование влияния остаточных напряжений на геометрические параметры поверхностно упрочненного бруса // Изв. Саратов. ун-та. Нов. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2019. Т. 19, вып. 4. С. 464–478. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-4-464-478>
18. Павлов В. Ф., Букатый А. С., Семенова О. Ю. Прогнозирование предела выносливости поверхностно упрочненных деталей с концентраторами напряжений // Вестн. машиностроения. 2019. № 1. С. 3–7.
19. Иванов С. И., Шатунов М. П., Павлов В. Ф. Влияние остаточных напряжений на выносливость образцов с надрезом // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций : межвуз. сб. Куйбышев : КуАИ. 1974. Вып. 1. С. 88–95.
20. Павлов В. Ф., Столяров А. К., Вакулюк В. С., Кирпичев В. А. Расчет остаточных напряжений в деталях с концентраторами напряжений по первоначальным деформациям. Самара : СНЦ РАН, 2008. 124 с.
21. Вакулюк В. С. Исследование влияния толщины упрочненного слоя на остаточные напряжения во впадине концентратора методом первоначальных деформаций // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2010. Вып. 1 (20). С. 222–225. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu782>
22. Сазанов В. П., Кирпичев В. А., Вакулюк В. С., Павлов В. Ф. Определение первоначальных деформаций в упрочненном слое цилиндрической детали методом конечно-элементного моделирования с использованием расчётного комплекса PATRAN/NASTRAN // Вестн. УГАТУ. 2015. Т. 19, № 2 (68). С. 35–40.
23. Саушкин М. Н., Куров А. Ю. Анализ напряженного состояния в надresaх полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования сплошных цилиндрических образцов // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2012. Вып. 1 (26). С. 133–140. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1039>
24. Радченко В. П., Куров А. Ю. Влияние анизотропии поверхностного пластического упрочнения на формирование остаточных напряжений в цилиндрических деталях с надresaми полукруглого профиля // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2016. Т. 20, № 4. С. 675–690. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1513>
25. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Бочкова Т. И. Математическое моделирование и экспериментальное исследование формирования и релаксации остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения в условиях высокотемпературной ползучести // Вестн. Перм. нац. иссл. политехн. ун-та. Механика. 2016. № 1. С. 93–112. DOI: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2016.1.07>
26. Радченко В. П., Афанасьева О. С., Глебов В. Е. Влияние технологии поверхностного пластического упрочнения, остаточных напряжений и граничных условий на выпучивание балки // Вестн. Перм. нац. иссл. политехн. ун-та. Механика. 2020. № 1. С. 87–98. DOI: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.1.07>
27. Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н. Исследование влияния анизотропии поверхностного пластического упрочнения на распределение остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических образцах // Вестн. ПНИПУ. Механика. 2015. № 1. С. 130–147. DOI: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2015.1.09>

Образец для цитирования:

Радченко В. П., Шишкин Д. М. Метод реконструкции остаточных напряжений в призматическом образце с надresaми полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2020. Т. 20, вып. 4. С. 478–492. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-4-478-492>



The Method of Reconstruction of Residual Stresses in a Prismatic Specimen with a Notch of a Semicircular Profile after Advanced Surface Plastic Deformation

V. P. Radchenko, D. M. Shishkin

Vladimir P. Radchenko, <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>, Samara State Technical University, 244 Molodogvardeyskaya St., Samara 443100, Russia, radchenko.vp@samgtu.ru

Dmitry M. Shishkin, <https://orcid.org/0000-0003-3205-2262>, Samara State Technical University, 244 Molodogvardeyskaya St., Samara 443100, Russia, shishkin.dim@yandex.ru

The stress-strain state in a surface-hardened bar (beam) with a stress concentrator of the semi-circular notch type is investigated. A numerical method for calculating the residual stresses in the notch region after an advanced surface plastic deformation is proposed. The problem is reduced to the boundary-value problem of fictitious thermoelasticity, where the initial (plastic) deformations of the model are simulated by temperature deformations in an inhomogeneous temperature field. The solution is constructed using the finite element method. For model calculations, experimental data on the distribution of residual stresses in a smooth beam made of EP742 alloy after ultrasonic mechanical hardening were used. The effect of the notch radius and beam thickness on the nature and magnitude of the distribution of the residual stress tensor components in the region of the stress concentrator is studied. For the normal longitudinal component of the residual stress tensor, which plays an important role in the theory of high-cycle fatigue, it was found that if the radius of a semicircular notch is less than the thickness of the hardened layer (area of material compression), an increase (in modulus) of this component of residual stresses occurs in the smallest section of the part (in the volume immediately adjacent to the bottom of the concentrator). If the depth of the notch is greater than the thickness of the hardened layer, then a decrease (in magnitude) of this value is observed in comparison with a smooth hardened sample. It is shown that in a reinforced notched beam, the deflection value due to induced self-balanced residual stresses is less than in a smooth beam. Experimental verification of the developed numerical method is done for a surface-hardened smooth beam made of EP742 alloy.

Keywords: surface plastic hardening, beam, EP742 alloy, semicircular notch, residual stress.

Received: 25.06.2020 / Accepted: 24.07.2020 / Published: 30.11.2020

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (projects No. 19-01-00550a).

References

1. Birger I. A. *Ostatochnye napriazheniya* [Residual tension]. Moscow, Mashgiz, 1963. 232 p. (in Russian).
2. Grinchenko I. G. *Uprochnenie detalei iz zharoprochnykh i titanovykh spлавov* [The hardening of parts of heat-resistant and titanium alloys]. Moscow, Mashinostroenie, 1971. 120 p. (in Russian).
3. Sulima G. N., Shuvalov V. A., Iagodkin Yu. D. *Poverkhnostnyi sloi i ekspluatatsionnye svoystva detalei mashin* [Surface layer and performance of machine parts]. Moscow, Mashinostroenie, 1988. 240 p. (in Russian).
4. Kudryavtsev V. S. *Poverkhnostnyi naklep dlya povysheniya prochnosti i dolgovechnosti detaley mashin poverkhnostnym plasticheskim deformirovaniem* [Surface cold working for increased strength and durability of machine parts by surface plastic deformation]. Moscow, Mashinostroenie, 1969. 100 p. (in Russian).



5. Nozhnitskii Iu. A., Fishgoit A. V., Tkachenko R. I., Teplova S. V. Development and application of new GTE parts hardening methods based on the plastic deformation of the surface layers. *Vestnik dvigatelestroeniia*, 2006, no. 2, pp. 8–16 (in Russian).
6. Brockman R. A., Braisted W. R., Olson S. E., Tenaglia R. D., Clauer A. H., Langer K., Shepard M. J. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening. *Intern. J. Fatigue*, 2012, vol. 36, no. 1, pp. 96–108. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011>
7. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation. *Intern. J. Fatigue*, 2008, vol. 30, no. 8, pp. 1398–1408. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010>
8. James M. N., Hughes D. J., Chen Z., Lombard H., Hattingh D. G., Asquith D., Yates J. R., Webster P. J. Residual stresses and fatigue performance. *Engineering Failure Analysis*, 2007, vol. 14, iss. 2, pp. 384–395. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2006.02.011>
9. Majzoobi G. H., Azadikhah K., Nemati J. The effect of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6. *Materials Science and Engineering A*, 2009, vol. 516, no. 1–2, pp. 235–247. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020>
10. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part 1 — effect of shot peening on fatigue resistance. *Mater. Sci. Technol.*, 2013, vol. 29, iss. 6, pp. 673–651. DOI: <https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222>
11. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of hitriding and shot peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach. *Mater. Design*, 2012, vol. 35, pp. 741–748. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055>
12. Pavlov V. F., Kirpichev V. A., Vakuluk V. S. *Prognozirovanie soprotivleniya ustalosti poverkhnostno uprochnionnykh detalei po ostatochnym napryazheniyam* [Prediction of fatigue resistance of surface reinforced parts by residual stresses]. Samara, Samarskij nauchnyj tsentr RAN, 2012. 125 p. (in Russian).
13. Bukatyi' A. S. Finite element modeling and re-search of residual stresses and deformations of parts after shot peening. *Vestnik mashinostroeniya* [Russian Engineering Research], 2016, no. 6, pp. 52–57 (in Russian).
14. Jebahi M., Gakwaya A., Lévesque J., Mechri O., Ba K. Robust methodology to simulate real shot peening process using discrete-continuum coupling method. *Int. J. Mech. Sci.*, 2016, vol. 107, pp. 21–33. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.01.005>
15. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., Colaitis Y., Rouhaud E., Retraint D., Kubler R., Desvignes M., Barrallier L. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure. *C. R. Mécanique*, 2016, vol. 344, no. 4–5, pp. 355–374. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.02.006>
16. Keller I. E., Trofimov V. N., Vladykin A. V., Plusnin V. V., Petukhov D. S., Vindokurov I. V. On the reconstruction of residual stresses and strains of a plate after shot peening. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2018, vol. 22, no. 1, pp. 40–64 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1602>
17. Radchenko V. P., Afanaseva O. S., Glebov V. E. Influence of Residual Stresses on Geometric Parameters of Surface-Strengthened Beam. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2019, vol. 19, iss. 4, pp. 464–478 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-4-464-478>
18. Pavlov V. F., Bukatyi' A. S., Semjonova O. Ju. Forecasting of the endurance limit of surface-hardened parts with stress concentrators. *Vestnik mashinostroeniya* [Russian Engineering Research], 2019, no. 1, pp. 3–7 (in Russian).
19. Ivanov S. I., Shatunov M. P., Pavlov V. F. Influence of residual stresses on notched specimen endurance. *Problems of strength of aircraft structure elements*. Kuibyshev, KuAI (Kuibyshev Aviation Institute), 1974, iss. 1, pp. 88–95 (in Russian).



20. Pavlov V. F., Stoljarov A. K., Vakuljuk V. S., Kirpichev V. A. *Raschiot ostatochnykh napriazheniy v detaliakh s kontsentratorami napriazheniy po pervonachal'nyim deformatsiyam* [Calculation of residual stresses in parts with stress concentrators by initial deformations]. Samara, Samarskiy nauchnyj tsentr RAN, 2008. 124 p. (in Russian).
21. Vakuljuk V. S. Investigation of influence of thickness hardened layer on the residual stresses in basin concentrator using initial strain. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2010, iss. 1 (20), pp. 222–225 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu782>
22. Sazanov V. P., Kirpichev V. A., Vakulyuk V. S., Pavlov V. F. The definition of initial deformations in the cylindrical parts surface layer by Finite Elements Modeling method using PATRAN/NASTRAN program complex. *Vestn. UGATU*, 2015, vol. 19, iss. 2 (68), p. 35–40 (in Russian).
23. Saushkin M. N., Kurov A. Yu. Analysis of stress state in semicircular profile notches after preliminary surface plastic deformation of solid cylindrical specimens. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2012, iss. 1 (26), pp. 133–140 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1039>
24. Radchenko V. P., Kurov A. Yu. Effect of anisotropy of surface plastic hardening on formation of residual stresses in cylindrical samples with semicircular notch. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2016, vol. 20, no. 4, pp. 675–690 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1513>
25. Radchenko V. P., Saushkin M. N., Bochkova T. I. Mathematical modeling and experimental study of forming and relaxation of the residual stresses in plane samples made of EP742 alloy after the ultrasonic hardening under the hightemperature creep conditions. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2016, no. 1, pp. 93–112 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2016.1.07>
26. Radchenko V. P., Afanaseva O. S., Glebov V. E. The effect of surface plastic hardening technology, residual stresses and boundary conditions on the buckling of a beam. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 1, pp. 87–98. DOI: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.1.07>
27. Radchenko V. P., Pavlov V. Ph., Saushkin M. N. Investigation of surface plastic hardening anisotropy influence on residual stresses distribution in hollow and solid cylindrical specimens. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 1, pp. 130–147. DOI: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2015.1.09>

Cite this article as:

Radchenko V. P., Shishkin D. M. The Method of Reconstruction of Residual Stresses in a Prismatic Specimen with a Notch of a Semicircular Profile after Advanced Surface Plastic Deformation. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2020, vol. 20, iss. 4, pp. 478–492 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-4-478-492>
