



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 1. С. 35–47
Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics, 2021, vol. 21, iss. 1, pp. 35–47

Научная статья

УДК 539.3

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-35-47>

О задаче идентификации термомеханических характеристик конечного функционально-градиентного цилиндра

А. О. Ватульян^{1,2✉}, С. А. Нестеров²

¹Институт математики, механики и компьютерных наук имени И. И. Воровича, Южный федеральный университет, Россия, 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, д. 8а

²Южный математический институт — филиал Владикавказского научного центра РАН, Россия, 362027, г. Владикавказ, ул. Ватулина, д. 53

Ватульян Александр Ованесович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой теории упругости; заведующий отделом дифференциальных уравнений, aovatulyan@sfedu.ru, vatulyan@aaanet.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0444-4496>

Нестеров Сергей Анатольевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, 1079@list.ru

Аннотация. Рассмотрена задача об осесимметричных колебаниях функционально-градиентного конечного полого цилиндра. Торцы цилиндра теплоизолированы и находятся в условиях скользящей заделки. На внутренней поверхности цилиндра, свободной от напряжений, поддерживается нулевая температура, а на внешней действует комбинированная термосиловая нагрузка. Прямая задача после применения преобразования Лапласа решена на основе метода разделения переменных. Получен набор канонических линейных систем дифференциальных уравнений 1-го порядка, решение каждой из которых получено численно с помощью метода пристрелки. Поставлена коэффициентная обратная задача о нахождении термомеханических характеристик цилиндра конечной длины по дополнительной информации в трансформантах Лапласа, заданной на внешней поверхности цилиндра. Безразмерные термомеханические характеристики цилиндра восстанавливались в два этапа. На первом этапе определялось начальное приближение в классе положительных ограниченных функций. На втором этапе на основе решения соответствующих интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода находились поправки реконструируемых функций, и строился итерационный процесс их уточнения. В ходе вычислительных экспериментов выяснено, что монотонные характеристики восстанавливаются со значительной точностью; процедура реконструкции устойчива к зашумлению входной информации.

Ключевые слова: термоупругость, конечный цилиндр, идентификация, коэффициентная обратная задача, итерационный процесс, интегральное уравнение, метод пристрелки, метод разделения переменных

Благодарности: Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ № 075-15-2019-1928 и Южного математического института — филиала Владикавказского научного центра РАН, г. Владикавказ.



Для цитирования: Ватульян А. О., Нестеров С. А. О задаче идентификации термомеханических характеристик конечного функционально-градиентного цилиндра // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 1. С. 35–47. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-35-47>

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Article

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-35-47>

On the identification problem of the thermomechanical characteristics of the finite functionally graded cylinder

A. O. Vatulyan^{1,2✉}, S. A. Nesterov²

¹Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences named after I. I. Vorovich, Southern Federal University, 8-a Milchakova St., Rostov-on-Don 344090, Russia

²Southern Mathematical Institute — the Affiliate of Vladikavkaz Scientific Center of Russian Academy of Sciences, 53 Vatutina St., Vladikavkaz 362027, Russia

Alexander O. Vatulyan, aovatulyan@sfnu.ru, vatulyan@aanet.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0444-4496>

Sergei A. Nesterov, 1079@list.ru

Abstract. The problem of axisymmetric vibrations of a functionally graded finite hollow cylinder is considered. The ends of the cylinder are thermally insulated and are in a sliding fit. Zero temperature is maintained on the inner surface of the cylinder, free from stress, and a combined thermal and power load acts on the outer surface. The direct problem after applying the Laplace transform is solved based on the method of separation of variables. A set of canonical linear systems of differential equations of the 1st order is obtained, the solution of each of which is obtained numerically using the shooting method. The coefficient inverse problem of finding the thermomechanical characteristics of a finite length cylinder using additional information in Laplace transforms, given on the outer surface of the cylinder, is posed. The dimensionless thermomechanical characteristics of the cylinder were restored in two stages. At the first stage, the initial approximation was determined in the class of positive bounded functions. At the second stage, based on the solution of the corresponding Fredholm integral equations of the 1st kind, corrections of the reconstructed functions were found, and an iterative process of their refinement was constructed. In the course of computational experiments, it was found that monotonic characteristics are restored with good accuracy; the reconstruction procedure is resistant to input information noise.

Keywords: thermoelasticity, finite cylinder, identification, coefficient inverse problem, iterative process, integral equation, shooting method, variable separation method

Acknowledgements: This work was supported by a grant from the Government of the Russian Federation No. 075-15-2019-1928 and Southern Mathematical Institute — the Affiliate of Vladikavkaz Scientific Center of Russian Academy of Sciences, Vladikavkaz.

For citation: Vatulyan A. O., Nesterov S. A. On the identification problem of the thermomechanical characteristics of the finite functionally graded cylinder. *Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 1, pp. 35–47 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-35-47>

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)