

ИНФОРМАТИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 3. С. 368–378

Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics, 2021, vol. 21, iss. 3, pp. 368–378

<https://mmi.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-3-368-378>

Научная статья

УДК 519.688

Построение трехмерных твердотельных моделей позвонков с использованием сверточных нейронных сетей

А. С. Бескровный[✉], **Л. В. Бессонов**, **Д. В. Иванов**,
В. С. Золотов, **Д. А. Сидоренко**, **И. В. Кириллова**,
Л. Ю. Коссович

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Бескровный Александр Сергеевич, аспирант механико-математического факультета, научный сотрудник Образовательно-научного института наноструктур и биосистем, beskrovnyas@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-1724-4058>

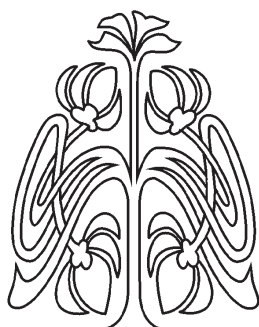
Бессонов Леонид Валентинович, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Образовательно-научного института наноструктур и биосистем, lexh.besson@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-5636-1644>

Иванов Дмитрий Валерьевич, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Образовательно-научного института наноструктур и биосистем, ivanovdv@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1640-6091>

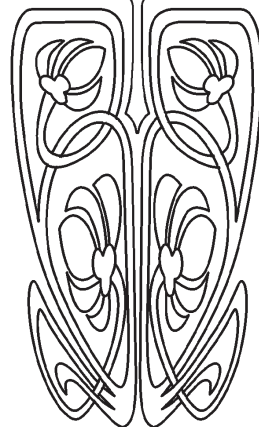
Золотов Владислав Сергеевич, научный сотрудник Образовательно-научного института наноструктур и биосистем, zolvladislav@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8580-6729>

Сидоренко Дмитрий Александрович, аспирант механико-математического факультета, научный сотрудник Образовательно-научного института наноструктур и биосистем, sid@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9707-9437>

Кириллова Ирина Васильевна, кандидат физико-математических наук, директор Образовательно-научного института наноструктур и биосистем, nano-bio@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6745-4144>



Научный
отдел





Коссович Леонид Юрьевич, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математической теории упругости и биомеханики, Президент СГУ, president@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4775-7348>

Аннотация. Качество решения задачи биомеханического моделирования во многом зависит от созданной твердотельной модели исследуемого биологического объекта. Построение модели на основе данных компьютерной томографии конкретного пациента возможно как в ручном режиме (программные пакеты обработки медицинских изображений), так и с применением автоматизированных средств построения модели (сегментации изображений), что существенно ускоряет процесс создания твердотельной модели в отличие от ручного режима. Сложность автоматизированного подхода заключается в реконструкции сегментированного образа в твердотельную модель, пригодную для биомеханического моделирования. Как правило, автоматическая сегментация затруднена шумами, наличием анатомических патологий, имплантатов на снимках цифрового исследования. В статье предложен способ создания твердотельной модели из облака точек, полученного по данным компьютерной томографии с использованием сверточных нейронных сетей Spatial Configuration-Net и U-Net. Результаты реализации применены при разработке «Модуля твердотельных моделей», который включен в состав прототипа системы поддержки принятия врачебных решений SmartPlan Ortho 3D, разрабатываемого в СГУ им. Н. Г. Чернышевского в рамках проекта Фонда перспективных исследований. Система включена в реестр российского программного обеспечения.

Ключевые слова: Spatial Configuration-Net, U-Net, твердотельная модель, биомеханическое моделирование, компьютерная томография, 3D-сегментирование

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда перспективных исследований (договор № 6/130/2018-2021 от 01.06.2018 г.).

Для цитирования: Бескровный А. С., Бессонов Л. В., Иванов Д. В., Золотов В. С., Сидоренко Д. А., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю. Построение трехмерных твердотельных моделей позвонков с использованием сверточных нейронных сетей // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 3. С. 368–378. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-3-368-378>

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

Construction of 3D solid vertebral models using convolutional neural networks

A. S. Beskrovny[✉], L. V. Bessonov, D. V. Ivanov, V. S. Zolotov,
D. A. Sidorenko, I. V. Kirillova, L. Yu. Kossovich

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Alexander S. Beskrovny, beskrovnyas@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-1724-4058>

Leonid V. Bessonov, lexx.besson@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-5636-1644>

Dmitriy V. Ivanov, ivanovdv@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1640-6091>

Vladislav S. Zolotov, zolvladislav@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8580-6729>

Dmitry A. Sidorenko, sid@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9707-9437>

Irina V. Kirillova, nano-bio@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6745-4144>

Leonid Yu. Kossovich, president@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4775-7348>



Abstract. The quality of solving the problem of biomechanical modeling largely depends on the created solid-state model of the biological object under study. Building a model based on computed tomography data for a particular patient is possible both in manual mode (software packages for processing medical images) and using automated tools for building a model (image segmentation), which significantly speeds up the process of creating a solid model, in contrast to the manual mode. The complexity of the automated approach lies in the reconstruction of a segmented image into a solid model suitable for biomechanical modeling. As a rule, automatic segmentation is hampered by the presence of anatomical pathologies, noise, and the presence of implants in the images of a digital study. The article proposes a method for creating a solid model from a point cloud obtained from computed tomography data using convolutional neural networks SpatialConfiguration-Net and U-Net. The results of the implementation were applied in the development of the “Module of Solid Models”, which is included in the prototype of the medical decision support system SmartPlan Ortho 3D, which is being developed at Saratov State University within the framework of the project of the Foundation for Advanced Research. The system is included in the register of Russian software.

Keywords: SpatialConfiguration-Net, U-Net, solid model, biomechanical modeling, computed tomography, 3D segmentation

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Foundation for Advanced Research (agreement No. 6/130/2018-2021 from 01.08.2018).

For citation: Beskrovny A. S., Bessonov L. V., Ivanov D. V., Zolotov V. S., Sidorenko D. A., Kirillova I. V., Kossovich L. Yu. Construction of 3D solid vertebral models using convolutional neural networks. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 3, pp. 368–378 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-3-368-378>

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение

Хирургическое лечение заболеваний и повреждений позвоночно-тазового комплекса требует индивидуального предоперационного планирования. Современный уровень развития науки позволяет при планировании операции подобрать и позиционировать имплантаты для каждого конкретного пациента с учетом данных медицинского диагностического оборудования, оценить стабильность систем фиксации и срок службы имплантатов. Другими словами, врач может пользоваться инструментами биомеханической (количественной) оценки того или иного варианта хирургического лечения заболеваний и повреждений позвоночно-тазового комплекса до проведения операции, не выполняя никаких инвазивных процедур. По сути, биомеханическое моделирование предоставляет возможность проведения «виртуальных» операций с количественным анализом результата лечения.

Биомеханическое моделирование включает в себя ряд последовательных этапов, один из них — построение твердотельной модели биологического объекта исследования. Построение твердотельной модели в ручном режиме — трудоемкая задача, особенно когда речь идет о трехмерном объекте.

Современные медицинские томографы выдают результат обследования в формате DICOM (медицинский отраслевой стандарт создания, хранения, передачи и визуализации цифровых медицинских изображений и документов обследованных пациентов), который, по сути, представляет собой набор плоских изображений (срезов)



в совокупности с данными о пациенте, такими как ФИО, пол, возраст, вес, рост. В большинстве современных средств просмотра DICOM-файлов могут быть построены трехмерные поверхностные модели, которые не содержат информацию о точках внутри объема тела и не подходят для биомеханического моделирования. Такие модели пригодны лишь для визуального осмотра исследуемого объекта и проведения предоперационного планирования.

Наиболее сложной частью является корректное построение моделей позвонков пациента по данным компьютерной томографии. Индивидуальная геометрия позвонков пациента может существенным образом влиять на распределение нагрузок в системе «позвоночник – имплантат». Таким образом, корректное построение индивидуальных моделей позвонков конкретного пациента является сложной и трудоемкой задачей, но важной и необходимой.

Сложность автоматизации процесса получения твердотельных моделей по медицинским данным связана с плохой детектируемостью границ между анатомическими структурами, а также с наличием индивидуальных особенностей у каждого пациента.

В данной работе представлен автоматический метод создания твердотельных моделей позвонков, включающий в себя распознавание тел позвонков по данным компьютерной томограммы и исправление поверхностной структуры (автоматическое исправление вырожденных и пересекающихся элементов) распознанного объекта.

Результаты реализации применены при разработке «Модуля твердотельных моделей». Данный модуль включен в состав прототипа системы поддержки принятия врачебных решений «Биомеханическое моделирование» SmartPlan Ortho 3D, разрабатываемого в СГУ им. Н. Г. Чернышевского в рамках проекта Фонда перспективных исследований. Система включена в реестр российского программного обеспечения. Значимость системы поддержки принятия врачебных решений определяется необходимостью выполнения высокоточного предоперационного планирования лечения заболеваний и повреждений позвоночно-тазового комплекса.

1. Материалы и методы

Для решения задачи автоматического 3D-сегментирования позвонков были рассмотрены следующие искусственные нейронные сети: Holistic-nested CNN [1], Multi-class 3D FCN [2], 3D Convolutional Neural Network [3] и SpatialConfiguration-Net совместно с U-Net [4].

По итогам сравнения результатов на тестовых выборках были выбраны нейронные сети: 3D Convolutional Neural Network и U-Net. Авторами предложен трехэтапный подход сегментирования 3D-объектов по цифровому исследованию:

- предсказание приблизительного расположения объектов интереса (U-Net);
- локализация ориентиров и определение центра каждого из объектов интереса (SpatialConfiguration-Net);
- бинарная сегментация каждого локализованного объекта интереса (U-Net).

Нейронная сеть обучена на персональном компьютере с процессором Intel (R) Core (TM) i7-8700K, частотой 3.70 ГГц и оперативной памятью 32 ГБ. Время обучения для 95 000 итераций (в сумме для прогнозирования, локализации и сегментирования) составило приблизительно 53 часа. В качестве оптимизации для U-Net использовался алгоритм Адам [5], для SpatialConfiguration-Net — алгоритм Нестерова [6]. Набор данных для обучения был размечен практикующими врачами.



Пример разметки представлен на рис. 1.

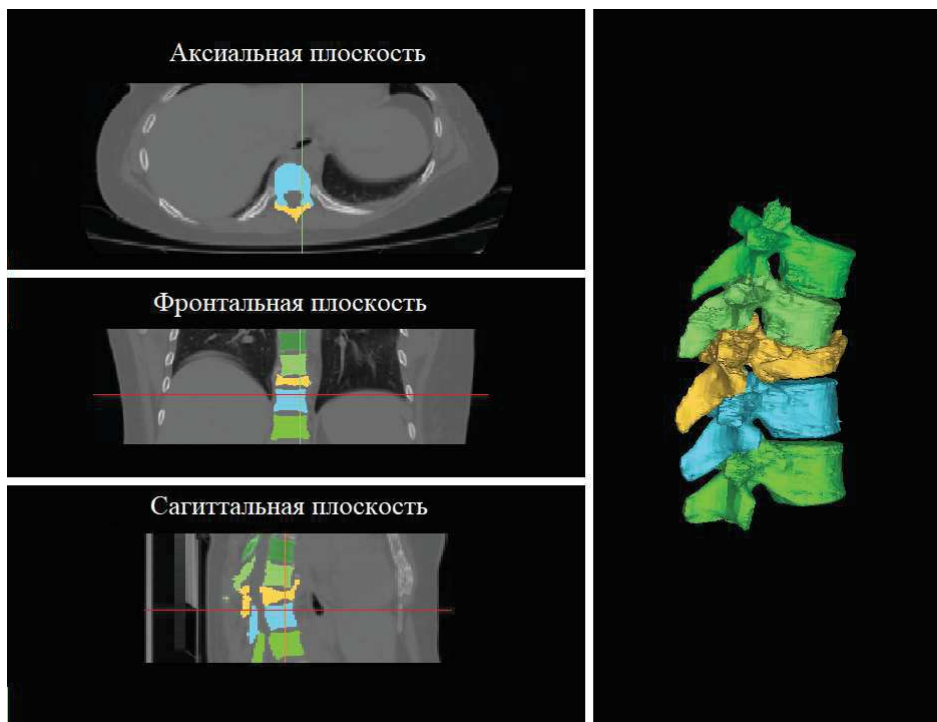


Рис. 1. Пример разметки цифрового исследования (цвет online)
Fig. 1. Example of digital survey markup (color online)

Входными данными для автоматической сегментации является компьютерная томограмма объемом до $512 \times 512 \times 1024$ мм. Для прогнозирования U-Net использует пять уровней, где каждый слой свертки имеет размер ядра $3 \times 3 \times 3$ мм и 64 выхода фильтра. Затем данные передаются в SpatialConfiguration-Net для локализации ориентиров, размер свертки составляет $96 \times 96 \times 128$ мм. Последним этапом на вход U-Net подается свертка в размере $128 \times 128 \times 96$ мм для бинарной сегментации. Результатом сегментирования является облако точек объекта интереса (рис. 2).

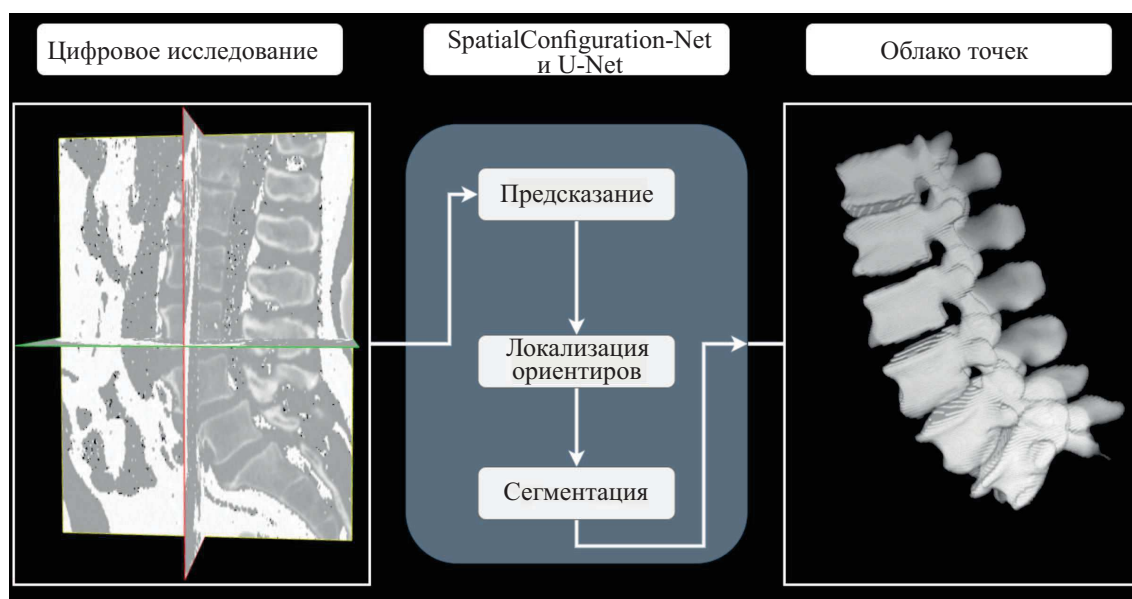


Рис. 2. Трехэтапный подход сегментирования / Fig. 2. Three-step segmentation approach



Для решения задач машинного обучения применены следующие библиотеки:

- TensorFlow — открытая программная библиотека для машинного обучения, разработанная для решения задач построения и тренировки нейронной сети, в проекте применена ее Python-адаптация;
- Keras — открытая нейросетевая Python-библиотека для эффективной разработки нейронных сетей глубокого обучения;
- NumPy (Numeric Python) — open-source-библиотека, содержащая общие математические и числовые операции в виде пре-скомпилированных, быстрых функций;
- SimpleITK — open-source-библиотека, содержащая набор инструментов для анализа изображений с большим количеством компонентов, поддерживающих общие операции фильтрации.

Реконструкция поверхности по облаку точек выполнена с применением метода марширующих кубов [7]. Метод марширующих кубов широко используется в медицине, например в компьютерной и магнитно-резонансной томографии. Данный алгоритм генерирует значительно меньшее количество треугольников, чем другие алгоритмы [8], но имеет существенный недостаток: на достаточно простых участках поверхности он выполняет слишком большое количество разделений. В случаях, когда облако точек не плотное, возможно появление «дыр» в поверхностной сетке. Отверстия идентифицируются путем нахождения граничных краев, образующих замкнутый контур, а затем выполняется триангуляция Делоне [9] полученных контуров.

Для сглаживания полученной полигональной сетки используется алгоритм Лапласовского сглаживания [10]. Для каждой вершины в сетке выбирается новое положение на основе информации о положении соседних элементов. Уменьшить количество полигональных элементов и сохранить топологию геометрии позволяет алгоритм QEM [11], который определяет, насколько смещена вершина от идеального места.

При таком методе автоматического создания твердотельных моделей возможны случаи, когда в модели присутствуют вырожденные или пересекающиеся элементы. Чтобы устранить данные особенности, разработан алгоритм, позволяющий исправлять элементы в полигональной сетке. Блок-схема представлена на рис. 3.

Пример реконструкции твердотельных моделей позвонков по облаку точек представлен на рис. 4. Итоговая замкнутая полигональная сетка одного из распознанных позвонков представлена на рис. 5. Количественная оценка элементов полигональной сетки приведена в таблице для сегментированных позвонков, изображенных на рис. 5.

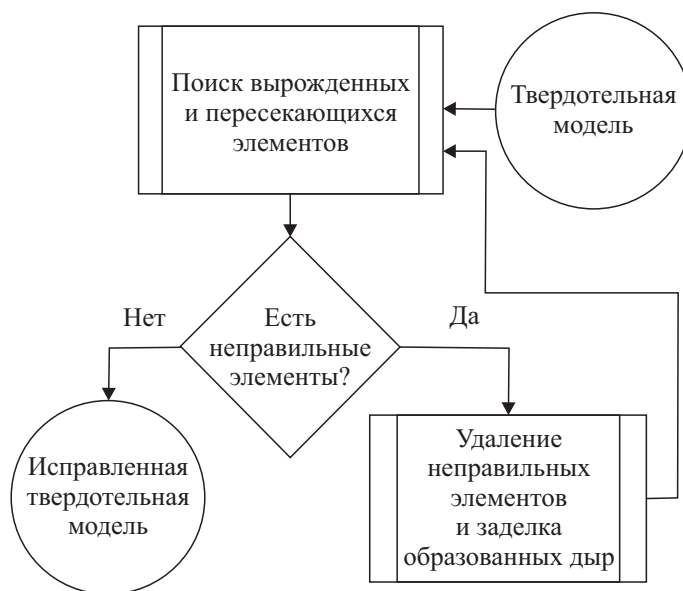


Рис. 3. Блок-схема алгоритма по исправлению полигональной сетки

Fig. 3. Block diagram of the algorithm for correcting the polygonal mesh

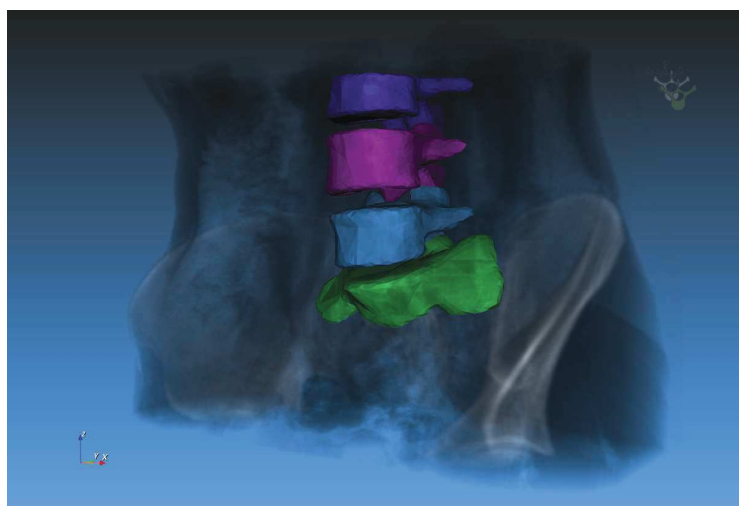


Рис. 4. Твёрдотельные модели распознанных позвонков (цвет online)
Fig. 4. Solid models of recognized vertebrae (color online)

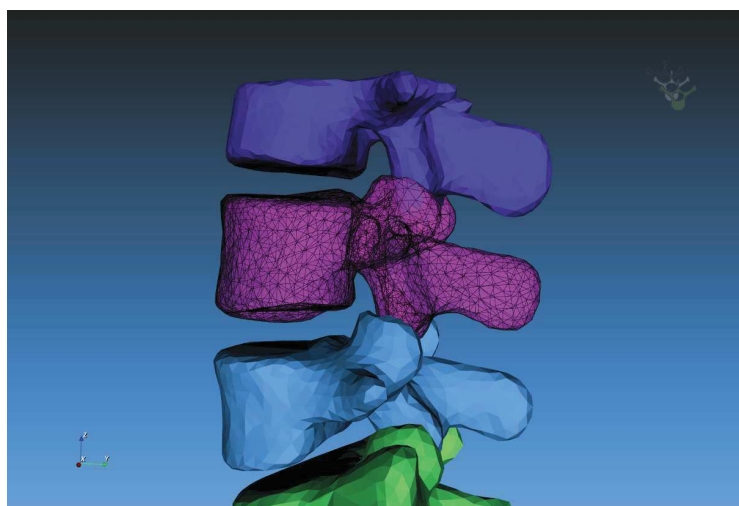


Рис. 5. Итоговая полигональная сетка твёрдотельной модели (цвет online)
Fig. 5. Final polygon mesh of the solid model (color online)

Таблица / Table

Количественная оценка / Quantification

Номер объекта Object Number	Алгоритм Algorithm	Количество элементов Amount of elements
1	Марширующие кубы / Marching cubes	164 266
	Сглаживание / Smoothing	164 266
	Упрощение / Simplification	8212
2	Марширующие кубы / Marching cubes	195 428
	Сглаживание / Smoothing	195 428
	Упрощение / Simplification	9770
3	Марширующие кубы / Marching cubes	191 976
	Сглаживание / Smoothing	191 976
	Упрощение / Simplification	9598
4	Марширующие кубы / Marching cubes	214 448
	Сглаживание / Smoothing	214 448
	Упрощение / Simplification	10 722



2. Програмная реализация

Для реализации системы SmartPlan Ortho 3D (и модуля твердотельных моделей, в частности) была выбрана сервис-ориентированная архитектура [12]. Принципиально важной особенностью такого архитектурного подхода является «слабая связанность» компонентов между собой. Иными словами, отдельные компоненты системы взаимосвязаны лишь сетевым образом, посредством REST API. Это позволяет сделать систему распределенной, при этом разместить отдельные компоненты на различных программно-аппаратных платформах: на отдельных компьютерах под управлением различных операционных систем.

В случае модуля твердотельных моделей компонентное распределение выглядит следующим образом (рис. 6):

- управляющие компоненты модуля твердотельных моделей, включающие:
 - графический интерфейс пользователя модуля;
 - компоненты доработки и подготовки твердотельных моделей;
 - компонент анализа медицинского изображения;
- сервис сегментации, обработки и хранения медицинских изображений.

Посредством REST API компоненты модуля твердотельных моделей связаны с другими модулями системы SmartPlan Ortho 3D.

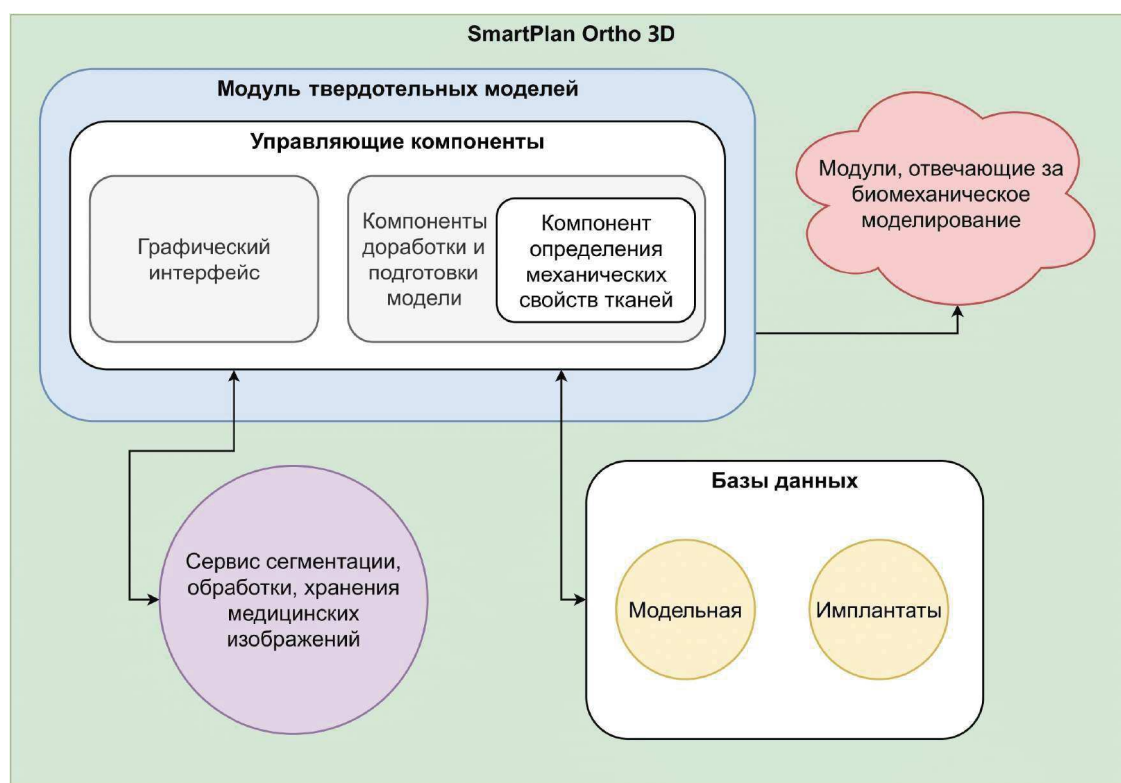


Рис. 6. Компонентное распределение модуля твердотельных моделей (цвет online)

Fig. 6. Component distribution of the module of solid models (color online)

В выполненной программной реализации управляющие компоненты модуля твердотельных моделей представляют собой единый комплекс, размещаемый на рабочем месте пользователя системы. Этот комплекс позволяет осуществить выбор и загрузку медицинского изображения, запустить задачу автоматической сегментации, доработать выполненную сегментацию, провести дополнительный анализ меди-



цинского изображения для целей дальнейшего биомеханического моделирования и анализа.

Сегментирование медицинских изображений производится автоматизированно сервисом, развернутым на высокопроизводительной программно-аппаратной платформе, посредством обученной нейронной сети. Задачу сегментирования формирует пользователь системы на своем рабочем месте. После того как пользователь выбрал конкретное медицинское изображение, происходит удаленный запуск сегментации посредством REST API. В случае 3D-сегментирования входными данными является серия компьютерной томограммы в формате DICOM.

Для доработки и/или создания твердотельной модели реализован графический редактор, позволяющий создавать 3D-объекты путем выдавливания созданного контура; перемещать, вращать и масштабировать объекты; выполнять булевы операции; добавлять готовые модели из базы данных. Пример создания межпозвоночных дисков, добавление имплантов с использованием булевых операций представлен на рис. 7.

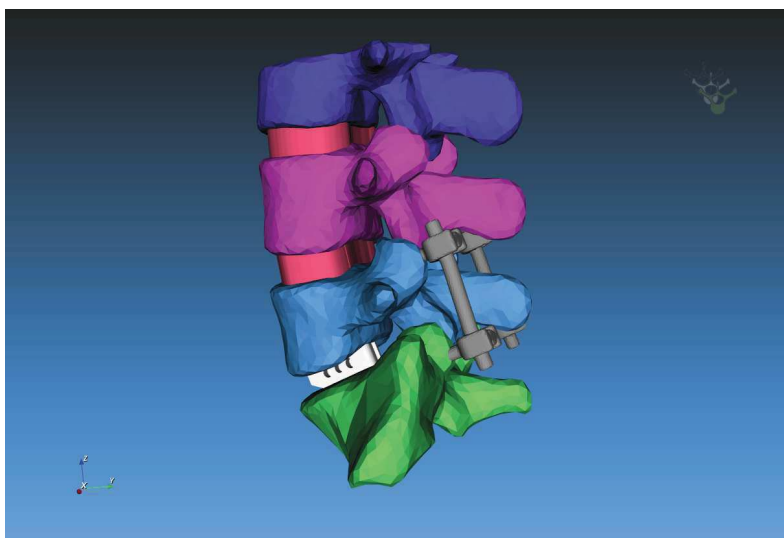


Рис. 7. Твердотельная модель для биомеханического анализа (цвет online)

Fig. 7. Solid model for biomechanical analysis (color online)

3. Результаты

Решена задача автоматизированного построения индивидуализированных твердотельных моделей элементов позвоночно-тазового комплекса. Выполнена реконструкция поверхности по облаку точек с применением алгоритмов сглаживания и упрощения полигональной сетки с сохранением объема.

Построенная твердотельная модель учитывает индивидуальные особенности геометрии элементов позвоночно-тазового комплекса пациента. В системе SmartPlan Ortho 3D реализован компонент, позволяющий определить механические свойства костной ткани на основании анализа областей компьютерной томограммы, соответствующих распознанным позвонкам. Для определения механических свойств используются значения чисел Хаунсфилда, соответствующих распознанным телам позвонков, тип томографа и использованное при томографии конволюционное ядро [13]. Данные об индивидуальных механических свойствах каждого из позвонков передаются модулем твердотельных моделей другим модулям системы SmartPlan Ortho 3D для проведения биомеханического моделирования и анализа.



Список литературы

1. Roth H. R., Le Lu, Lay N., Harrison A. P., Farag A., Sohn A., Summers R. M. Spatial aggregation of holistically-nested convolutional neural networks for automated pancreas localization and segmentation // *Medical Image Analysis*. 2017. Vol. 45. P. 94–107. <https://doi.org/10.1016/j.media.2018.01.006>
2. Roth H. R., Hirohisa Oda, Xiangrong Zhou, Natsuki Shimizu, YingYang, Yuichiro Hayashi, Masahiro Oda, Michitaka Fujiwara, Kazunari Misawa, Kensaku Mori. An application of cascaded 3D fully convolutional networks for medical image segmentation // *Computerized Medical Imaging and Graphics*. 2018. Vol. 66. P. 90–99. <https://doi.org/10.1016/j.compmedimag.2018.03.001>
3. Hongya Lu, Haifeng Wang, Qianqian Zhang, Sang Won Yoon, Daehan Won. A 3D convolutional neural network for volumetric image semantic segmentation // *Procedia Manufacturing*. 2019. Vol. 39. P. 422–428. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.01.386>
4. Payer C., Štern D., Bischof H., Urschler M. Coarse to fine vertebrae localization and segmentation with SpatialConfiguration-Net and U-Net // *Proceedings of the 15th International Joint Conference on Computer Vision, Imaging and Computer Graphics Theory and Applications*. Malta : Valletta, 2020. Vol. 5 : VISAPP. P. 124–133. <https://doi.org/10.5220/0008975201240133>
5. Kingma D., Ba J. Adam: A method for stochastic optimization. arXiv:1412.6980v9 [cs.LG] 30 Jan 2017. 15 p.
6. Нестеров Ю. Е. Метод решения задачи выпуклого программирования со скоростью сходимости $O\left(\frac{1}{k^2}\right)$ // *Доклады Академии наук СССР*. 1983. Т. 269, № 3. С. 543–547.
7. Lorensen W. E., Cline H. E. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm // *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*. 1987. Vol. 21, iss. 4. P. 163–169. <https://doi.org/10.1145/37401.37422>
8. Бугров Н. В., Голубев В. И., Дижевский А. Ю., Какауридзе Д. Г., Клименко А. С., Обоймов А. С., Фролов П. В. Обзор алгоритмов триангуляции неявно заданной поверхности // *MEDIAS2012 : труды Международной научной конференции, 07–14 мая 2012 г. Лимассол, Республика Кипр : Изд-во ИФТИ, 2012. С. 151–173.*
9. Скворцов А. В. Триангуляция Делоне и ее применение. Томск : Изд-во ТГУ, 2002. 128 с.
10. Hansen G. A., Douglass R. W., Zardecki A. Mesh Enhancement. Imperial College Press, 2005. 532 p. (Default Book Series). <https://doi.org/10.1142/p351>
11. Li Yao, Shihui Huang, Hui Xu, Peilin Li. Quadratic error metric mesh simplification algorithm based on discrete curvature // *Mathematical Problems in Engineering*. 2015. Vol. 2015. Article ID 428917. <https://doi.org/10.1155/2015/428917>
12. Бескровный А. С., Бессонов Л. В., Иванов Д. В., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю. Использование сверточной нейронной сети для автоматизации построения двумерных твердотельных моделей позвонков // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Математика. Механика. Информатика*. 2020. Т. 20, вып. 4. С. 502–516. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-4-502-516>
13. Ivanov D. V., Kirillova I. V., Kossovich L. Yu., Bessonov L. V., Petraitkin A. V., Dol A. V., Ahmad E. S., Morozov S. P., Vladzimirskyy A. V., Sergunova K. A., Kharlamov A. V. Influence of convolution kernel and beam-hardening effect on the assessment of trabecular bone mineral density using quantitative computed tomography [Иванов Д. В., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю., Бессонов Л. В., Петрайкин А. В., Доль А. В., Ахмад Е. С., Морозов С. П., Владимирский А. В., Сергунова К. А., Харламов А. В. Влияние конволюционных ядер и эффекта «упрочнения луча» на оценку минеральной плотности губчатой костной ткани с использованием количественной компьютерной томографии] // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Математика. Механика. Информатика*. 2020. Т. 20, вып. 2. С. 205–219. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-2-205-219>



References

1. Roth H. R., Le Lu, Lay N., Harrison A. P., Farag A., Sohn A., Summers R. M. Spatial aggregation of holistically-nested convolutional neural networks for automated pancreas localization and segmentation. *Medical Image Analysis*, 2017, vol. 45, pp. 94–107. <https://doi.org/10.1016/j.media.2018.01.006>
2. Roth H. R., Hirohisa Oda, Xiangrong Zhou, Natsuki Shimizu, YingYang, Yuichiro Hayashi, Masahiro Oda, Michitaka Fujiwara, Kazunari Misawa, Kensaku Mori. An application of cascaded 3D fully convolutional networks for medical image segmentation. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2018, vol. 66, pp. 90–99. <https://doi.org/10.1016/j.compmedimag.2018.03.001>
3. Hongya Lu, Haifeng Wang, Qianqian Zhang, Sang Won Yoon, Daehan Won. A 3D convolutional neural network for volumetric image semantic segmentation. *Procedia Manufacturing*, 2019, vol. 39, pp. 422–428. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.01.386>
4. Payer C., Štern D., Bischof H., Urschler M. Coarse to fine vertebrae localization and segmentation with SpatialConfiguration-Net and U-Net. In: *Proceedings of the 15th International Joint Conference on Computer Vision, Imaging and Computer Graphics Theory and Applications*, vol. 5: VISAPP. Malta, Valletta, 2020, pp. 124–133. <https://doi.org/10.5220/0008975201240133>
5. Kingma D., Ba J. *Adam: A method for stochastic optimization*. arXiv:1412.6980v9 [cs.LG] 30 Jan 2017. 15 p.
6. Nesterov Yu. E. A method for solving the convex programming problem with convergence rate $O(1/k^2)$. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1983, vol. 269, no. 3, pp. 543–547 (in Russian).
7. Lorensen W. E., Cline H. E. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1987, vol. 21, iss. 4, pp. 163–169. <https://doi.org/10.1145/37401.37422>
8. Bugrov N. V., Golubev V. I., Dizhevsky A. Yu., Kakauridze D. G., Klimenko A. S., Obaymov A. S., Frolov P. V. Review of algorithms for triangulating an implicitly defined surface. In: *Proceedings of the International Scientific Conference MEDIAS2012*. Limasol, Republic of Cyprus, 2012, pp. 151–173 (in Russian).
9. Skvortsov A. V. *Triangulyatsiia Delone i ee primeneniye* [Delaunay Triangulation and Its Application]. Tomsk, Izd-vo TGU, 2002. 128 p. (in Russian).
10. Hansen G. A., Douglass R. W., Zardecki A. *Mesh Enhancement*. (Default Book Series). Imperial College Press, 2005. 532 p. <https://doi.org/10.1142/p351>
11. Li Yao, Shihui Huang, Hui Xu, Peilin Li. Quadratic error metric mesh simplification algorithm based on discrete curvature. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, vol. 2015, article ID 428917. <https://doi.org/10.1155/2015/428917>
12. Beskrovny A. S., Bessonov L. V., Ivanov D. V., Kirillova I. V., Kossovich L. Yu. Using a convolutional neural network to automate the construction of two-dimensional solid-state models of vertebrae. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2020, vol. 20, iss. 4, pp. 502–516 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-4-502-516>
13. Ivanov D. V., Kirillova I. V., Kossovich L. Yu., Bessonov L. V., Petraikin A. V., Dol A. V., Ahmad E. S., Morozov S. P., Vladzimirskyy A. V., Sergunova K. A., Kharlamov A. V. Influence of convolution kernel and beam-hardening effect on the assessment of trabecular bone mineral density using quantitative computed tomography. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2020, vol. 20, iss. 2, pp. 205–219. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-2-205-219>

Поступила в редакцию / Received 15.03.2021

Принята к публикации / Accepted 29.04.2021

Опубликована / Published 31.08.2021