Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2022. Т. 22, вып. 1. С. 112–122
Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics, 2022, vol. 22, iss. 1, pp. 112–122
https://mmi.sgu.ru https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-1-112-122

Научная статья
УДК 519.713

О задаче обращения выходов нечетких дискретных систем

Д. В. Сперанский

Российский университет транспорта, Россия, 125993, г. Москва, ул. Часовая, д. 22/2

Сперанский Дмитрий Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры систем управления транспортной инфраструктурой, Speranskiy.dv@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6882-0297

Аннотация. Исследуется задача восстановления неизвестных входных последовательностей нечетких дискретных систем по их наблюдаемым выходам. В качестве математической модели нечетких систем используется нечеткий автомат (НА). Подобная задача рассматривалась ранее для детерминированных систем. Однозначные решения задачи для таких систем были получены с использованием модели конечных автоматов, названных автоматами без потери информации (БПИ-автоматами). В статье для нечетких дискретных систем, описываемых моделью НА, рассматривается в некотором смысле аналогичная задача. В силу специфики функционирования таких систем однозначное декодирование сообщений, поступающих на их входы, принципиально не всегда возможно. По этой причине возникают вопросы минимизации потери информации (по различным критериям) при решении задачи обращения. Введены автоматы, позволяющие решать такие задачи, названные автоматами с минимизированной потерей информации (НА МПИ-автоматами). Решение задачи обращения для НА представляет собой некоторое конечное множество входных слов. Каждое такое решение может быть оценено по различным критериям — мощности множества слов решения, вероятности появления этих слов на входах системы, трудоемкости получения различных вариантов решения. В статье с целью минимизации потерь информации сформулированы соответствующие оптимизационные задачи для НА и указаны возможные способы их решения. Рассмотрены различные разновидности НА МПИ-автоматов. Полученные результаты показывают, что рассмотренные задачи обращения для нечетких автоматов являются многокритериальными. Известно, что решения подобных задачи для дискретных систем традиционно оцениваются только по одному критерию.

Ключевые слова: нечеткие дискретные системы, нечеткие автоматы, обращение входов нечетких автоматов по наблюдаемым выходам, минимизация потерь информации

Для цитирования: *Сперанский Д. В.* О задаче обращения выходов нечетких дискретных систем // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2022. Т. 22, вып. 1. С. 112–122. https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-1-112-122

Article

Reversion of outputs of fuzzy discrete systems

D. V. Speranskiy

Russian University of Transport, 22/2 Chasovaya St., Moscow 125993, Russia

Dmitriy V. Speranskiy, Speranskiy.dv@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6882-0297

Abstract. The problem of reversion of unknown input sequences of fuzzy discrete systems by its observed outputs is investigated. As a mathematical model of fuzzy systems the fuzzy automata (FA) is used. This problem has been considered earlier for deterministic systems. Unambiguous solutions of the problem for such systems have been obtained using the model of finite automata, called the information lossless automata (IL-automata). In the article, for fuzzy discrete systems described by the FA model a similar problem is considered. Due to the specifics of functioning of such systems, unambiguous decoding of messages coming to their inputs is not always possible in principle. For this reason, there are problems of minimization of information lossless (according to various criteria) while solving the address problem. Automata are introduced, which allow solving such problems, called automata with minimized information lossless (FA MIL-automata). Solution of the problem of reversion for FA is a finite set of input words. Each such solution can be estimated according to various criteria — the cardinality of a set of words of the solution, the probability of appearance of these words on the system inputs, the complexity of obtaining different variants of the solutions. In order to minimize information lossless, the article formulates corresponding optimization tasks for FA and specifies possible ways of solving them. Different kinds of FA MIL-automata are considered. The obtained results show that the considered problems of reversion for fuzzy automata inputs are multi-criteria. It is known that solutions of such problems for discrete systems are traditionally evaluated by only one criterion.

Keywords: fuzzy discrete systems, fuzzy automata, reversion of inputs of fuzzy automata on observed outputs, information loss minimization

For citation: Speranskiy D. V. Reversion of outputs of fuzzy discrete systems. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2022, vol. 22, iss. 1, pp. 112–122 (in Russian). https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-1-112-122

Введение

С середины прошлого века и до нынешних дней проявляется активный интерес к исследованию обратных задач естествознания как в теории, так и в приложениях. Такие разработки проводились, например, в теории управления, результаты которых опубликованы в монографиях [1–3], а также в некоторых прикладных исследованиях, отраженных, к примеру, в работах [4, 5].

Отметим, что обратные задачи возникают и в такой важной области, как обеспечение высокой надежности различных технических систем. Один из способов ее решения связан с использованием так называемых схем встроенного контроля. Основан он на сравнении входных сигналов контролируемой системы с сигналами, восстанавливаемыми по ее выходам. Рассогласование их дает возможность зафиксировать появление ошибки в функционировании системы.

Предлагаемая статья посвящена задаче восстановления входов дискретной системы по ее выходам в случае, когда математической моделью системы является конечный автомат [3, 6]. Однако информация о функционировании системы порой носит нечеткий (размытый) характер и потому формулируется в терминах плохо формализуемых понятий типа «почти равно», «достаточно близко», «много», «мало» и т. п. Ясно, что для адекватного отражения нечеткости такой информации требуются соответствующие средства, одним из которых стала теория нечетких множеств, разработанная Л. Заде. После публикации его основополагающей статьи [7] появились и были исследованы различные модификации моделей нечетких автоматов (НА). В монографии [8] прослежена эволюция и приведена библиография публикаций в этом научном направлении.

В предлагаемой статье нечеткость дискретных систем моделируется путем применения специального способа описания алгоритмов их функционирования, предложенного в [9], а в качестве математической модели таких систем используется НА. Там же представлен фрагмент теории экспериментов с автоматами (синхронизирующих, установочных, диагностических), названных обобщенными. Цель этих экспериментов заключается в том, что в результате их проведения удается сократить неопределенность искомого состояния НА, представляемую в виде некоторого их множества. Мощность такого множества выступает в качестве естественной меры нечеткости полученного результата.

Рассматриваемые далее НА характеризуются тем, что решаемая для них задача обращения (отыскание неизвестных входов по наблюдаемым выходам), как и в случае других обобщенных экспериментов [9], упомянутых выше, имеет в общем случае не одно, а несколько возможных вариантов решения. Это приводит к необходимости минимизации неопределенности получаемого результата, достигаемого предложенным ниже методом восстановления входных слов.

Автоматы, исследуемые в классической теории экспериментов, рассматриваются как преобразователи информации. Принятое получателем закодированное сообщение на выходах конечного автомата должно быть однозначно декодировано. Впервые автоматы, решающие такую задачу, были исследованы в работах Д. Хаффмена [10] и С. Ивена [11] и названы автоматами без потери информации (БПИ-автоматами).

В статье для нечетких дискретных систем, описываемых моделью НА, рассматривается в некотором смысле аналогичная задача. В силу специфики функционирования таких систем однозначное декодирование сообщений принципиально не всегда возможно, и потому, естественно, возникают задачи минимизации потери информации (по различным критериям) при решении задачи обращения. Автоматы, позволяющие решать такие задачи, будем называть автоматами с минимизированной потерей информации (НА МПИ-автоматами).

1. Описание модели нечеткого автомата

Используемая далее модель нечеткого автомата была представлена в [9]. Напомним, что в [9] нечетким конечным автоматом (НА) называется пятерка

$$A = (S, X, Y, \delta, \lambda), \tag{1}$$

где $S = \{s_1, \ldots, s_n\}$ — конечное множество состояний, $X = \{x_1, \ldots, x_m\}$ — конечное множество входов, $Y = \{y_1, \ldots, y_p\}$ — конечное множество выходов, $\delta : S \times X \times [0, 1] \to S$ — функция переходов, $\lambda : S \times X \times [0, 1] \to Y$ — функция выходов. Функция δ имеет следующую интерпретацию: НА, находящийся в состоянии s, под воздействием входа x переходит в состояние s', причем значение функции принадлежности элемента (s, x, s') нечеткому подмножеству $S \times X \times S$ равно некоторой величине $q \in [0, 1]$.

Функция δ, введенная выше, фактически порождает множество нечетких матриц $T(x)$ для каждого входа $x \in X$:

$$T(x) = [\mu_x(s_i, s_j)], \quad 1 \leqslant\ i, j \leqslant\ n. \tag{2}$$

Здесь величина $\mu_x(s_i,s_j) \in [0, 1]$ является оценкой степени возможности перехода НА из состояния s_i в состояние s_j при воздействии входа x.

Функция выхода $\lambda : S \times X \times [0,1] \to Y$ имеет следующую интерпретацию: НА, находящийся в состоянии s, под воздействием входа x инициирует выход y, причем значение функции принадлежности элемента (s, x, y) нечеткому подмножеству $S \times X \times Y$ равно некоторой величине $q \in [0, 1]$.

Функция λ фактически порождает множество матриц $\Lambda(x)$ для каждого входа $x \in X$:

$$\Lambda(x) = [v_x(s_i, s_j)], \quad 1 \leqslant\ i \leqslant\ n, 1 \leqslant\ j \leqslant\ p. \tag{3}$$

Здесь величина $v_x(s_i,s_j) \in [0, 1]$ является оценкой степени возможности выхода y_i НА при переходе его из состояния s_i при воздействии входа x.

2. Формулировка задачи и метод ее решения

Вначале приведем формулировку задачи, рассмотренную Д. Хаффменом [10]. Неизвестная входная последовательность (слово) V прикладывается к заданному автомату, находящемуся в известном начальном состоянии $s_0 \in S$, а реакция на эту последовательность (слово) может наблюдаться. Требуется построить эксперимент, проводимый с автоматом после приложения V, который распознает V.

Далее будем считать, что начальное состояние НА известно и может быть любым состоянием множества S.

Ниже рассматривается подобного рода задача, но в качестве преобразователя информации выступает не детерминированный автомат, как у Д. Хаффмена, а нечеткий автомат, описанный в предыдущем разделе статьи.

Введем некоторые понятия и обозначения, которые понадобятся в дальнейшем изложении. Пусть s_0 есть известное начальное состояние НА A и на него подано неизвестное входное слово $v = v_1, v_2, ..., v_k$. Этот НА A выдает выходное слово $w = w_1, w_2, ..., w_k$, которое наблюдается. По таблице переходов-выходов (или по графу НА A) построим множество всех возможных входных слов $V(s_0, w)$, которым соответствует выход w. Из них с использованием результатов установочного эксперимента (подробнее это будет описано ниже) выделим подмножество всех таких входных слов, которые при функционировании могут породить выход w НА A. Обозначим это подмножество слов через $w^{-1}(s_0, v)$.

Введем теперь следующее определение. НА назовем нечетким автоматом с минимизированной потерей информации (НА МПИ), если

$$\forall s_0 \in S, \quad v \in X^* \quad |w^{-1}(s_0, v)| < |V(s_0, w)|. \tag{4}$$

Здесь X^* означает множество всех слов в алфавите X.

Содержательный смысл понятия НА МПИ заключается в том, что такой инициальный автомат позволяет выделить минимальное множество входных слов, которые порождают выход w. Число таких слов может быть существенно меньше, чем мощность множества $V(s_0, w)$. Понятно, что это уменьшает нечеткость (размытость, неопределенность) решения рассматриваемой обратной задачи.

Будем полагать, что матрицы $T(x), \Lambda(x)$, определяющие возможности изменений переходов состояний и выходов НА [9], заранее заданы и известно начальное состояние НА. Условимся также считать, что в процессе подачи неизвестного входного слова, т.е. в процессе движения НА по соответствующей траектории в пространстве его состояний, замещения состояния и/или выхода на ней происходит не более одного раза. Это ограничение не является принципиальным, но существенно сокращает трудоемкость процедуры обращения выходного слова НА и делает обозримым представленный ниже пример. Отметим, что упомянутое предположение в некотором смысле аналогично, например, часто принимаемому на практике предположению при диагностике цифровых систем о принадлежности их неисправностей классу одиночных константных неисправностей. Известно, что, как правило, последнее действительно имеет место.

Перейдем теперь к описанию метода распознавания искомых входных слов $w^{-1}(s_0, v)$ заданного инициального НА. Отметим, что он аналогичен методу, предложенному в [10].

При функционировании НА реализация альтернативного перехода состояний или альтернативного выхода НА фактически заменяет его соответствующим детерминированным автоматом (ДА). Понятно, что в результате всех таких замен моделирование работы НА эквивалентно моделированию функционирования множества полученных детерминированных автоматов.

Формально для построения множества всех таких детерминированных автоматов можно воспользоваться следующим приемом. В графе НА каждое альтернативное состояние s НА заменяется множеством состояний, содержащим все его альтернативы. При этом все входящие дуги состояния s заменяются дугами, входящими в каждый элемент множества альтернатив состояния s, а выходящие из них дуги направляются в состояние-преемник для s.

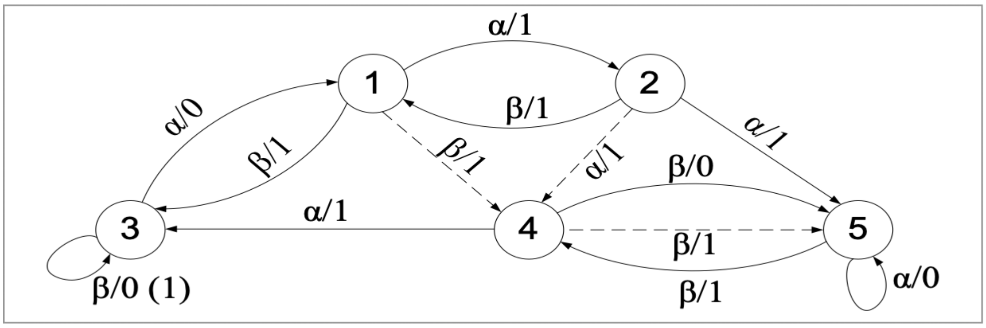
Далее для решения рассматриваемой задачи восстановления неизвестного входа воспользуемся идеей метода, предложенного в [10].

Опишем, как процесс распознавания неизвестного входного слова v для НА выполняется по аналогии с методом Д. Хаффмена. По наблюдаемой выходной последовательности (слову) w и таблице (графу) переходов-выходов НА определяем все возможные входные последовательности (пути в графе) $v_1, v_2, ..., v_k$, которым соответствует выход w. Обозначим через $\tilde{S} = \{s_{i_1}, s_{i_2}, ..., s_{i_k}\}$ множество состояний, в которые переходит автомат из состояния s_0 при подаче неизвестного слова. Теперь построим для множества состояний $\tilde{S}$ так называемую обобщенную установочную последовательность (ОУП) v_H, введенную в [9], и приложим ее к автомату. Обозначим через $\hat{S}$ множество состояний, в которые может перейти автомат после приложения v_H, а наблюдаемый при этом выход НА — через w_H. Далее по выходу ww_H для каждого $s \in \hat{S}$ возможно восстановить соответствующие неизвестные входные слова (их может существовать несколько), и множество всех таких слов и есть решение задачи обращения НА МПИ. Понятно, что каждое такое слово соответствует некоторому пути в структуре графа НА, описанной выше, ведущему из начального состояния НА в одно из состояний множества $\hat{S}$.

При решении рассматриваемой задачи обращения методом [10] для дискретного автомата (ДА) неизвестное входное слово восстанавливалось однозначно, если в ДА отсутствовали пары состояний с потерей информации [6]. Последнее влекло за собой требование минимальности ДА. В случае НА предполагается, что состояния с потерей информации в нем всегда присутствуют. Именно это является причиной появления неоднозначности при решении задачи обращения. Поскольку требование однозначности восстановления неизвестного входного слова в случае НА отсутствует, то нет необходимости вводить аналог понятия эквивалентности состояний и, как следствие, аналог понятия минимальности НА, которое нами не используется.

Заметим, что понятие минимальности НА, вообще говоря, ввести можно, и даже различными способами. Выбор подходящего определения, по-видимому, должен определяться исходя из содержательного смысла рассматриваемой проблемы.

Проиллюстрируем предложенный метод на примере. Рассмотрим НА, заданный в виде ориентированного графа (рисунок).



Граф нечеткого автомата / Figure. Fuzzy automaton graph

На нем возможные альтернативные переходы изображены пунктирными дугами. Соответствующие альтернативные выходы НА представлены на дуге графа в круглых скобках после «основного» выхода. Как видно из рисунка, множество состояний НА есть $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, входной алфавит $X = \{\alpha, \beta\}$, выходной алфавит $Y = \{0, 1\}$. Пусть известно, что начальное состояние НА есть $s_0 = 1$. В представленном НА альтернативный переход имеется из состояния 1 (в состояние 4), из состояния 2 (в состояние 4), из состояния 4 (в состояние 5), а состояние 3 имеет альтернативный выход (1).

Пусть на вход этого НА подано неизвестное входное слово длины 3, а наблюдаемый выход есть $w = 1, 1, 1$. Требуется восстановить неизвестное входное слово.

Используя граф на рисунке, построим все возможные входные слова вида $v = v_1, v_2, v_3$, которые порождают выходное слово $w = 1, 1, 1$. Для заданного НА приведем 4 возможных входных слова и траектории движения НА при их подаче:

$$
\begin{aligned}
&1)\ 1 \xrightarrow{\alpha/1} 2 \xrightarrow{\beta/1} 1 \xrightarrow{\alpha/1} 2,\\
&2)\ 1 \xrightarrow{\alpha/1} 2 \xrightarrow{\beta/1} 1 \xrightarrow{\beta/1} 3,\\
&3)\ 1 \xrightarrow{\alpha/1} 2 \xrightarrow{\beta/1} 1 \xrightarrow{\beta/1} 4,\\
&4)\ 1 \xrightarrow{\alpha/1} 2 \xrightarrow{\alpha/1} 1 \xrightarrow{\beta/1} 4.
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

Из этих данных видно, что в трех из четырех возможных вариантов будет наблюдаться выход $w = 1, 1, 1$, когда альтернативных переходов в НА не происходит, а в третьем один такой переход имеется.

Представленные варианты траекторий порождаются в случае, когда число произошедших альтернативных переходов не более одного. Кроме них имеется еще три возможных траектории, которые используют два альтернативных перехода. Они исключены из дальнейшего рассмотрения из-за наложенного выше ограничения на допустимую кратность альтернативных переходов. К примеру, траектория $1 \xrightarrow{\beta/1} 3 \xrightarrow{\beta/1} \xrightarrow{\beta/1} 3 \xrightarrow{\alpha/1} 3$ имеет два альтернативных перехода и потому исключена из дальнейшего рассмотрения.

Из приведенных выше четырех вариантов траекторий (5) следует, что множество состояний, в которые переходит НА после подачи неизвестного слова v, есть $\tilde{S} = \{2, 3, 4\}$. Теперь построим для заданного НА с этим множеством допустимых начальных состояний ОУП, определение которой и метод построения подробно изложены в [9]. Напомним, что содержательно подача ОУП на НА и наблюдение его выхода позволяет уменьшить число возможных состояний, в котором автомат может находиться после подачи ОУП [9].

Используя метод построения ОУП, предложенный в [9], в качестве такой последовательности получаем, например, ОУП $v_H = \alpha\beta$. Отметим, что таких последовательностей в общем случае может быть несколько. Ниже представлены траектории движения НА при подаче этой ОУП при допустимых начальных состояниях НА из множества $\tilde{S}$: 1) $2 \xrightarrow{\alpha/1} 5 \xrightarrow{\beta/1} 4$, 2) $3 \xrightarrow{\alpha/0} 1, \xrightarrow{\beta/1} 4$, 3) $3 \xrightarrow{\alpha/0} 1 \xrightarrow{\beta/1} 3$, 4) $4 \xrightarrow{\alpha/1} 3 \xrightarrow{\beta/0} 3$, 5) $4 \xrightarrow{\alpha/1} 3 \xrightarrow{\beta/1} 3$.

Как видно из этих данных, в ответ на подачу слова $\alpha\beta$ заданный НА может выдать соответственно выходные слова $11, 01, 01, 10, 11$.

Понятно, что по наблюдаемой реакции становятся известными состояния множества $\tilde{S} = \{2, 3, 4\}$, в котором НА находится после подачи неизвестного слова v. Зная это состояние, из соотношений (5) определяются возможные входные слова НА, порождающие выходное слово $w = 1, 1, 1$. Так, если реакция на ОУП равна 1,1, то входное слово принадлежит множеству $\{\alpha\beta\alpha,\ \alpha\beta\beta\}$; если реакция есть 0,1, то входное слово принадлежит множеству $\{\alpha\beta\beta\}$; если реакция есть 10, то входное слово принадлежит множеству $\{\alpha\beta\beta,\ \alpha\alpha\beta\}$.

Трудоемкость метода восстановления входного слова в основном определяется затратами на построение ОУП. Понятно, что чем меньше ее длина, тем меньше затраты. Отсюда возникает оптимизационная задача синтеза минимальной по длине ОУП. Естественной является также еще одна оптимизационная задача — это нахождение среди всех входных слов, являющихся решением задачи обращения, такого слова, вероятность появления которого на входе НА максимальна.

Неопределенность (нечеткость) полученного решения задачи обращения естественно оценивать по числу различных слов, входящих в него. Поэтому возникает оптимизационная задача синтеза ОУП, которая минимизирует упомянутую нечеткость.

Таким образом, задача восстановления неизвестного входного слова для нечетких автоматов может решаться по трем названным критериям в отдельности, либо их комбинации. Это принципиально отличает ее от той же задачи для детерминированного автомата [6], когда используется только один критерий — длина установочного эксперимента.

Кратко укажем на возможные методы решения перечисленных оптимизационных задач. Так, метод поиска минимальной по длине ОУП для НА, основанный на использовании так называемого обобщенного установочного дерева (УД), был предложен в [9].

Задача поиска возможных слов с максимальной вероятностью появления на входах НА может быть решена следующим образом. Матрица $T(x)$, фигурирующая при задании НА, состоит из чисел единичного отрезка, как указано в [9], определяющих степени возможности перехода НА из одного состояния в другое. Эти значения можно интерпретировать как вероятности соответствующих переходов. Тогда для каждого слова в полученном решении задачи обращения легко вычислить вероятность его появления и получить решение оптимизационной задачи.

Наконец, алгоритм минимизации нечеткости решения обратной задачи для НА, т. е. мощности полученного множества возможных входных слов, может быть предложен на основе использования обобщенного установочного дерева (УД) [9]. Этот алгоритм достаточно очевиден и прост, поэтому мы не приводим его.

3. Разновидности нечетких автоматов МПИ

Для детерминированных автоматов в [12] автором предлагаемой статьи описаны и исследованы некоторые разновидности автоматов БПИ. Подобного рода разновидности естественно ввести и рассмотреть для нечетких МПИ-автоматов.

В предыдущем разделе понятие НА МПИ было введено в предположении, что его начальное состояние известно. Задачу обращения выходного слова по аналогии с [12] рассмотрим и для НА с неизвестным начальным состояниям (им может быть любое состояние НА), и соответствующий автомат будем называть обобщенным НА МПИ.

Введем теперь следующее определение. НА A с неизвестным начальным состоянием назовем нечетким обобщенным автоматом с минимизированной потерей информации (НА ОМПИ), если

$$\forall v \in X^* \qquad |w^{-1}(v)| < |V(w)|. \tag{6}$$

Здесь $w^{-1}(v)$ есть множество слов НА, полученных при восстановлении всех возможных слов v, порождающих выходное слово w с учетом результата подачи некоторой ОУП v_H. Через $V(w)$ обозначено множество всех входных слов, порождающее выход w из любого состояния множества S НА по его графу (или таблице) переходов-выходов. В общем случае мощность множества $w^{-1}(v)$ может быть меньше мощности множества $V(w)$.

Легко показать, что метод восстановления входного слова для НА ОМПИ практически почти совпадает с соответствующим методом для инициального НА. Разница заключается лишь в следующем. Построение множества $\tilde{S}$ (аналог такого же множества для инициального НА) выполняется в предположении, что автомат может стартовать из любого своего состояния (для инициального НА — только из заданного состояния s_0). Далее для автомата, находящегося в состояниях множества $\tilde{S}$, строится ОУП v_H, которая подается на вход этого автомата, и наблюдается выходное слово w_H. Наконец, так же как и для инициального НА, по наблюдаемому выходу w_H определяется множество неизвестных входных слов v, порождающих выходное слово w. Полученное множество и есть решение рассматриваемой задачи обращения.

Понятно, что если, как было видно из приведенного выше примера, даже для инициального НА такое множество может содержать несколько искомых возможных входных слов, то это справедливо и для НА ОМПИ.

Напомним, что в [6] было сформулировано понятие состояния с потерей информации (СПИ-состояние) и доказано следующее утверждение: конечный автомат является автоматом БПИ тогда и только тогда, когда он не имеет СПИ-состояний.

В [12] введено более общее, чем в [6], понятие: пара состояний s и t детерминированного автомата называется СПИ-состояниями, если

$$\exists p, q \in X^* \quad \delta(s,p) \ = \delta(t,q) \wedge \lambda(s,p) = \lambda(t,q) \to p \neq q.$$

Это понятие естественным образом распространяется и на НА.

Как было указано выше, функционирование работы НА эквивалентно функционированию соответствующего ему множества детерминированных автоматов (обозначим его через DA), получаемых при всех допустимых замещениях состояний и выходов рассматриваемого НА.

Используя этот факт, сформулируем следующее утверждение.

Теорема 1. *Для того чтобы нечеткий автомат был НА ОМПИ, необходимо и достаточно, чтобы ни один из автоматов множества DA не имел пар СПИ-состояний.*

Доказательство теоремы почти дословно повторяет доказательство аналогичной теоремы 3.1 из [13], поэтому здесь не приводится.

В [12] для детерминированных автоматов предложено также обобщение автомата БПИ на случай, когда его входной и выходной алфавиты являются структурированными, т. е. $X = X_1 \times X_2 \times ... \times X_n$, $Y = Y_1 \times Y_2 ... Y_m$. Это означает, что каждое слово в таких алфавитах появляется по соответствующим n и m штук каналам. Для этого случая рассмотрена задача обращения неизвестных входных слов автомата по заданному фиксированному множеству k входных каналов в предположении, что выходы автомата наблюдаются только по фиксированному множеству l выходных каналов. Автоматы, для которых эта задача имеет единственное решение, естественно называть НА БПИ со структурированными алфавитами.

Можно показать, как такое обобщение легко распространяется и на НА МПИ со структурированными алфавитами, и можно получить необходимое и достаточное условие принадлежности НА к этому классу. Соответствующие условия формулируются в виде полного аналога теоремы, приведенной нами выше.

Как уже упоминалось, в [11] была введена и исследована разновидность инициальных БПИ-автоматов, названных БПИ-автоматами конечного порядка (БПИК-автоматами). Напомним, что для них возможно однозначное решение задачи восстановления первого слова неизвестной входной последовательности по наблюдаемой выходной последовательности длины N. Здесь N есть минимальное значение (свое для каждого конкретного автомата), при котором сформулированная задача оказывается разрешимой.

По аналогии с описанными нами выше разновидностями нечетких МПИ-автоматов можно определить обобщенные МПИК-автоматы и МПИК-автоматы со структурированными входным и выходным алфавитами. Такие автоматы предполагают отказ от знания начального состояния нечеткого МПИ-автомата и, во-первых, возможность восстановления не всего, а только первого слова входной последовательности, и, во-вторых, его символов, подаваемых по входным каналам из заранее заданного подмножества всех входных каналов.

Мы не останавливаемся на формальном определении этих разновидностей нечетких МПИК-автоматов, поскольку соответствующая методология вполне очевидна по прецеденту определения обобщенных МПИ-автоматов.

Для решения таких задач в общем случае необходима формализация, которая влечет необходимость получения экспертных оценок используемых критериев и выявления имеющихся между ними отношений. Известно, что имеют место ситуации, когда применяемые критерии могут противоречить друг другу, либо действовать согласовано, либо быть совершенно независимыми.

Сейчас известны разные подходы к решению многокритериальных задач. Так, возможно выделение наиболее важного критерия и решение задачи при этом критерии.

Что касается остальных критериев, то они в этом случае играют роль дополнительных ограничений. Другой подход базируется, например, на упорядочении множества критериев и решении задачи последовательно по каждому критерию. Еще один известный подход связан со сведением задачи к одному критерию с использованием весовых коэффициентов для каждого критерия. Понятно, что в этом случае соответствующие коэффициенты должны быть получены путем экспертных оценок.

Многокритериальные задачи являются предметом специальных исследований, и им посвящено много публикаций. Такие исследования находятся вне рамок нашей статьи, но мы укажем две известные монографии [14, 15], которые посвящены этой проблематике.

Заключение

В статье введены и рассмотрены различные разновидности нечетких автоматов, являющихся в некотором смысле аналогами детерминированных БПИ-автоматов. Последние позволяют получать однозначные решения различных типов задач обращения неизвестных входных последовательностей по наблюдаемым выходам. Показано, что для нечетких автоматов аналоги подобного рода задач в общем случае в качестве решений имеют конечное множество различных входных последовательностей. Кроме того, поиск решений для НА возможно осуществлять по различным критериям, в то время как для детерминированных автоматов традиционно используется всегда только один критерий. В статье сформулированы соответствующие оптимизационные задачи для НА и указаны возможные способы их решения.

Список литературы

1. *Калман Р., Фалб П., Арбиб М.* Очерки по математической теории систем. Москва : Едиториал УРСС, 2004. 400 с.
2. *Ильин А. В., Коровин С. К., Фомичев И. И.* Методы робастного управления динамических систем. Москва : Физматлит, 2009. 222 с.
3. *Elenberg S.* Automata, Languages and Machines. New York ; London : Academy Press, 1974. 387 p.
4. *Ковалев Ф. М., Козловский В. А., Щербак В. Ф.* Обращение динамических систем переменной размерности в проблемах криптографического преобразования информации // Прикладная дискретная математика. 2008. № 2. С. 39–44.
5. *Пушков С. Г.* Обращение линейных систем на основе реализации в пространстве состояний // Известия РАН. Теория и системы управления. 2018. № 1. С. 9–19. https://doi.org/10.7868/S000233881801002X
6. *Gill A.* Introduction to the Theory of Finite-State Machines. New York : McGrow-Hill, 1962. 218 p.
7. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets // Information and Control. 1965. Vol. 8, iss. 3. P. 338–353.
8. *Dubois D., Prade H.* Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications. New York : Academy Press, 1980. 236 p.
9. *Сперанский Д. В.* Эксперименты с нечеткими автоматами // Автоматика и телемеханика. 2015. № 2. С. 107–124.
10. *Huffman D. A.* Canonical forms for information-lossless finite-state logical machines // *IRE Transactions on Circuit Theory*. 1959. Vol. 6, № 5. P. 41–59. https://doi.org/10.1109/TCT.1959.1086614
11. *Even S.* On information lossless automata of finite order // IEEE Trans. Elect. Comput. 1965. Vol. EC-14, iss. 4. P. 561–569. https://doi.org/10.1109/PGEC.1965.263996
12. *Сперанский Д. В.* Лекции по теории экспериментов с конечными автоматами. Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2010. 287 с.

13. *Богомолов А. М., Грунский И. С., Сперанский Д. В* Контроль и преобразования дискретных автоматов. Киев : Наукова думка, 1975. 176 с.
14. *Кини Р. Л., Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. Москва : Радио и связь, 1981. 347 с.
15. *Steuer R. E.* Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application. New York : John Willey and Sons, Inc, 1986. 546 p.

References

1. Kalman R., Falb P., Arbib M. *Topics in Mathematical System Theory*. New York, McGraw-Hill, 1969. 358 p. (Russ. ed.: Moscow, Editorial URSS, 2004. 400 p.).
2. Ilyin A. V., Korovin S. K., Fomichev I. I. *Metody robastnogo upravleniya dinamicheskikh sistem* [Methods of Robust Control of Dynamical Systems]. Moscow, Fizmatlit, 2009. 219 p. (in Russian).
3. Eilenberg S. *Automata, Languages and Machines*. New York, London, Academy Press, 1974. 387 p.
4. Kovalev F. M., Kozlovsky V. A., Scherbak V. F. Reversible dynamical systems of variable dimension in problems of cryptographic transformation of information. *Applied Discrete Mathematic*, 2008, no. 2, pp. 39–44 (in Russian).
5. Pushkov S. G. Inversion of linear systems on the basis of state space realization. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2018, vol. 57, pp. 7–17. https://doi.org/10.1134/S1064230717050094
6. Gill A. *Introduction to the Theory of Finite-State Machines*. New York, McGrow-Hill, 1962. 218 p.
7. Zadeh L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, 1965, vol. 8, iss. 3, pp. 338–353.
8. Dubois D., Prade H. *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. New York, Academy Press, 1980. 236 p.
9. Speranskiy D. V. Experiments with fuzzy finite state machines. *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76, pp. 278–291. https://doi.org/10.1134/S0005117915020071
10. Huffman D. A. Canonical forms for information-lossless finite-state logical machines. *IRE Transactions on Circuit Theory*, 1959, vol. 6, no. 5, pp. 41–59. https://doi.org/10.1109/TCT.1959.1086614
11. Even S. On information lossless automata of finite order. *IEEE Transactions on Electronic Computers*, 1965, vol. EC-14, iss. 4, pp. 561–569. https://doi.org/10.1109/PGEC.1965.263996
12. Speranskiy D. V. *Lektsii po teorii experimentov s konechnymi avtomatami* [Lectures on the Theory of Experiments with Finite Automata]. Moscow, Internet-Universitet Informatsionnykh Tekhnologiy, 2010. 287 p. (in Russian).
13. Bogomolov A. M., Grunsky I. S., Speransky D. V. *Kontrol' i preobrazovaniya diskretnykh avtomatov* [Control and Transformation of Discrete Automata]. Kiev, Naukova dumka, 1975. 176 p. (in Russian).
14. Kini R. L., Raifa H. *Prinyatie resheniy pri mnogikh kriterijakh: predpochteniya i zameshcheniya* [Decision-Making under Many Criteria: Preferences and Substitution]. Moscow, Radio i svyaz', 1981. 347 p. (in Russian).
15. Steuer R. E. *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application*. New York, John Willey and Sons, Inc, 1986. 546 p.

Поступила в редакцию / Received 22.06.2021
Принята к публикации / Accepted 30.08.2021
Опубликована / Published 31.03.2022