



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 1. С. 125–137  
*Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics, 2021, vol. 21, iss. 1, pp. 125–137*

Научная статья

УДК 519.872

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-125-137>

## Метод марковского суммирования для исследования потока повторных обращений в двухфазных системах $M|GI|_{\infty} \rightarrow GI|_{\infty}$

М. А. Шкленник<sup>✉</sup>, А. Н. Моисеев

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Россия, 634050, г. Томск, просп. Ленина, д. 36

**Шкленник Мария Александровна**, аспирант кафедры теории вероятностей и математической статистики, [Shklennikm@yandex.ru](mailto:Shklennikm@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0003-0993-8006>

**Моисеев Александр Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики, [moiseev.tsu@gmail.com](mailto:moiseev.tsu@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0003-2369-452X>

**Аннотация.** В работе представлена математическая модель двухфазной системы массового обслуживания с неограниченным числом приборов с обратной связью. Время обслуживания заявок, поступивших в систему, является случайной величиной, заданной функцией распределения  $B_1(x)$ . Время обслуживания заявок, обратившихся к системе для повторного обслуживания, задано функцией распределения  $B_2(x)$ . Ставится задача нахождения распределения вероятностей числа событий в потоке повторных обращений ( $r$ -потоке) в системе с момента начала ее функционирования при нестационарном режиме работы. Для решения поставленной задачи был использован метод марковского суммирования, в основе которого лежит рассмотрение марковских процессов и решение уравнения Колмогорова. В ходе решения был исследован так называемый локальный  $r$ -поток — число событий  $r$ -потока, сформированных одной заявкой входящего потока, поступившей в систему. В результате получено выражение для характеристической функции распределения вероятностей числа событий в локальном  $r$ -потоке, которое может быть использовано для исследования систем массового обслуживания с аналогичной дисциплиной обслуживания и немарковскими входящими потоками. В результате исследования получено выражение для характеристической функции распределения вероятностей числа повторных обращений к системе на заданном интервале времени при нестационарном режиме работы, которое позволяет указать распределение вероятностей числа событий в исследуемом потоке, а также его основные вероятностные характеристики.

**Ключевые слова:** система массового обслуживания, повторные обращения, обратная связь, неограниченное число приборов, метод марковского суммирования

**Для цитирования:** Шкленник М. А., Моисеев А. Н. Метод марковского суммирования для исследования потока повторных обращений в двухфазных системах  $M|GI|_{\infty} \rightarrow GI|_{\infty}$  // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 1. С. 125–137. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-125-137>  
Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)



Article

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-125-137>

## Method of Markovian summation for study the repeated flow in queueing tandem $M|GI|_{\infty} \rightarrow GI|_{\infty}$

M. A. Shklennik<sup>✉</sup>, A. N. Moiseev

National Research Tomsk State University, 36 Lenin Ave., Tomsk 634050, Russia

**Maria A. Shklennik**, [Shklennikm@yandex.ru](mailto:Shklennikm@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0003-0993-8006>

**Alexander N. Moiseev**, [moiseev.tsu@gmail.com](mailto:moiseev.tsu@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0003-2369-452X>

**Abstract.** The paper presents a mathematical model of queueing tandem  $M|GI|_{\infty} \rightarrow GI|_{\infty}$  with feedback. The service times at the first stage are independent and identically distributed (i.i.d.) with an arbitrary distribution function  $B_1(x)$ . Service times at the second stage are i.i.d. with an arbitrary distribution function  $B_2(x)$ . The problem is to determine the probability distribution of the number of repeated customers ( $r$ -flow) during fixed time period. To solve this problem, the Markov summation method was used, which is based on the consideration of Markov processes and the solution of the Kolmogorov equation. In the course of the solution, the so-called local  $r$ -flow was studied — the number of  $r$ -flow calls generated by one incoming customer received by the system. As a result, an expression is obtained for the characteristic probability distribution function of the number of calls in the local  $r$ -flow, which can be used to study queueing systems with a similar service discipline and non-Markov incoming flows. As a result of the study, an expression is obtained for the characteristic probability distribution function of the number of repeated calls to the system at a given time interval during non-stationary regime, which allows one to obtain the probability distribution of the number of calls in the flow under study, as well as its main probability characteristics.

**Keywords:** queueing tandem, repeated flow, feedback, unlimited number of servers, method of Markovian summation

**For citation:** Shklennik M. A., Moiseev A. N. Method of Markovian summation for study the repeated flow in queueing tandem  $M|GI|_{\infty} \rightarrow GI|_{\infty}$ . *Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 1, pp. 125–137 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-125-137>

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)