

МЕХАНИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2022. Т. 22, вып. 3. С. 332–345
Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics, 2022, vol. 22, iss. 3, pp. 332–345

mmi.sgu.ru

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-3-332-345>

EDN: YEFZXJ

Научная статья

УДК 536.24

Влияние модуляции скорости кровотока в периферических сосудах на температуру наружной стенки сосуда: конечно-элементное моделирование связанной задачи

Д. И. Майсков¹, А. А. Сагайдачный^{1✉},
М. Д. Матасов², А. В. Фомин¹, А. В. Скрипаль¹

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

²Государственный научный центр Российской Федерации «Исследовательский центр имени М. В. Келдыша», Россия, 125438, г. Москва, ул. Онежская, д. 8

Майсков Дмитрий Игоревич, аспирант кафедры медицинской физики, dmayskov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3487-2590>, AuthorID: 1035884

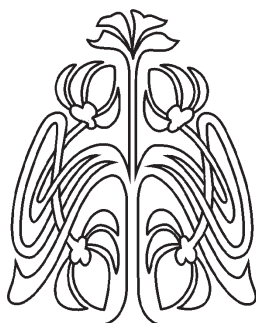
Сагайдачный Андрей Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, andsag@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5296-1968>, AuthorID: 612410

Матасов Максим Дмитриевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, maxime.matasov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1217-6516>, AuthorID: 523531

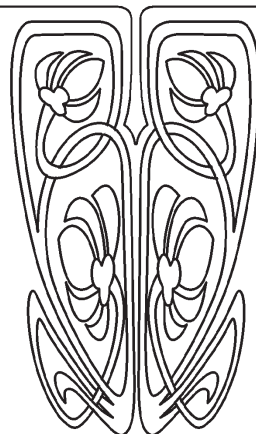
Фомин Андрей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, 89050344175@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1568-8317>, AuthorID: 683997

Скрипаль Анатолий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой медицинской физики, skripalav@info.sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9080-0057>, AuthorID: 33340

Аннотация. Проведено конечно-элементное моделирование процесса передачи тепла от крови к стенке артериального сосуда с целью решения более общей задачи определения взаимосвязи амплитудно-частотных характеристик колебаний



Научный
отдел





объемной скорости кровотока в периферических сосудах с колебаниями температуры на поверхности кожи. Для этого построена модель в пакете ANSYS с подключенным модулем Fluid Flow CFX, включающая домены, относящиеся к крови, стенке цилиндрического сосуда и коже (биоткани). Модель учитывает конвективную теплоотдачу от крови к стенке сосуда и теплопроводность в коже. Поставлена соответствующая краевая задача, включающая уравнения Навье – Стокса и уравнение теплопроводности Фурье. Получены зависимости колебаний температуры стенки сосуда от амплитуды колебаний объемной скорости кровотока в широком частотном диапазоне 0.01–1 Гц. Выбранный частотный диапазон охватывает все известные на сегодняшний день ритмы колебаний гемодинамики: эндотелиальный, нейрогенный, миогенный, дыхательный и кардиальный. Предложена функция, аппроксимирующая зависимость амплитуды колебаний температуры стенки сосуда от амплитуды колебаний объемной скорости кровотока при различных значениях частоты модуляции скорости кровотока. Использование введенной аппроксимирующей функции совместно с решением уравнения теплопроводности для тепловой волны открывает возможность решения обратной задачи определения динамики объемной скорости кровотока в артериальном сосуде на основе данных о динамике температуры на поверхности кожи.

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, уравнения Навье – Стокса, скорость кровотока, кожа, температура, кровотоки, артериальные сосуды

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 21-75-00035).

Для цитирования: Майсков Д. И., Сагайдачный А. А., Матасов М. Д., Фомин А. В., Скрипаль А. В. Влияние модуляции скорости кровотока в периферических сосудах на температуру наружной стенки сосуда: конечно-элементное моделирование связанной задачи // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2022. Т. 22, вып. 3. С. 332–345. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-3-332-345>, EDN: YEFZXJ

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

Influence of the modulation of the blood flow velocity in peripheral vessels on the temperature of the outer wall of the vessel: Finite element modeling of the adjoint problem

D. I. Mayskov¹, A. A. Sagaidachnyi¹✉, M. D. Matasov²,
A. V. Fomin¹, A. V. Skripal¹

¹Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

²Keldysh Research Center, 8 Onezhskaya St., Moscow 125438, Russia

Dmitry I. Mayskov, dmayskov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3487-2590>, AuthorID: 1035884

Andrey A. Sagaidachnyi, andsag@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5296-1968>, AuthorID: 612410

Maksim D. Matasov, maxime.matasov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1217-6516>, AuthorID: 523531

Andrey V. Fomin, 89050344175@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1568-8317>, AuthorID: 683997

Anatoly V. Skripal, skripalav@info.sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9080-0057>, AuthorID: 33340

Abstract. A finite element modelling of the process of the heat transfer from blood to the wall of an arterial vessel was carried out in order to solve a more general problem of determining



the relationship between the amplitude-frequency characteristics of fluctuations in the volumetric blood flow velocity in peripheral vessels with temperature oscillations on the skin surface. A model was built in the ANSYS software with Fluid Flow CFX module which includes domains related to blood, the wall of a cylindrical vessel, and skin (bio-tissue). The model takes into account the convective heat transfer from blood to the vessel wall and thermal conductivity in the skin. The corresponding boundary value problem is posed which includes the Navier – Stokes equation and the Fourier heat equation. Dependences of the temperature oscillations of the vessel wall on the amplitude of fluctuations in the volumetric blood flow velocity in a wide frequency range of 0.01–1 Hz were obtained. The selected frequency range covers all currently known rhythms of hemodynamic fluctuations: endothelial, neurogenic, myogenic, respiratory and cardiac. A function is proposed that approximates the dependence of the amplitude of vessel wall temperature oscillations on the amplitude of the oscillations of the volumetric blood flow at various values of the blood flow velocity modulation frequency. The use of the introduced approximating function together with the solution of the heat equation for a thermal wave opens up the possibility of solving the inverse problem of determining the dynamics of volumetric blood flow in an arterial vessel based on the data on the temperature dynamics on the skin surface.

Keywords: heat equation, Navier – Stokes equations, blood flow velocity, skin, temperature, blood flow, arterial vessels

Acknowledgements: The study was supported by the Russian Science Foundation (project No. 21-75-00035).

For citation: Mayskov D. I., Sagaidachnyi A. A., Matasov M. D., Fomin A. V., Skripal A. V. Influence of the modulation of the blood flow velocity in peripheral vessels on the temperature of the outer wall of the vessel: Finite element modeling of the adjoint problem. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2022, vol. 22, iss. 3, pp. 332–345 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-3-332-345>, EDN: YEFZXJ

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение

Кровеносные сосуды человека могут рассматриваться в качестве среды для распространения волн давления и скорости в широком диапазоне частот. Наиболее часто математическому анализу подвергается пульсовая волна, обусловленная сердечными пульсациями и обычно занимающая спектральный диапазон (0.5–2 Гц). Помимо пульсовой волны существуют и более низкочастотные процессы регулирования гемодинамики, приводящие к возникновению колебаний скорости, давления и просвета кровеносных сосудов, например, дыхательные волны, влияние миогенной, нейрогенной, эндотелиальной регуляции тонуса сосудов [1]. Поэтому для полного описания тепловых и реологических биомеханических процессов необходимо анализировать данные в полном частотном диапазоне, охватывающем все вышеперечисленные механизмы от эндотелиального, с центральной частотой 0.01 Гц, до кардиального, с центральной частотой 1 Гц.

Модуляция периферической гемодинамики в широком диапазоне частот приводит к модуляции тепловых потоков, передающихся от крови к биологической ткани и распространяющихся к поверхности кожи в соответствии с законом теплопроводности Фурье против градиента температуры. Как было показано ранее в работе [2], распространение амплитудно-модулированного низкочастотного теплового сигнала в коже (биоткани) может описываться решением уравнения теплопроводности с граничными условиями, изменяющимися по гармоническому закону (распространение тепловой



волны). Большинство работ в данной предметной области посвящено изучению постоянного или периодического нагрева биологической ткани со стороны поверхности кожи [3, 4]. Аналитическому и численному расчету тепловых процессов в коже, являющихся следствием медленных гемодинамических процессов, посвящены единичные работы, например [5, 6]. Решение задачи конвективного теплообмена крови и стенки сосуда с учетом реалистичных физиологических и физических параметров рассматриваемой модельной структуры позволит определить граничные условия для задачи распространения тепловой волны в слое биоткани и, таким образом, обеспечит более полное математическое описание взаимосвязи низкочастотных гемодинамических процессов в кровеносных сосудах с температурными колебаниями на поверхности кожи. Последнее обеспечит возможность восстановления параметров гемодинамики в периферических сосудах на основе данных о температуре кожи, что может иметь прикладное значение в области медицинской диагностики.

Таким образом, целью настоящей работы является установление зависимости амплитуды колебаний температуры наружной стенки сосуда от амплитуды колебаний скорости кровотока в диапазоне частот (0.01–1 Гц), соответствующих физиологическим ритмам эндотелиальных, нейрогенных, миогенных, дыхательных и кардиальных колебаний кровотока в периферических кровеносных сосудах.

1. Материалы и методы

Для решения поставленной задачи использовался пакет конечно-элементного моделирования ANSYS 2022 с подключенным модулем Fluid Flow CFX. Анализируемая структура представляла собой цилиндрический сегмент кровеносного сосуда, погруженный в биоткань. Биоткань ограничена сверху поверхностью кожи, контактирующей с внешней средой (воздухом) (рис. 1). Для описания тепловых процессов в коже использовалась модель эффективной среды, в которой задавались теплофизические свойства, усредненные по слоям дермы и эпидермиса. В результате кожа (биоткань) рассматривалась как монослой, контактирующий в нижней части со стенкой кровеносного сосуда, в верхней — с окружающей средой (воздухом). В модели использовались геометрические параметры и скорость кровотока для лучевой артерии.

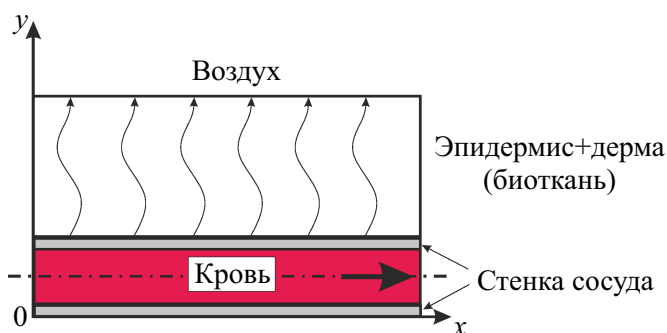


Рис. 1. Модельная структура в виде сосуда с кровью под слоем кожи (стрелками схематично показано распространение тепловых потоков от стенки сосуда)

Fig. 1. Model structure of a vessel containing blood that lies under the layer of skin (arrows schematically show the heat flows from the vessel wall)

1.1. Предположения модели и упрощения

1. Предполагалось, что биологическая ткань нагревается вследствие конвекционной теплоотдачи от крови к стенке сосуда, кондукционной теплоотдачи от стенки сосуда к биоткани и внутри слоя биоткани. Метаболическая тепловая составляющая считалась постоянной во времени.



2. Учитывалось, что кровь является вязкой, несжимаемой, ньютоновской жидкостью, для которой тангенциальная составляющая силы, действующей на слой жидкости, определяется законом вязкости Ньютона:

$$F = \mu \frac{d\vec{v}}{dx} S, \quad (1)$$

где μ — коэффициент динамической вязкости, \vec{v} — скорость слоя крови, S — площадь слоя, x — координата.

3. Поверхностное сосудистое сплетение находится в условиях, близких к тепловому равновесию с окружающей биологической тканью в соответствии с результатами [7]. Кровь в рассматриваемом сосуде считается основным источником переменного амплитудно-модулируемого теплового потока, распространяющегося по структуре в виде тепловой волны (см. рис. 1).

4. Начальные условия распределения скорости при решении нестационарной задачи конвективного теплообмена определялись в результате решения стационарной задачи.

1.2. Математическая постановка краевой задачи

В рассматриваемой структуре (см. рис. 1) теплоперенос в движущейся крови осуществляется как за счет теплопроводности, так и за счет конвекции, теплоперенос в стенке сосуда и биоткани — только за счет теплопроводности. Кровь характеризуется векторным полем скоростей $\vec{v}(x, y, z, t)$, скалярными полями давления $p(x, y, z, t)$ и температуры $T_b(x, y, z, t)$. Для движущегося малого объема крови выполняется закон сохранения тепловой энергии. При этом уравнение баланса энергии при отсутствии внутренних источников тепла запишется в виде уравнения теплопроводности Фурье – Кирхгофа для жидкости:

$$\frac{\partial T_b}{\partial t} + v_x \frac{\partial T_b}{\partial x} + v_y \frac{\partial T_b}{\partial y} + v_z \frac{\partial T_b}{\partial z} = \chi \left(\frac{\partial^2 T_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_b}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_b}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

где v_x, v_y, v_z — x, y и z — компоненты скорости движения частиц крови соответственно, $\chi = \lambda_b / c_b \rho_b$ — коэффициент температуропроводности крови, λ_b — коэффициент теплопроводности крови, c_b, ρ_b — теплоемкость и плотность крови соответственно. Левая часть уравнения (2) представляет собой полную или субстанциональную производную температуры по времени, учитывающую локальное изменение температуры во времени и изменение температуры, связанное с движением частиц крови в результате конвекции. Правая часть уравнения (2) описывает пространственное изменение температуры.

Для определения изменения компонент скорости v_x, v_y, v_z в уравнении (2) во времени и в пространстве необходимо записать уравнение движения, которое в случае движения частиц вязкой, несжимаемой, ньютоновской жидкости в поле массовых сил записывается в виде уравнений Навье – Стокса (3)–(5), дополненных уравнением неразрывности (6) для случая $\rho = \text{const}$ [8, 9]:

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (4)$$



$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Левая часть уравнений (3)–(5) представляет собой произведение плотности на ускорение, правая часть — равнодействующую двух сил: силы вязкого трения и градиента давления. Таким образом, уравнения (3)–(5) выражают второй закон Ньютона.

Уравнение неразрывности (6) представляет собой условие отсутствия в рассматриваемом объеме жидкости стоков и истоков вещества или, по-другому, равенство количества жидкости, втекающей и вытекающей из элементарного объема (закон сохранения массы).

Поскольку в анализируемой структуре присутствуют вещества как в жидкой фазе (кровь), так и в твердой фазе (стенка сосуда, биоткань), то для математического описания теплоотдачи кровь – стенка сосуда необходимо использовать уравнение теплопроводности для жидкости (2), учитывающее скорость движения частиц. Для описания передачи тепла в стенке сосуда, в биоткани и на их границе использовалось уравнение теплопроводности для твердого тела, которое совпадает с уравнением (2) в предположении нулевой скорости движения частиц, относящихся к стенке сосуда и коже. При описании тепловых процессов в структуре, представляющей собой совокупность биоткани и сосудов с кровью как целое, может использоваться биотепловое уравнение Пеннеса, в котором учитывается теплоотдача от крови к ткани за счет ненулевой перфузии [10]. Так как в решаемой задаче сосуд с кровью являлся отдельным слоем, было выбрано уравнение теплопроводности в виде (2).

Таким образом, при решении поставленной задачи об установлении взаимосвязи между амплитудой колебаний скорости кровотока в сосуде и амплитудой колебаний температуры наружной стенки сосуда используется система дифференциальных уравнений, состоящая из уравнения теплопроводности для жидкости (крови) (2), уравнений движения Навье – Стокса (3), уравнения неразрывности (6), с помощью которой рассчитывается конвективный теплообмен крови со стенкой сосуда. Такая система представляется в виде совокупности уравнений (2), (3) и (6), которые в векторной форме записываются в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial T_b}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) T = \chi \cdot \Delta T, \\ \rho \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = \mu \Delta \vec{v} - \nabla \vec{p}, \\ \operatorname{div} \vec{v} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

где ∇ — оператор набла, $\Delta = \nabla^2$ — оператор Лапласа.

Решение этой системы определяет изменение граничных условий (температуры) на нижней границе слоя стенки сосуда, теплоперенос в которой описывается уравнением теплопроводности для твердого тела в предположении нулевой скорости движения частиц среды. В свою очередь, теплопроводность в объеме и кондуктивная теплоотдача от стенки сосуда в биоткань определяют изменение граничных условий (температуры) для нижней границы слоя биоткани, тепло в которой распространяется по объему



и «сбрасывается» в более холодную окружающую среду. Таким образом, решаемая задача относится к классу связанных.

Изменение объемной скорости кровотока вдоль сосуда задавалось в виде суммы постоянной Q_{DC} и переменной Q_{AC} составляющих в виде

$$Q(t) = Q_{DC} + Q_{AC}(t), \quad Q_{AC}(t) = A \cdot (0.1 + 0.1 \sin(2\pi ft)), \quad Q_{DC} = \text{const}, \quad (8)$$

где A — амплитуда, f — частота. Таким образом, объемная скорость кровотока $Q(t)$ определялась как сумма постоянной составляющей и размаха переменной составляющей. Вариация значений суммарной объемной скорости кровотока создавалась только за счет изменения амплитуды колебаний переменной составляющей. Амплитудный коэффициент A принимал значения 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50. Так, при $A = 1$ размах переменной составляющей представлял собой 20% от максимальной суммарной скорости кровотока, а значение постоянной составляющей — остальные 80% амплитуды. В результате в модель подставлялось 6 значений суммарной объемной скорости кровотока: $Q_1 = 0.433 \text{ см}^3/\text{с}$, $Q_2 = 0.475 \text{ см}^3/\text{с}$, $Q_3 = 0.528 \text{ см}^3/\text{с}$, $Q_4 = 0.95 \text{ см}^3/\text{с}$, $Q_5 = 1.478 \text{ см}^3/\text{с}$, $Q_6 = 5.702 \text{ см}^3/\text{с}$.

Амплитуда и диапазон скорости кровотока задавались в соответствии с результатами натуральных измерений этих величин в лучевой артерии ультразвуковым методом [11]. Диапазон изменения частоты модуляции скорости кровотока f (0.01–1 Гц).

Граничные условия. Для однозначного определения рассматриваемого процесса определим граничные условия для всех слоев рассматриваемой структуры. Температура крови во входном сечении постоянна, физические параметры всех слоев модели считались постоянными, не зависящими от температуры вследствие ограниченности рассматриваемого диапазона физиологических температур. Модель содержит несколько границ раздела слоев: кровь — стенка сосуда, стенка сосуда — биоткань, биоткань — воздух. Используемые параметры модели приведены в таблице.

Непосредственно у самой стенки сосуда поток крови будет всегда ламинарным, поэтому тепло от крови к стенке передается только путем теплопроводности в соответствии с дифференциальным уравнением Ньютона – Рихмана (граничное условие III рода):

$$-\lambda_b \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_1 (T_b - T_v(t)), \quad (9)$$

где $\frac{\partial T}{\partial n}$ — изменение температуры в направлении нормали к стенке сосуда, α_1 — коэффициент теплоотдачи от крови к стенке сосуда. Теплопередача на границе биоткань – воздух определялась также граничным условием вида (9) с коэффициентом теплоотдачи α_2 . Учитывалось, что теплопередача на границе стенка сосуда – биоткань происходит только за счет теплопроводности. Так называемые условия прилипания жидкости задавались в виде $v_n = 0$, $v_t = 0$, где v_n и v_t — нормальная и касательная составляющие скорости крови на границе кровь – стенка сосуда. Первое условие описывает непроницаемость стенки сосуда для крови, второе — отсутствие проскальзывания крови, как вязкой жидкости, вдоль стенки сосуда.

Таким образом, внутри области исследования поставлена краевая задача в виде заданной системы уравнений движения (7) для переменной скорости движения крови (8), давления с граничными и начальными условиями для каждого рассматриваемого слоя (см. п. 1.3).



Значения параметров модели / Table. Parameters of the model

| Слой Layer | Параметры Parameters | Значение Value |
|-----------------|---|--------------------------|
| Воздух | α_1 — коэффициент теплоотдачи с поверхности кожи | 5 Вт/(м ² ·К) |
| | T_a — температура | 25°С |
| Кожа (биоткань) | λ_s — коэффициент теплопроводности | 0.53 Вт/(м·К) |
| | c_s — коэффициент теплоемкости | 3800 Дж/(кг·К) |
| | ρ_s — плотность | 1200 кг/м ³ |
| Стенка сосуда | λ_v — коэффициент теплопроводности | 0.50 Вт/(м·К) |
| | c_v — коэффициент теплоемкости | 3768 Дж/(кг·К) |
| | ρ_v — плотность | 1270 кг/м ³ |
| | T_v — начальная температура | 36.6°С |
| Кровь | c_b — коэффициент теплоемкости | 3900 Дж/(кг·К) |
| | ρ_b — плотность | 1062 кг/м ³ |
| | μ — вязкость | 0.0175 кг/(м·с) |
| | λ_b — коэффициент теплопроводности | 0.55 Вт/(м·К) |
| | T_b — температура | 37°С |
| | v_b — начальная скорость крови | 30 см/с |

1.3. Параметры задачи в системе ANSYS (задание геометрии и настроек модели)

Начальные условия задавались в соответствии с данными таблицы. Для уменьшения объема вычислений вместо полной цилиндрической оболочки, моделирующей сосуд, рассчитывался цилиндрический сегмент сосуда с углом 45°. Учитывалось радиально симметричное распределение скорости крови. Использовались следующие параметры структуры сосуда: внутренний радиус — 1.4 мм, внешний радиус — 1.6 мм, толщина стенки — 0.2 мм, толщина слоя биоткани — 2 мм. Геометрическая модель разбивалась на 101 000 конечных элементов при помощи сетки с размером элемента 0.00005 м. Тип домена — *Solid Domain*. В решателе CFX выбирался режим *transient*. Общее время анализа составляло 400 с с шагом 0.25 с. Для моделирования теплопроводности в стенке сосуда на вкладке *Solid Models* в разделе *Heat Transfer* выбиралась опция *Thermal Energy*. Для настройки области сосуда с кровью использовался тип домена *Fluid Domain*. На вкладке *Fluid Models* в разделе *Heat Transfer* выбиралась опция *Thermal Energy*. Для задания области кожи использовался домен *Solid Domain*, где на вкладке *Solid Models* в разделе *Heat Transfer* выбиралась опция *Thermal Energy*.

2. Результаты и их обсуждение

В результате проведенных вычислительных экспериментов были получены семейства зависимостей температуры наружной поверхности сосуда от времени при различных значениях амплитуды и частоты колебаний объемной скорости кровотока (рис. 2).

По результатам анализа семейства указанных кривых была построена зависимость размаха амплитуды колебаний температуры сосуда от суммарной амплитуды колебаний объемной скорости кровотока в сосуде (рис. 3).

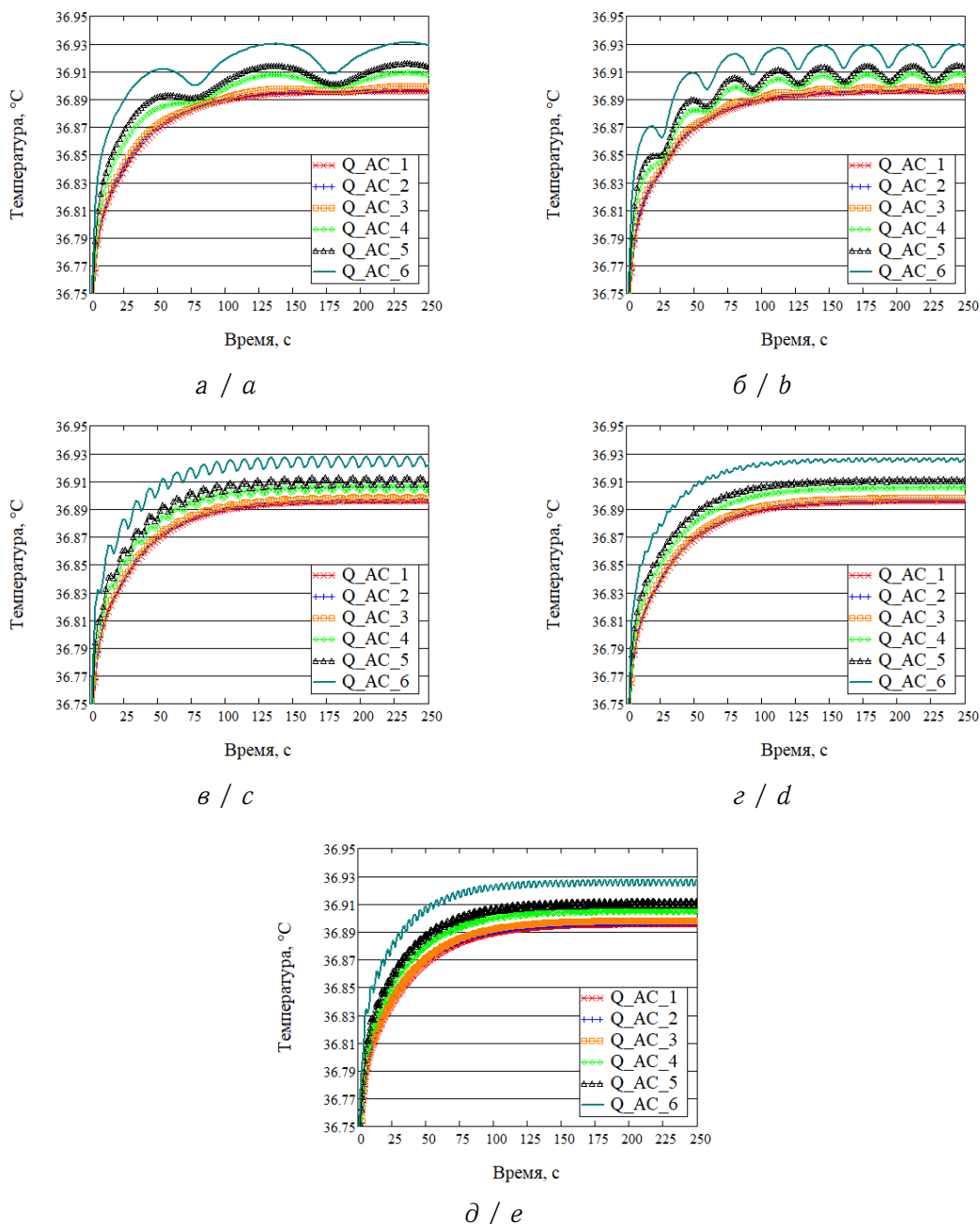


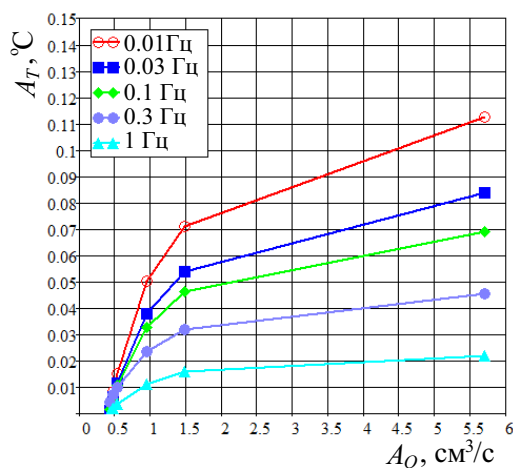
Рис. 2. Семейство зависимостей колебаний температуры наружной поверхности сосуда от времени при различных значениях амплитуд и частот колебаний объемной скорости кровотока в сосуде: а — на центральной частоте эндотелиального диапазона $f = 0.01$ Гц; б — на центральной частоте нейрогенного диапазона $f = 0.03$ Гц; в — на центральной частоте миогенного диапазона $f = 0.1$ Гц; г — на центральной частоте дыхательного диапазона $f = 0.3$ Гц; д — на центральной частоте кардиального диапазона $f = 1$ Гц (цвет онлайн)

Fig. 2. The family of dependences of the temperature oscillations of the outer surface of the vessel on time as a function of the amplitudes and frequencies of oscillations of the volumetric blood flow in the vessel: а — at the central frequency of the endothelial range $f = 0.01$ Hz; б — at the central frequency of the neurogenic range $f = 0.03$ Hz; в — at the central frequency of the myogenic range $f = 0.1$ Hz; д — at the central frequency of the respiratory range $f = 0.3$ Hz; e — at the central frequency of the cardiac range $f = 1$ Hz (collor online)



Рис. 3. Зависимости размаха колебаний температуры поверхности сосуда от амплитуды колебаний объемной скорости кровотока (цвет онлайн)

Fig. 3. Dependences of the range of oscillations in the temperature of the vessel surface on the amplitude of oscillations in volumetric blood flow (collor online)

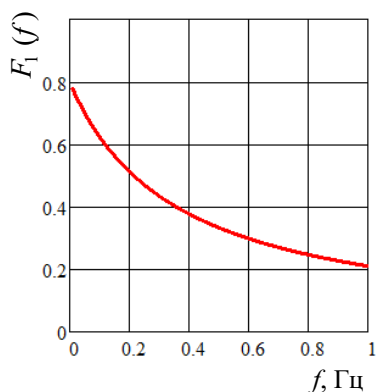


Аппроксимация данных на рис. 3 выполнена в виде произведения двух функций (рис. 4):

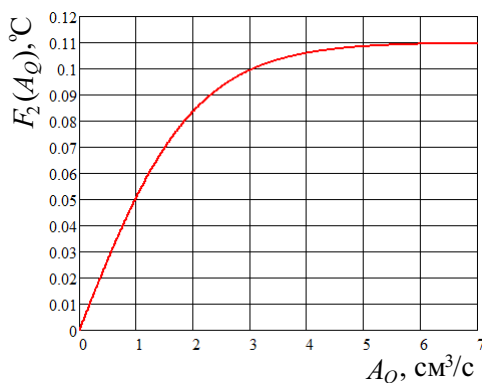
$$F_1(f) = \frac{1}{a \cdot f + b}, \quad (10)$$

$$F_2(A_Q) = c \cdot \left(\frac{2}{1 + \exp(-A_Q)} - 1 \right), \quad (11)$$

где $a = 3.5$, $b = 1.25$, $c = 0.11$.



a / a



b / b

Рис. 4. Аппроксимация зависимости размаха колебаний температуры поверхности сосуда от суммарной амплитуды колебаний объемной скорости кровотока при различной частоте модуляции кровотока: a — $F_1(f)$ затухание колебаний температуры стенки сосуда как функция частоты; b — рост колебаний температуры как функция амплитуды объемной скорости кровотока $F_2(A_Q)$

Fig. 4. Approximation of the dependence of the peak to peak amplitude of vessel surface temperature oscillations on the amplitude of volumetric blood flow oscillations at different frequencies of blood flow modulation: a — function $F_1(f)$ — damping of vessel wall temperature oscillations as a function of frequency; b — function $F_2(A_Q)$ — growth of temperature oscillations as a function of volumetric blood flow amplitude

Формула (10) описывает зависимость размаха колебаний температуры поверхности сосуда от частоты при фиксированной амплитуде колебаний объемной скорости кровотока, а формула (11) — зависимость размаха колебаний температуры от суммарной амплитуды колебаний кровотока при фиксированной частоте. Функция $F_2(A_Q)$



соответствует данным на рис. 3 на частоте 0.01 Гц, поэтому принимается, что при $f = 0.01$ Гц функция $F_1(f) = 1$.

В результате аппроксимирующая кривая

$$A_T^*(f, A_Q) = F_1(f) \cdot F_2(A_Q), \quad (12)$$

где $F_1(f)$, $F_2(A_Q)$ определены формулами (10), (11), является функцией частоты и амплитуды колебаний объемной скорости кровотока. На рис. 5 приведен результат аппроксимации зависимости размаха колебаний температуры от амплитуды колебаний кровотока при различных частотах модуляции.

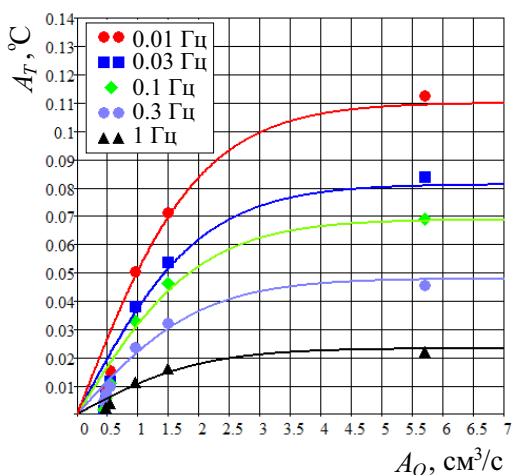


Рис. 5. Функция аппроксимации зависимости размаха колебаний температуры поверхности сосуда от амплитуды колебаний объемной скорости кровотока (маркеры на графике отображают данные модели, сплошные линии — аппроксимацию данных модели с помощью функции $A_T^*(f, A_Q)$) (цвет онлайн)

Fig. 5. Approximation of the dependence of the range of the vessel surface temperature oscillations on the amplitude of volumetric blood flow oscillations (markers on the graph show model data, solid lines — approximation of model data using function $A_T^*(f, A_Q)$) (color online)

2.1. Зависимость амплитуды колебаний температуры от амплитуды колебаний объемной скорости кровотока

При низких значениях амплитуды колебаний кровотока ($Q_1 - Q_4$) характер зависимости амплитуды колебаний температуры сосуда от амплитуды кровотока (см. рис. 3) близок к линейному. При более высоких значениях амплитуды колебаний объемной скорости кровотока функция выходит на плато и в целом представляет собой участок сигмоидальной кривой, аппроксимируемый функцией (11) (см. рис. 4, б).

Сравнение данных на разных частотах и анализ функции (10) показывают, что затухание колебаний температуры обратно пропорционально первой степени частоты колебаний кровотока. При этом, как было показано ранее [2], затухание амплитуды колебаний температуры (тепловой волны) в объеме биоткани пропорционально $\exp(-\sqrt{\pi f / \chi} \cdot y)$, где y — глубина регистрации температуры.

Повышение амплитуды колебаний объемной скорости кровотока приводит к повышению средней скорости нагрева поверхности сосуда (рис. 2). Скорость роста низкочастотной части температурного сигнала можно оценить посредством подстановки в модель суммы постоянной составляющей Q_{DC} и действующего значения переменной составляющей $0.7 \cdot Q_{AC}$.

2.2. Возможность определения амплитуды колебаний кровотока на основе данных о колебаниях температуры поверхности кожи

По объемной скорости кровотока с использованием аппроксимирующей функции (12) можно определить амплитуду колебаний температуры поверхности сосуда, затем необходимо использовать выражение для затухания амплитуды тепловой волны $\exp(-\sqrt{\pi f / \chi} \cdot y)$, с помощью которого определить амплитуду колебаний температуры



на поверхности кожи. Использование выражения обратного (12) в комбинации с функцией затухания тепловой волны дает возможность определять амплитуду колебаний объемной скорости кровотока в сосуде по амплитуде колебаний температуры поверхности кожи.

Амплитуды колебаний температуры на рис. 3 имеют завышенные значения по сравнению с данными работ [6, 12] по той причине, что в указанных работах проводилось теоретическое и экспериментальное исследование амплитуды колебаний температуры на поверхности кожи, в то время как в данной работе приведены результаты исследований колебаний температуры наружной стенки сосуда, располагающегося на некоторой глубине под слоем кожи.

Заключение

Таким образом, в работе представлены результаты численного моделирования динамики температуры наружной стенки сосуда в зависимости от амплитуды и частоты модуляции объемной скорости кровотока. Основным интересом представляет полученная аппроксимирующая функция (12), использование которой дает возможность определить амплитуду колебаний температуры на основе данных об амплитуде и частоте колебаний объемной скорости кровотока в сосуде. Компонента F_1 аппроксимирующей функции показывает обратно пропорциональную зависимость затухания колебаний температуры от частоты. Компонента F_2 показывает, что рост амплитуды колебаний температуры стенки сосуда при росте амплитуды колебаний объемной скорости кровотока в сосуде имеет сигмоидальный вид. Полученные результаты могут быть использованы при проведении теоретических и экспериментальных исследований процессов теплопроводности в биологической ткани. В практическом отношении результаты могут найти применение в области разработки температурных методов диагностики гемодинамических нарушений, например, методами динамической термографии или прецизионной контактной термометрии.

Список литературы

1. *Stefanovska A.* Physics of the human cardiovascular system // Contemporary Physics. 1999. Vol. 40, iss 1. P. 31–55. <https://doi.org/10.1080/001075199181693>
2. Сагайдачный А. А., Волков И. Ю., Фомин А. В., Скрипаль А. В. Закономерности распространения тепловой волны в модели биологической ткани и возможность термовизуализации вазомоторной активности периферических сосудов // Российский журнал биомеханики. 2019. Т. 23, № 2. С. 251–260. <https://doi.org/10.15593/RZhBiomeh/2019.2.07>, EDN: XTKRTK
3. *Liu J., Xu L. X.* Estimation of blood perfusion using phase shift in temperature response to sinusoidal heating at the skin surface // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. 1999. Vol. 46, iss 9. P. 1037–1043. <https://doi.org/10.1109/10.784134>
4. *Zhang X., Zheng L., Liu L., Zhang X.* Modeling and simulation on heat transfer in blood vessels subject to a transient laser irradiation // Journal of Heat Transfer. 2020. Vol. 142, iss 3. Art. 031201. <https://doi.org/10.1115/1.4045669>
5. *Deng Z. S., Liu J.* Blood perfusion-based model for characterizing the temperature fluctuation in living tissues // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2001. Vol. 300, iss 3–4. P. 521–530. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(01\)00373-9](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(01)00373-9)
6. *Tang Y., Mizeva I., He Y.* A modeling study on the influence of blood flow regulation on skin temperature pulsations // Saratov Fall Meeting 2016: Laser Physics and Photonics XVII; and Computational Biophysics and Analysis of Biomedical Data III. Saratov, 2017. Vol. 1033716 (14 April 2017). <https://doi.org/10.1117/12.2267952>
7. *Luchakov Y. I., Nozdrachev A. D.* Mechanism of heat transfer in different regions of



- human body // *Biology Bulletin*. 2009. Vol. 36, iss 1. P. 53–57. <https://doi.org/10.1134/S1062359009010087>
8. Ivanov D., Dol A., Polienko A. Patient-specific hemodynamics and stress-strain state of cerebral aneurysms // *Acta of Bioengineering and Biomechanics*. 2016. Vol. 18, iss 2. P. 9–17. <https://doi.org/10.5277/ABB-00373-2015-03>
 9. Иванов Д. В., Доль А. В., Кузык Ю. И. Биомеханические основы прогнозирования протекания каротидного атеросклероза // *Российский журнал биомеханики*. 2017. Т. 21, № 1. С. 29–40. <https://doi.org/10.15593/RZhBiomeh/2017.1.03>, EDN: YMFRLF
 10. Hristov J. Bio-heat models revisited: Concepts, derivations, nondimensionalization and fractionalization approaches // *Frontiers in Physics*. 2019. Vol. 9. Art. 189. <https://doi.org/10.3389/fphy.2019.00189>
 11. Porret C. A., Stergiopoulos N., Hayoz D., Brunner H. R., Meister J. J. Simultaneous ipsilateral and contralateral measurements of vasomotion in conduit arteries of human upper limbs // *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*. 1995. Vol. 269, iss. 6. P. H1852–H1858. <https://doi.org/10.1152/ajpheart.1995.269.6.H1852>
 12. Сагайдачный А. А., Фомин А. В., Волков И. Ю. Предельные возможности современных тепловизоров как инструмента для исследования колебаний периферического кровотока человека в различных диапазонах частот // *Медицинская физика*. 2016. № 4 (72). С. 84–93. EDN: XCFWYD

References

1. Stefanovska A. Physics of the human cardiovascular system. *Contemporary Physics*, 1999, vol. 40, iss. 1, pp. 31–55. <https://doi.org/10.1080/001075199181693>
2. Sagaidachnyi A. A., Volkov I. Yu., Fomin A. V., Skripal A. V. Investigation of thermal wave propagation within the model of biological tissue and the possibility of thermal imaging of vasomotor activity of peripheral vessels. *Russian Journal of Biomechanics*, 2019, vol. 23, iss. 2, pp. 209–217. <https://doi.org/10.15593/RJBiomech/2019.2.07>, EDN: XTKRTK
3. Liu J., Xu L. X. Estimation of blood perfusion using phase shift in temperature response to sinusoidal heating at the skin surface. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 1999, vol. 46, iss. 9, pp. 1037–1043. <https://doi.org/10.1109/10.784134>
4. Zhang X., Zheng L., Liu L., Zhang X. Modeling and simulation on heat transfer in blood vessels subject to a transient laser irradiation. *Journal of Heat Transfer*, 2020, vol. 142, iss. 3, Art. 031201. <https://doi.org/10.1115/1.4045669>
5. Deng Z. S., Liu J. Blood perfusion-based model for characterizing the temperature fluctuation in living tissues. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2001, vol. 300, iss. 3–4, pp. 521–530. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(01\)00373-9](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(01)00373-9)
6. Tang Y., Mizeva I., He Y. A modeling study on the influence of blood flow regulation on skin temperature pulsations. *Saratov Fall Meeting 2016: Laser Physics and Photonics XVII; and Computational Biophysics and Analysis of Biomedical Data III*. Saratov, 2017, vol. 1033716 (14 April 2017). <https://doi.org/10.1117/12.2267952>
7. Luchakov Y. I., Nozdrachev A. D. Mechanism of heat transfer in different regions of human body. *Biology Bulletin*, 2009, vol. 36, iss. 1, pp 53–57. <https://doi.org/10.1134/S1062359009010087>
8. Ivanov D., Dol A., Polienko A. Patient-specific hemodynamics and stress-strain state of cerebral aneurysms. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 2016, vol. 18, iss. 2, pp. 9–17. <https://doi.org/10.5277/ABB-00373-2015-03>
9. Ivanov D. V., Dol A. V., Kuzyk Yu. I. Biomechanical bases of forecasting occurrence of carotid atherosclerosis. *Russian Journal of Biomechanics*, 2017, vol. 21, iss. 1, pp. 29–40 (in Russian). <https://doi.org/10.15593/RZhBiomeh/2017.1.03>
10. Hristov J. Bio-heat models revisited: concepts, derivations, nondimensionalization and fractionalization approaches. *Frontiers in Physics*, 2019, vol. 9, Art. 189. <https://doi.org/10.3389/fphy.2019.00189>



11. Porret C. A., Stergiopoulos N., Hayoz D., Brunner H. R., Meister J. J. Simultaneous ipsilateral and contralateral measurements of vasomotion in conduit arteries of human upper limbs. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, 1995, vol. 269, iss. 6, pp. H1852–H1858. <https://doi.org/10.1152/ajpheart.1995.269.6.H1852>
12. Sagaidachnyi A. A, Fomin A. V., Volkov I. Yu. Limit capabilities of modern thermal imaging cameras as a tool for investigation of peripheral blood flow oscillations within different frequency ranges. *Meditinskaya fizika* [Medical Physics], 2016, no. 4 (72), pp. 84–93 (in Russian). EDN: [XCFWYD](#)

Поступила в редакцию / Received 01.03.2022

Принята к публикации / Accepted 15.04.2022

Опубликована / Published 31.08.2022