



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 1. С. 48–59  
*Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 1, pp. 48–59

Научная статья

УДК 539.3

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-48-59>

## Особенности сложных колебаний гибких микрополярных сетчатых панелей

Е. Ю. Крылова<sup>1✉</sup>, И. В. Папкина<sup>2</sup>, О. А. Салтыкова<sup>2</sup>, В. А. Крысько<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

<sup>2</sup>Саратовский технический университет имени Гагарина Ю. А., Россия, 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77

**Крылова Екатерина Юрьевна**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического и компьютерного моделирования, [kaf.krylova@bk.ru](mailto:kaf.krylova@bk.ru), <https://orcid.org/0000-0002-7593-0320>

**Папкина Ирина Владиславовна**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и моделирования, [ikravzova@mail.ru](mailto:ikravzova@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-4062-1437>

**Салтыкова Ольга Александровна**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и моделирования, [olga\\_a\\_saltykova@mail.ru](mailto:olga_a_saltykova@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-3880-6662>

**Крысько Вадим Анатольевич**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и моделирования, [tak@sun.ru](mailto:tak@sun.ru), <https://orcid.org/0000-0002-4914-764X>

**Аннотация.** В работе построена математическая модель сложных колебаний гибкой микрополярной цилиндрической панели сетчатой структуры. Уравнения записаны в перемещениях. Геометрическая нелинейность учитывается по модели Теодора фон Кармана. Рассматривается неклассическая континуальная модель панели на основе среды Коссера со стесненным вращением частиц (псевдоконтинуум). При этом предполагается, что поля перемещений и вращений не являются независимыми. В рассмотрение вводится дополнительный независимый материальный параметр длины, связанный с симметричным тензором градиентом вращения. Уравнения движения элемента панели, граничные и начальные условия получены из вариационного принципа Остроградского – Гамильтона на основании кинематических гипотез Кирхгофа – Лява. Предполагается, что цилиндрическая панель состоит из  $n$  семейств ребер одного материала, каждое из которых характеризуется углом наклона относительно положительного направления оси, направленной по длине панели, и расстоянием между соседними ребрами. Материал изотропный, упругий и подчиняется закону Гука. Для гомогенизации системы ребер по поверхности панели применяется континуальная модель Г. И. Пшеничного. Рассматривается диссипативная механическая система. Дифференциальная задача в частных производных сводится к обыкновенной дифференциальной задаче по пространственным координатам методом Бубнова – Галеркина в высших приближениях. Задача Коши решается методом Рунге – Кутты 4-го порядка точности. Используя метод установления, в качестве примера проведено исследование влияния геометрии сетки и учета микрополярной теории на поведение сетчатой панели, состоящей из двух семейств взаимно перпендикулярных ребер.



**Ключевые слова:** цилиндрическая панель, микрополярная теория, сетчатая структура, модель Кирхгофа – Лява, метод Бубнова – Галеркина, метод установления, континуальная модель Г. И. Пшеничнова

**Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00351а).

**Для цитирования:** Крылова Е. Ю., Папкина И. В., Салтыкова О. А., Крысько В. А. Особенности сложных колебаний гибких микрополярных сетчатых панелей // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 1. С. 48–59. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-48-59>

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Article

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-48-59>

## Features of complex vibrations of flexible micropolar mesh panels

E. Yu. Krylova<sup>1✉</sup>, I. V. Papkova<sup>2</sup>, O. A. Saltykova<sup>2</sup>, V. A. Krysko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

<sup>2</sup>Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, 77 Politechnicheskaya St., Saratov 410054, Russia

**Ekaterina Yu. Krylova**, [kat.krylova@bk.ru](mailto:kat.krylova@bk.ru), <https://orcid.org/0000-0002-7593-0320>

**Irina V. Papkova**, [ikravzova@mail.ru](mailto:ikravzova@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-4062-1437>

**Olga A. Saltykova**, [olga\\_a\\_saltykova@mail.ru](mailto:olga_a_saltykova@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-3880-6662>

**Vadim A. Krysko**, [tak@sun.ru](mailto:tak@sun.ru), <https://orcid.org/0000-0002-4914-764X>

**Abstract.** In this paper, a mathematical model of complex oscillations of a flexible micropolar cylindrical mesh structure is constructed. Equations are written in displacements. Geometric nonlinearity is taken into account according to the Theodore von Karman model. A non-classical continual model of a panel based on a Cosserat medium with constrained particle rotation (pseudocontinuum) is considered. It is assumed that the fields of displacements and rotations are not independent. An additional independent material parameter of length associated with a symmetric tensor by a rotation gradient is introduced into consideration. The equations of motion of a panel element, the boundary and initial conditions are obtained from the Ostrogradsky – Hamilton variational principle based on the Kirchhoff – Love’s kinematic hypotheses. It is assumed that the cylindrical panel consists of  $n$  families of edges of the same material, each of which is characterized by an inclination angle relative to the positive direction of the axis directed along the length of the panel and the distance between adjacent edges. The material is isotropic, elastic and obeys Hooke’s law. To homogenize the rib system over the panel surface, the G. I. Pshenichnov continuous model is used. The dissipative mechanical system is considered. The differential problem in partial derivatives is reduced to an ordinary differential problem with respect to spatial coordinates by the Bubnov – Galerkin method in higher approximations. The Cauchy problem is solved by the Runge – Kutta method of the 4th order of accuracy. Using the establishment method, a study of grid geometry influence and taking account of micropolar theory on the behavior of a grid plate consisting of two families of mutually perpendicular edges was conducted.

**Keywords:** cylindrical panel, micropolar theory, mesh structure, Kirchhoff – Love model, Bubnov – Galerkin method, establishment method, G. I. Pshenichnov continuous model

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 18-01-00351A).



**For citation:** Krylova E. Yu., Papkova I. V., Saltykova O. A., Krysko V. A. Features of complex vibrations of flexible micropolar mesh panels. *Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 1, pp. 48–59 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-48-59>

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)