



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 1. С. 15–25  
*Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 1, pp. 15–25

Научная статья

УДК 512.542

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-15-25>

## О максимальных подформациях $n$ -кратно $\Omega$ -расслоенных формаций конечных групп

М. М. Сорокина<sup>✉</sup>, С. П. Максаков

Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского, Россия, 241036, г. Брянск, ул. Бежицкая, д. 14

**Сорокина Марина Михайловна**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, mmsorokina@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9516-626X>

**Максаков Серафим Павлович**, аспирант кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, msp222@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9032-4951>

**Аннотация.** В статье рассматриваются только конечные группы. Среди классов групп центральное место занимают классы, замкнутые относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений, называемые формациями. В статье изучаются  $\Omega$ -расслоенные формации, построенные В. А. Ведерниковым в 1999 г., где  $\Omega$  — непустой подкласс класса  $\mathfrak{J}$  всех простых групп.  $\Omega$ -расслоенные формации определяются с помощью двух функций —  $\Omega$ -спутника  $f : \Omega \cup \{\Omega'\} \rightarrow \{\text{формации}\}$  и направления  $\varphi : \mathfrak{J} \rightarrow \{\text{непустые формации Фиттинга}\}$ . Концепция кратной локальности, введенная в рассмотрение А. Н. Скибой в 1987 г. для формаций и получившая в дальнейшем развитие для многих других классов групп, применительно к  $\Omega$ -расслоенным формациям заключается в следующем: всякую формацию считают 0-кратно  $\Omega$ -расслоенной с направлением  $\varphi$ ;  $\Omega$ -расслоенную формацию с направлением  $\varphi$  называют  $n$ -кратно  $\Omega$ -расслоенной, где  $n$  — натуральное число, если она имеет такой  $\Omega$ -спутник, все непустые значения которого являются  $(n - 1)$ -кратно  $\Omega$ -расслоенными формациями с направлением  $\varphi$ . Целью работы является исследование свойств максимальных  $n$ -кратно  $\Omega$ -расслоенных подформаций заданной  $n$ -кратно  $\Omega$ -расслоенной формации. Используются классические методы доказательств теории групп, теории классов групп, а также методы общей теории решеток. В работе установлено существование максимальных  $n$ -кратно  $\Omega$ -расслоенных подформаций для формаций с определенными свойствами, получена характеристика формации  $\Phi_{n\Omega\varphi}(\mathfrak{F})$ , являющейся пересечением всех максимальных  $n$ -кратно  $\Omega$ -расслоенных подформаций формации  $\mathfrak{F}$ , а также установлена взаимосвязь между максимальным внутренним  $\Omega$ -спутником 1-кратно  $\Omega$ -расслоенной формации и максимальным внутренним  $\Omega$ -спутником ее максимальной 1-кратно  $\Omega$ -расслоенной подформации. Полученные результаты будут полезными при исследовании внутреннего строения формаций конечных групп, в частности, при изучении максимальных цепей подформаций и установлении решеточных свойств формаций.

**Ключевые слова:** конечная группа, класс групп, формация групп, максимальная подформация,  $\Omega$ -расслоенная формация,  $n$ -кратно  $\Omega$ -расслоенная формация

**Для цитирования:** Сорокина М. М., Максаков С. П. О максимальных подформациях  $n$ -кратно  $\Omega$ -расслоенных формаций конечных групп // Известия Саратовского университета.



Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 1. С. 15–25.  
<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-15-25>

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Article

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-15-25>

## On maximal subformations of $n$ -multiple $\Omega$ -foliated formations of finite groups

M. M. Sorokina<sup>✉</sup>, S. P. Maksakov

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, 14 Bezhitskaya St., Bryansk 241036, Russia

**Marina M. Sorokina**, [mmsorokina@yandex.ru](mailto:mmsorokina@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0002-9516-626X>

**Seraphim P. Maksakov**, [mmp222@mail.ru](mailto:mmp222@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-9032-4951>

**Abstract.** Only finite groups are considered in the article. Among the classes of groups the central place is occupied by classes closed regarding homomorphic images and subdirect products which are called formations. We study  $\Omega$ -foliated formations constructed by V. A. Vedernikov in 1999 where  $\Omega$  is a nonempty subclass of the class  $\mathfrak{S}$  of all simple groups.  $\Omega$ -Foliated formations are defined by two functions — an  $\Omega$ -satellite  $f : \Omega \cup \{\Omega'\} \rightarrow \{\text{formations}\}$  and a direction  $\varphi : \mathfrak{S} \rightarrow \{\text{nonempty Fitting formations}\}$ . The conception of multiple locality introduced by A. N. Skiba in 1987 for formations and further developed for many other classes of groups, as applied to  $\Omega$ -foliated formations is as follows: every formation is considered to be 0-multiple  $\Omega$ -foliated with a direction  $\varphi$ ; an  $\Omega$ -foliated formation with a direction  $\varphi$  is called an  $n$ -multiple  $\Omega$ -foliated formation where  $n$  is a positive integer if it has such an  $\Omega$ -satellite all nonempty values of which are  $(n - 1)$ -multiple  $\Omega$ -foliated formations with the direction  $\varphi$ . The aim of this work is to study the properties of maximal  $n$ -multiple  $\Omega$ -foliated subformations of a given  $n$ -multiple  $\Omega$ -foliated formation. We use classical methods of the theory of groups, of the theory of classes of groups, as well as methods of the general theory of lattices. In the paper we have established the existence of maximal  $n$ -multiple  $\Omega$ -foliated subformations for the formations with certain properties, we have obtained the characterization of the formation  $\Phi_{n\Omega\varphi}(\mathfrak{F})$  which is the intersection of all maximal  $n$ -multiple  $\Omega$ -foliated subformations of the formation  $\mathfrak{F}$ , and we have revealed the relation between a maximal inner  $\Omega$ -satellite of 1-multiple  $\Omega$ -foliated formation and a maximal inner  $\Omega$ -satellite of its maximal 1-multiple  $\Omega$ -foliated subformation. The results will be useful in studying the inner structure of formations of finite groups, in particular, in studying the maximal chains of subformations and in establishing the lattice properties of formations.

**Keywords:** finite group, class of groups, formation, maximal subformation,  $\Omega$ -foliated formation,  $n$ -multiple  $\Omega$ -foliated formation

**For citation:** Sorokina M. M., Maksakov S. P. On maximal subformations of  $n$ -multiple  $\Omega$ -foliated formations of finite groups. *Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 1, pp. 15–25 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-15-25>

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)