13. *Дударев В.В.* Об уточненной модели изгибных колебаний предварительно напряженной балки // Современные проблемы механики сплошной среды: Тр. XII Междунар. конф. 2008. Т. 2. С. 56–59.
14. *Филиппов А.П.* Колебания деформируемых систем. М.: Машиностроение, 1970. 734 с.

УДК 539.3

О КОСОМ УДАРЕ ЖЕСТКИМ ТЕЛОМ, ИМЕЮЩИМ ПЛОСКУЮ ГРАНИЦУ, ПО НЕЛИНЕЙНОМУ УПРУГОМУ ПОЛУПРОСТРАНСТВУ

О.В. Дудко, Д.А. Потянихин

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН,
Владивосток,
лаборатория механики деформируемого твердого тела
E-mail: dudko@iacp.dvo.ru, potyanikhin@mail.ru

Исследуется процесс ударного взаимодействия абсолютно твердого тела с нелинейно-упругим, имеющим плоскую границу. Полагаем, что твердое тело движется с постоянной скоростью, что приводит к автомодельной задаче соударения. Обсуждаются возможные совокупности волновых фронтов, которые могут возникать при таком взаимодействии. В качестве критериев выбора возникающей волновой картины приняты условие существования эволюционных ударных волн и термодинамическое условие совместности сильных разрывов. Схема решения автомодельной краевой задачи включает проверку существования эволюционной ударной волны непосредственно во время численного счета.

Ключевые слова: теория упругости, ударные волны, контактное взаимодействие.

About Oblique Impact by Perfectly Rigid Body with Plane Boundary on the Nonlinear Elastic Half-Space

O.V. Dudko, D.A. Potyanikhin

Institute of Automation and Control Processes FEB RAS,
Vladivostok,
Laboratory of a Deformable Solid Mechanics
E-mail: dudko@iacp.dvo.ru, potyanikhin@mail.ru

In this paper the impact interaction of perfectly rigid body and nonlinear elastic solid, which have plane boundaries, are investigated. Suppose that the moving rigid body has constant velocity, resulting in self-similar formulation of the problem. Possible variants of wave combinations, arising from such interaction, are discussed. The existence condition for evolutionary shock waves and the thermodynamic discontinuities compatibility condition serve as criterions for choosing the wave pattern. The scheme for the solution of a self-similar boundary-value problem includes checking for the mentioned criterion during computations.

Key words: theory of elasticity, shock wave, shock interaction.

ВВЕДЕНИЕ

Плоские автомодельные задачи нелинейной динамической теории упругости были рассмотрены в работах [1–5]. Автомодельное динамическое деформирование упругопластических твердых тел достаточно подробно изучено в [6–8]. Постановка задачи, представленной в настоящей работе, близка к [1]. Но в отличие от статьи [1], где рассматривается ударное взаимодействие двух нелинейно-упругих тел, здесь одно из тел полагается абсолютно твердым.

Допущения, положенные в основу модели адиабатического деформирования нелинейной упругой среды, приводят к тому, что с математической точки зрения можно построить несколько решений краевой задачи. В представленном исследовании свяжем выбор единственного реализуемого варианта распространения деформаций из множества допустимых с законами термодинамики и с условием эволюционности сильных разрывов. Проверка критериев производилась в процессе численных расчетов на примере серии вычислительных экспериментов.

1. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Система модельных уравнений динамического деформирования нелинейной упругой среды в прямоугольной декартовой системе координат в переменных Эйлера представляется соотношениями:

$$v_i = \dot{u}_i + v_j u_{i,j}\,, \qquad w_i = \dot{v}_i + v_j v_{i,j}\,, \qquad 2\alpha_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i} - u_{k,i}\,u_{k,j}\,,$$
$$\sigma_{ij} = \frac{\rho}{\rho_0}\frac{\partial W}{\partial \alpha_{kj}}\left(\delta_{kj} - 2\alpha_{kj}\right), \qquad \sigma_{ij,j} = \rho w_i, \tag{1.1}$$

© О.В. Дудко, Д.А. Потянихин, 2009

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \sqrt{1 - 2I_1 + 2I_1^2 - 2I_2 - \frac{4}{3}I_1^3 + 4I_1I_2 - \frac{8}{3}I_3},$$
$$I_1 = \alpha_{kk}, \qquad I_2 = \alpha_{ik}\alpha_{ki}, \qquad I_3 = \alpha_{ik}\alpha_{kj}\alpha_{ji}. \tag{1.2}$$

В соотношениях (1.1), (1.2) u_i, v_i, w_i — компоненты векторов перемещений, скоростей и ускорений точек среды; α_{ij}, σ_{ij} — компоненты тензора деформаций Альманси и тензора напряжений Эйлера – Коши; ρ_0, ρ — плотность материала в начальном и текущем состоянии соответственно; δ_{ij} — символ Кронекера. Латинский индекс после запятой обозначает частное дифференцирование по пространственной координате ($f_{,j} = \partial f/\partial x_j$), точкой обозначена частная производная по времени $\left(\dot{f} = \partial f/\partial t\right)$. Здесь и далее принято правило суммирования по повторяющимся индексам; латинские индексы принимают значения 1, 2, 3.

Система уравнений (1.1)–(1.2) становится замкнутой, если задан упругий потенциал W. В адиабатическом приближении функция W для нелинейной упругой среды зависит только от деформаций α_{ij} и принята в виде

$$W = \frac{\lambda}{2}I_1^2 + \mu I_2 + \varkappa I_1 I_2 + \chi I_1^3 + \eta I_3 + \ldots, \tag{1.3}$$

где λ, μ — параметры Ламе; $\varkappa$, χ, η — упругие модули третьего порядка.

Решение системы (1.1)–(1.3) может не являться непрерывным на некоторой движущейся поверхности $\Sigma(t)$. В этом случае на $\Sigma(t)$ необходимо потребовать выполнения условий совместности разрывов. Если при непрерывных перемещениях u_i на $\Sigma(t)$ терпят разрыв их первые производные, то в среде распространяется со скоростью G поверхность сильных разрывов — ударная волна, на которой параметры напряженно-деформированного состояния и движения точек среды связаны динамическими и кинематическими условиями совместности первого порядка [9]:

$$[\sigma_{ij}]\, n_j = \rho^+ \left(v_j^+ n_j - G\right)[v_i], \quad [\dot{u}_i]\, n_j = -G\,[u_{i,j}]\, n_j \quad \text{при } [u_i] = 0. \tag{1.4}$$

Если же на $\Sigma(t)$ непрерывны не только перемещения, но и их первые производные, а скачком изменяются вторые производные, то на такой поверхности необходимо потребовать выполнения условий совместности второго порядка [9]:

$$[\sigma_{ij,j}] = \rho^+ [\dot{v}_i], \quad [\ddot{u}_i]\, n_j = G^2\,[u_{i,jk}]\, n_j n_k \quad \text{при } [u_i] = 0, [u_{i,j}] = 0. \tag{1.5}$$

В этом случае G — скорость распространения поверхности слабых разрывов.

В условиях (1.4), (1.5) квадратными скобками обозначен скачок функции на поверхности $\Sigma(t)$: $[m] = m^+ - m^-$, m^+ — значение функции перед поверхностью, m^- — сразу за ней; n_j — компоненты единичной нормали к поверхности волны ($n_j n_j = 1$).

Анализ условий совместности (1.4) показывает, что в нелинейной упругой среде с потенциалом (1.3) в условиях плоского деформированного состояния возможно существование двух типов плоских ударных волн — квазипродольных, на которых преобладает изменение объемных деформаций, и квазипоперечных, вызывающих преимущественно сдвиговые деформации [10].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим косой удар абсолютно твердым телом, движущимся с постоянной скоростью, по покоящемуся нелинейно-упругому телу (рис. 1). Пусть упругое тело занимает полупространство $x_1 > 0$. Его границу обозначим через L_1. Второе тело с плоской границей L_2, двигаясь как жесткое тело, сталкивается с первым так, что появляется общая граница двух тел OL. Движение второго тела определяется постоянной скоростью его точек $\mathbf{v_0} = \{v_{10}, v_{20}\}$. На участке OL выполняется закон сухого трения.

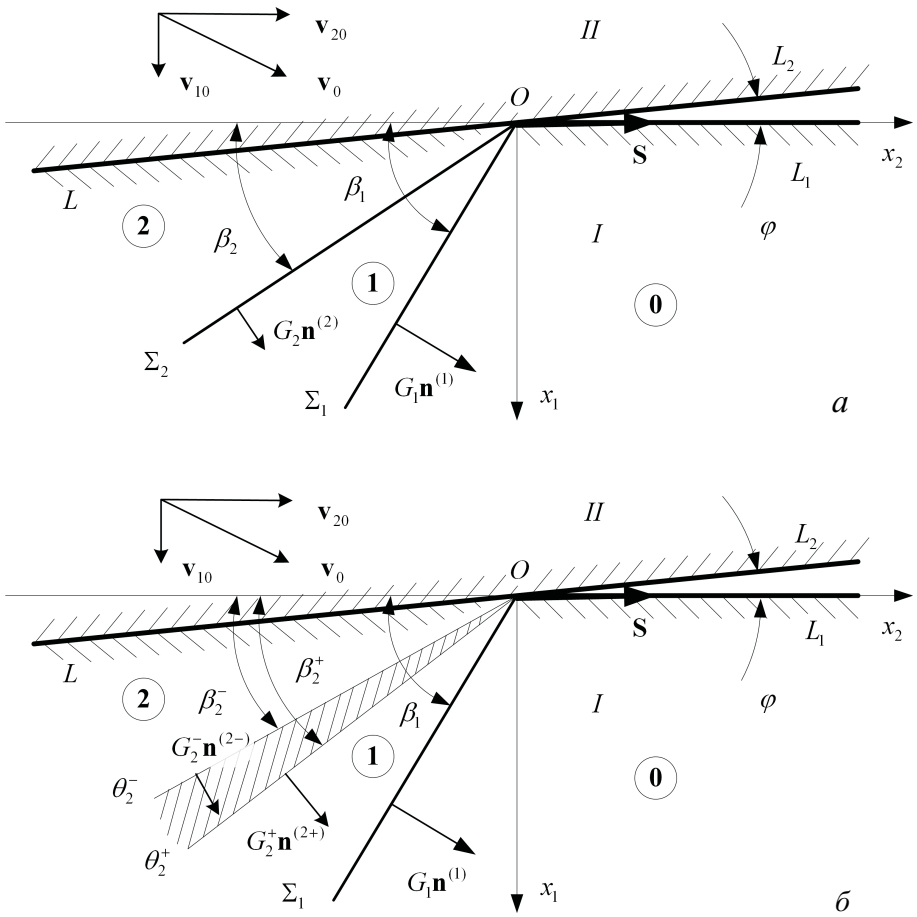

Рис. 1. Волновая картина: *а* – с двумя ударными волнами; *б* – с ударной и простой волнами

Пусть S — скорость движения точки O — начала подвижной системы координат — вдоль оси Ox_2. Величина S выражается через заданные параметры задачи v_{10}, v_{20} и угол столкновения φ соотношением $S = v_{20} + v_{10} \cdot \operatorname{ctg}\varphi$. Будем считать эту скорость настолько большой, чтобы возникающие вследствие ударного столкновения волновые фронты не могли отделиться от точки O.

Ввод автомодельной переменной $\theta = x_1/(St - x_2)$ и представление компонент вектора перемещений в виде $u_1 = (St - x_2)F(\theta)$, $u_2 = (St - x_2)\Phi(\theta)$, $u_3 = 0$, где $F(\theta)$, $\Phi(\theta)$ — первая и вторая компоненты безразмерного вектора перемещений в координатном пространстве θ, позволяют перейти в системе определяющих соотношений (1.1)–(1.3) от дифференциальных уравнений в частных производных к однородной системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций $F(\theta)$ и $\Phi(\theta)$:

$$\begin{cases} A \cdot F''(\theta) + B \cdot \Phi''(\theta) = 0, \\ C \cdot F''(\theta) + D \cdot \Phi''(\theta) = 0, \end{cases} \tag{2.1}$$

где A, B, C, D — функции от θ, F, Φ, F', Φ' и упругих модулей среды.

Условие существования нетривиального решения системы (2.1)

$$AD - BC = 0 \tag{2.2}$$

может выполняться либо при некотором значении $\theta = \theta^*$ (что соответствует ударной волне), либо в целом интервале $\theta \in [\theta^+, \theta^-]$ (θ^+ и θ^- определяют положение двух слабых волн разрывов ускорений, которые являются передним и задним фронтами простой волны Римана). В областях тривиального

решения между волновыми фронтами ненулевые параметры движения точек среды и напряженно-деформированного состояния остаются постоянными и могут быть выражены через произвольные константы интегрирования a, b, e, f системы (2.1):

$$\begin{gathered}
F(\theta) = a\theta - b, \qquad \Phi(\theta) = e\theta - f, \qquad u_{1,1} = a, \qquad u_{1,2} = b, \qquad u_{2,1} = e, \qquad u_{2,2} = f, \\
v_1 = \frac{-Sb}{(1-a)(1-f) - eb}, \qquad v_2 = \frac{-S(f - af + be)}{(1-a)(1-f) - eb}, \qquad w_1 = 0, \qquad w_2 = 0, \\
\alpha_{11} = a - \frac{1}{2}\left(a^2 + e^2\right), \qquad \alpha_{12} = \frac{1}{2}\left(b + e - ab - ef\right), \qquad \alpha_{22} = f - \frac{1}{2}\left(b^2 + f^2\right), \\
\frac{\rho}{\rho_0} = (1-a)(1-f) - eb.
\end{gathered} \tag{2.3}$$

Компоненты тензора $\sigma_{ij}(a, b, e, f)$ здесь не приводим из-за их очевидной громоздкости.

Условия совместности разрывов (1.4), (1.5), записанные с использованием введенных автомодельных параметров процесса ударного деформирования, допускают существование в рамках поставленной задачи плоских ударных волн (квазипродольных и квазипоперечных) и простых волн (передними и задними фронтами которых являются плоские волны разрывов ускорений), а также областей постоянства параметров напряженно-деформированного состояния, каждой из которых соответствуют свои значения констант интегрирования a, b, e, f.

Таким образом, волновая картина, возникающая в области упругого тела, с математической точки зрения может состоять из различных комбинаций плоских ударных волн и простых волн Римана. Их характер определяется параметрами задачи v_{10}, v_{20}, φ и коэффициентом трения k на границе OL и может быть конкретизирован проверкой термодинамического условия совместности разрывов и условия эволюционности ударных волн.

Анализируя соотношения модели (1.1)–(1.3) совместно с условиями (1.4), (1.5), можно показать, что для нелинейной среды (1.3) скорость распространения объемных деформаций всегда оказывается больше, чем скорость распространения дополнительного сдвига. Значит, передним фронтом всегда оказывается продольная ударная волна Σ_1, положение которой определяется значением $\theta_1 = \operatorname{tg}\beta_1$ (см. рис. 1). Следом за ней может распространяться либо квазипоперечная ударная волна Σ_2, соответствующая значению $\theta_2 = \operatorname{tg}\beta_2$ (см. рис. 1, *а*), либо центрированная простая волна $\theta \in \left[\theta_2^+, \theta_2^-\right]$ (см. рис. 1, *б*).

Решение краевой задачи в случае возникновения двух ударных волновых фронтов Σ_1 и Σ_2 заключается в определении соответствующих значений θ_1, θ_2 и констант интегрирования a, b, e, f в областях 1 и 2 (см. рис. 1, *а*) из системы алгебраических уравнений, составленных из условий совместности разрывов и непрерывности перемещений (1.4):

$$\begin{cases}
a_1\theta_1 - b_1 = 0, \\
e_1\theta_1 - f_1 = 0, \\
a_1\theta_2 - b_1 = a_2\theta_2 - b_2, \\
e_1\theta_2 - f_1 = e_2\theta_2 - f_2, \\
\tilde{\sigma}_{11}^{(1)} + \tilde{\sigma}_{12}^{(1)}\theta_1 + M^2\theta_1\tilde{v}_1^{(1)} = 0, \\
\tilde{\sigma}_{21}^{(1)} + \tilde{\sigma}_{22}^{(1)}\theta_1 + M^2\theta_1\tilde{v}_2^{(1)} = 0, \\
\left(\tilde{\sigma}_{11}^{(1)} - \tilde{\sigma}_{11}^{(2)}\right) + \left(\tilde{\sigma}_{12}^{(1)} - \tilde{\sigma}_{12}^{(2)}\right)\theta_2 = M^2 d^{(1)}\left(\tilde{v}_1^{(1)} + \tilde{v}_2^{(1)}\theta_2 - \theta_2\right)\left(\tilde{v}_1^{(1)} - \tilde{v}_1^{(2)}\right), \\
\left(\tilde{\sigma}_{21}^{(1)} - \tilde{\sigma}_{21}^{(2)}\right) + \left(\tilde{\sigma}_{22}^{(1)} - \tilde{\sigma}_{22}^{(2)}\right)\theta_2 = M^2 d^{(1)}\left(\tilde{v}_1^{(1)} + \tilde{v}_2^{(1)}\theta_2 - \theta_2\right)\left(\tilde{v}_2^{(1)} - \tilde{v}_2^{(2)}\right),
\end{cases} \tag{2.4}$$

$$M^2 = \frac{\rho S^2}{\lambda + 2\mu} = \frac{S^2}{c_1^2}, \qquad \tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\lambda + 2\mu}, \qquad \tilde{v}_i^{(k)} = \frac{v_i^{(k)}}{S},$$

$$d^{(k)} = \frac{\rho^{(k)}}{\rho_0} = (1 - a_k)(1 - f_k) - b_k e_k, \qquad c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}}.$$

В соотношениях (2.4) и далее верхним индексом в скобках при σ_{ij} и v_i обозначена соответствующая область постоянства параметров напряженно-деформированного состояния.

Для замыкания системы (2.4) необходимо учесть отсутствие разрыва нормальной к полуплоскости контакта OL составляющей скоростей точек ударяемого и ударяющего тел:

$$\left(v_1^{(2)} - v_{10}\right) n_1^{(OL)} + \left(v_2^{(2)} - v_{20}\right) n_2^{(OL)} = 0. \tag{2.5}$$

Разрыв касательной составляющей этих же скоростей запрещаем лишь в случае выполнения неравенства $\left|\sigma_{ij}^{(2)}\right| n_i^{(OL)} \tau_j^{(OL)} \le k \left|\sigma_{ij}^{(2)}\right| n_i^{(OL)} n_j^{(OL)}$:

$$\left(v_1^{(2)} - v_{10}\right) \tau_1^{(OL)} + \left(v_2^{(2)} - v_{20}\right) \tau_2^{(OL)} = 0. \tag{2.6}$$

В противном случае условие (2.6) должно быть заменено выражением, следующим из закона трения Кулона:

$$\left|\sigma_{ij}^{(2)}\right| n_i^{(OL)} \tau_j^{(OL)} = k \left|\sigma_{ij}^{(2)}\right| n_i^{(OL)} n_j^{(OL)}. \tag{2.7}$$

Заметим, что с математической точки зрения решение с двумя сильными разрывами можно получить всегда. В качестве дополнительных условий на существование такого решения, как уже было отмечено, принимаем условие эволюционности ударной волны и термодинамическое условие совместности разрывов [10]:

$$\sigma_{ij}^{+} \left[v_i\right] n_j - \rho^{+} \left(v_j^{+} n_j - G\right) \left(\frac{[v_i][v_i]}{2} + \frac{W}{\rho_0}\right) \ge 0, \tag{2.8}$$

аналогом которого в газовой динамике является теорема Цемплена о термодинамической невозможности существования ударных волн расширения.

Проверку эволюционности ударной волны θ_2 проводим, определяя положение переднего фронта θ_2^{+} простой волны из условия (2.2) с подстановкой в него предварительных (предшествующих ударному фронту θ_2) постоянных параметров напряженно-деформированного состояния a_1, b_1, e_1, f_1, вычисленных из системы (2.4). Нарушение эволюционности ударной волны означает, что ее фронт θ_2 оказывается внутри веера простой волны: $\theta_2 \le \theta_2^{+}$. Такая ударная волна должна быть заменена на простую волну Римана $\theta \in \left[\theta_2^{+}, \theta_2^{-}\right]$ (см. рис. 1, *б*).

Решение в области простой волны строится путем интегрирования по автомодельному параметру θ системы обыкновенных дифференциальных уравнений, состоящей из условия (2.2) и одного из равенств (2.1):

$$\begin{cases} A \cdot F''(\theta) + B \cdot \Phi''(\theta) = 0, \\ AD - BC = 0. \end{cases} \tag{2.9}$$

Положение заднего фронта θ^{-} простой волны заранее неизвестно, его приходится уточнять непосредственно во время счета, согласовывая получаемые значения с граничными условиями задачи.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В процессе расчетов изменялись параметры задачи v_{10}, v_{20}, φ, k, а также значения упругих постоянных λ, μ, $\varkappa$, χ, η. Там, где это специально не оговаривается, механические свойства среды задаются безразмерными константами: $\tilde{\lambda} = 0.4$, $\tilde{\mu} = 0.3$, $\tilde{\varkappa} = -10.0$, $\tilde{\chi} = -10.0$, $\tilde{\eta} = -10.0$ (все упругие модули нормированы по $(\lambda + 2\mu)$).

В каждом случае решение проводилось сначала в постановке с двумя ударными волнами (см. рис. 1, *а*), а затем уточнялось путем проверки условия (2.8) и эволюционности ударного фронта Σ_2.

Серия вычислительных экспериментов показала, что и при проскальзывании, и при сцепке возможно появление как ударной, так и простой волны.

На рис. 2, *а* представлены диаграммы распределения параметров напряженно-деформированного состояния, полученные при $\varphi = 1^\circ$, $v_{10} = 0.3\,c_1$, $v_{20} = 0.2\,c_1$, $k = 0.3$ и соответствующие скольжению

тел. При этом возмущения в среду распространяются посредством продольной ударной волны Σ_1 и волны Римана $\theta \in \left[\theta_2^+, \theta_2^-\right]$.

Изменение коэффициента сухого трения приводит к изменению характера контакта тел на границе OL. Так, например, при $\varphi = 1^\circ$, $v_{10} = 0.3\,c_1$, $v_{20} = 0.2\,c_1$, $k = 0.5$ происходит жесткая сцепка взаимодействующих тел. Волновая картина при этом остается прежней. В обоих случаях продольная ударная волна вызывает сжатие среды, простая волна — расширение.

Выбирая другие параметры задачи, можно получить волновую картину с двумя ударными волнами. При $\varphi = 2^\circ$, $v_{10} = 0.2\,c_1$, $v_{20} = 0.1\,c_1$, $k = 0.2$ на границе соударяющихся тел происходит проскальзывание, а при $\varphi = 3^\circ$, $v_{10} = 0.2\,c_1$, $v_{20} = 0.1\,c_1$, $k = 0.2$ — жесткая сцепка (рис. 2, *б*). Ударные волны Σ_1 и Σ_2 вызывают сжатие среды.

Изменение напряжений, плотности и компонент вектора скорости в зависимости от коэффициента трения k показано на рис. 3, 4. Для иллюстрации влияния физической нелинейности для каждого параметра приведено по три графика. Графики с индексом 1 построены при оговоренных значениях упругих модулей третьего порядка $\tilde{\varkappa}$, $\tilde{\chi}$, $\tilde{\eta}$; с индексом 2 — когда $\tilde{\varkappa}$, $\tilde{\chi}$, $\tilde{\eta}$ уменьшены на порядок, и с индексом 3 — для случая геометрической нелинейности, когда $\tilde{\varkappa} = \tilde{\chi} = \tilde{\eta} = 0$. Исходными параметрами экспериментов выбраны $\varphi = 1^\circ$, $v_{10} = 0.1\,c_1$, $v_{20} = 0.1\,c_1$. Для каждого фиксированного набора параметров v_{10}, v_{20}, φ и упругих модулей существует критическое значение коэффициента трения k^*, в котором графики функций имеют излом. При $k < k^*$ происходит скольжение граничных плоскостей соударяющихся тел. Значение $k = k^*$ соответствует наступлению жесткого контакта. Для остальных параметров задачи v_{10}, v_{20}, φ можно аналогично указать критические значения, при которых меняется характер взаимодействия тел.

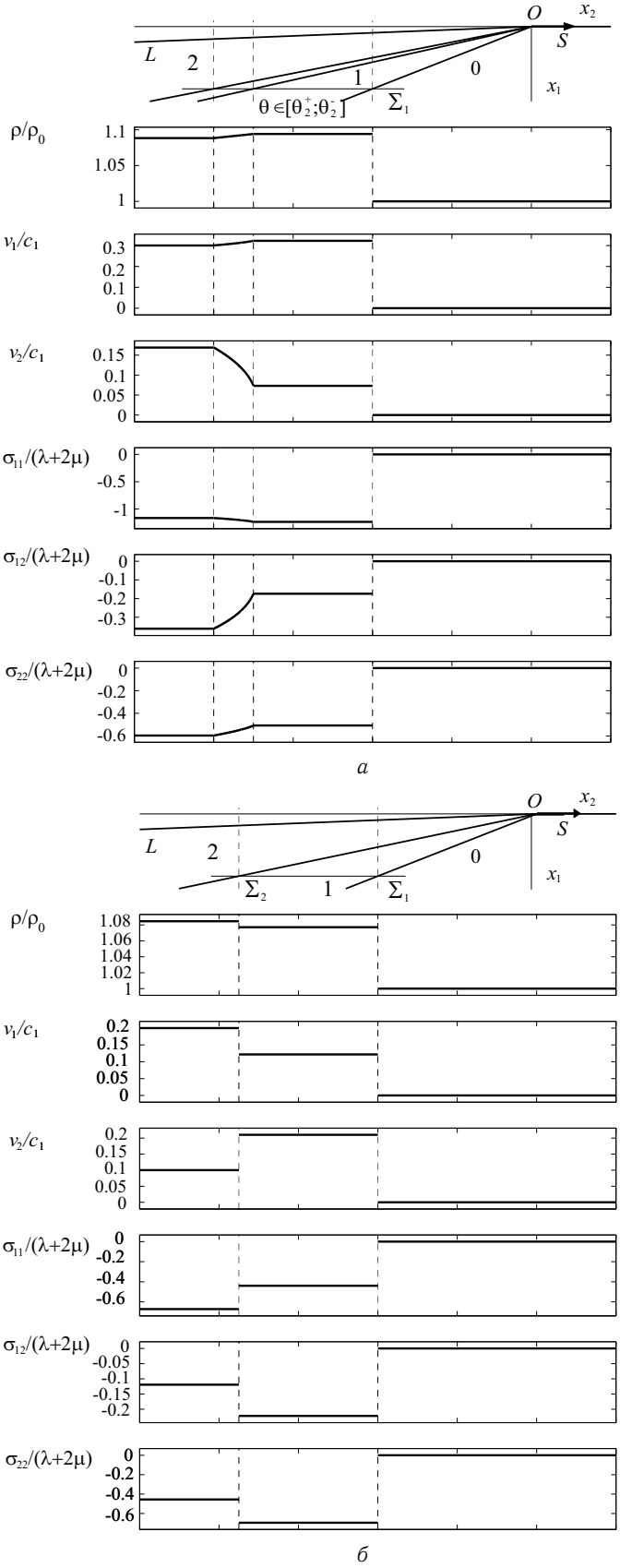

Рис. 2. Диаграмма распределения параметров напряженно-деформированного состояния и движения: *а* – постановка с ударной волной и волной Римана; *б* – постановка с двумя ударными волнами

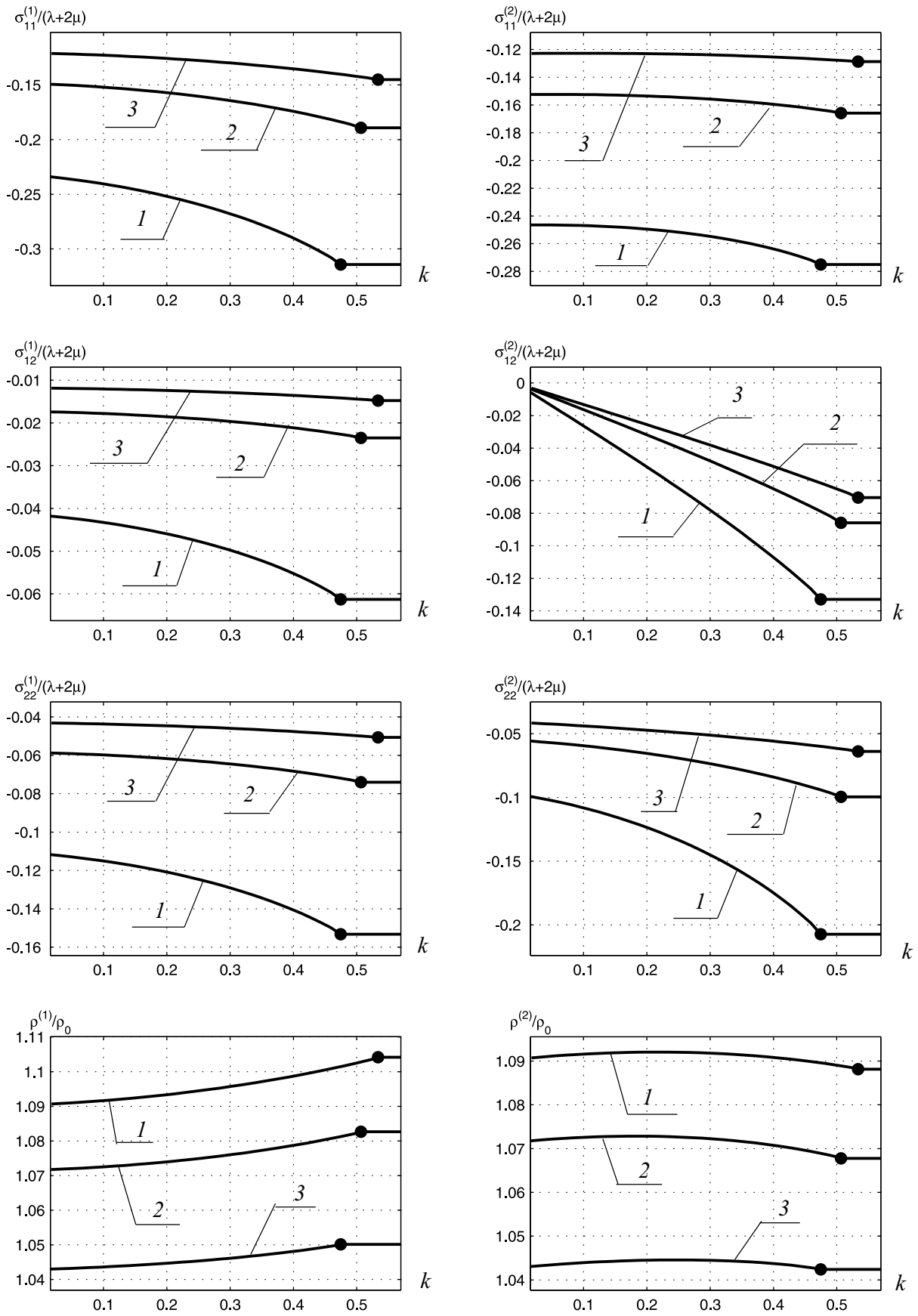

Рис. 3. Зависимость компонент тензора напряжений и относительного изменения плотности от коэффициента трения при различных упругих модулях

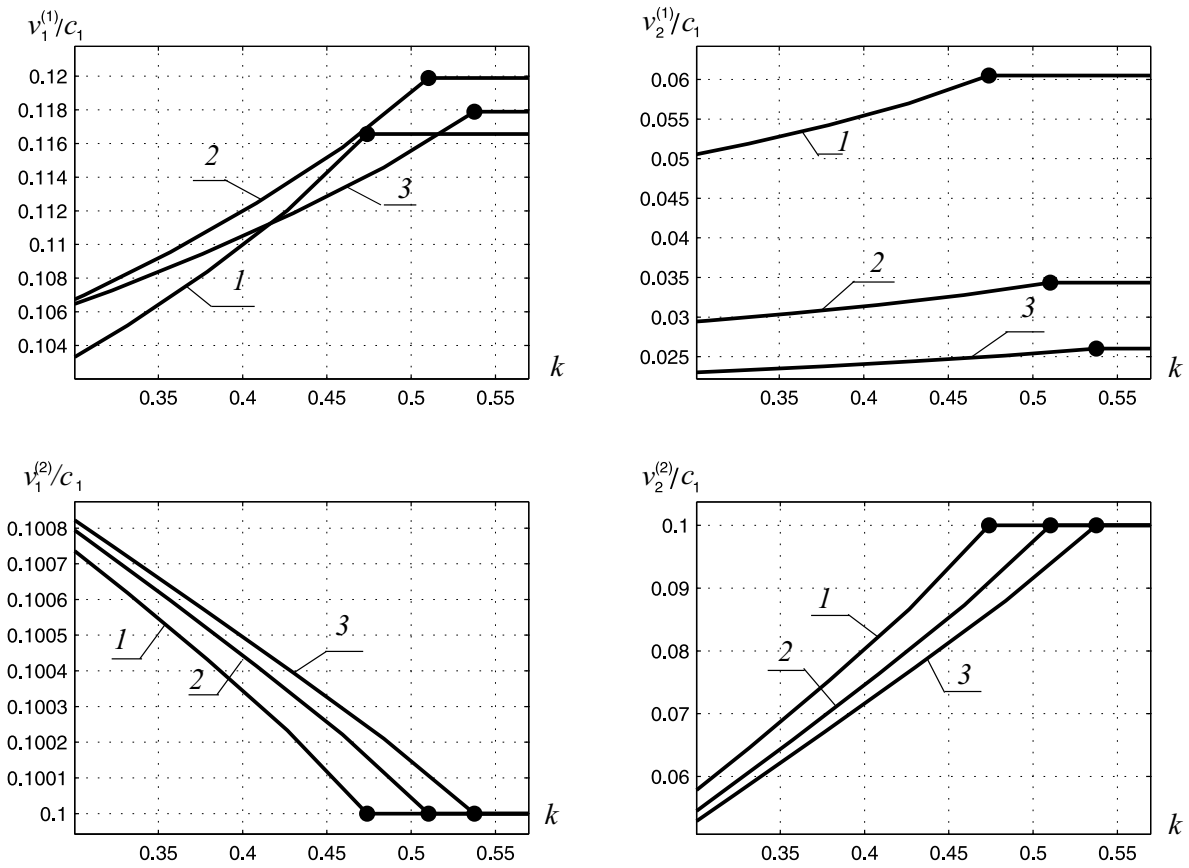

Рис. 4. Зависимость компонент вектора скорости от коэффициента трения k при различных упругих модулях

Выясним влияние параметров задачи на скорости возникающих волновых фронтов. Зафиксируем $\varphi = 1°$, $v_{10} = 0.3\,c_1$, $v_{20} = 0.2\,c_1$ и начнем изменять коэффициент трения k. При малых значениях k возникают две ударные волны, тела проскальзывают (рис. 5, *а*). При увеличении k, на отрезке $[k^{**}, k^*]$, вторым отраженным фронтом становится волна Римана, тела по-прежнему проскальзывают. Дальнейшее увеличение k приводит к жесткой сцепке с ударной и простой волнами.

Если теперь при неизменных скоростях $v_{10} = 0.3\,c_1$, $v_{20} = 0.2\,c_1$ увеличить угол соударения φ до значения 3°, то и проскальзывание, и сцепка происходят с двумя ударными волнами (рис. 5, *б*).

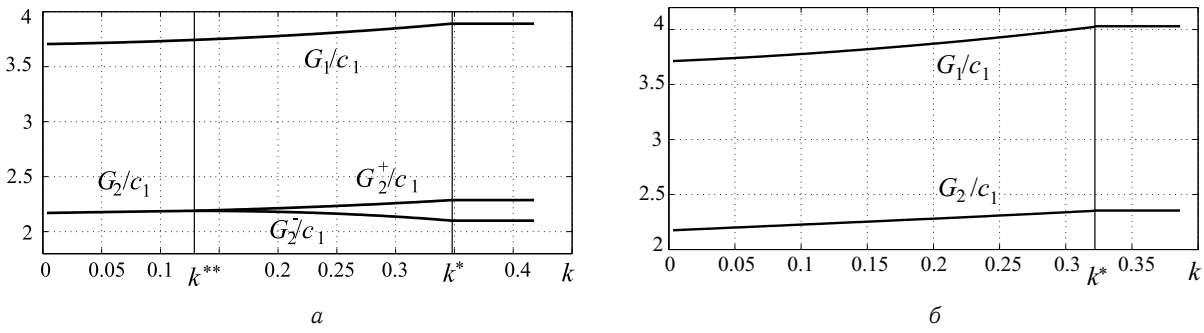

Рис. 5. Зависимости скоростей волн от коэффициента трения k

Отметим, что значения k^{**}, при которых изменяется волновая картина, соответствуют точкам максимума графиков зависимости относительного изменения плотности $\rho^{(2)}/\rho_0$ от коэффициента трения (см. рис. 3).

Решение задачи удается получить только при небольших углах соударения. Углы β_1 и β_2 (или β_2^+ и β_2^-) быстро увеличиваются с увеличением φ, и задача перестает быть автомодельной. Так, например, уже при $\varphi = 4°$, $v_{10} = 0.3\,c_1$, $v_{20} = 0.2\,c_1$ угол β_1 близок к $\pi/2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной постановочной проблемой в автомодельных задачах ударного деформирования остается неоднозначность в определении возникающей волновой картины. Иногда удается удовлетворить начальным и граничным условиям задачи, предполагая появление в среде различных комбинаций ударных и простых волн [1–4], то есть построить более одного решения задачи. Выбор реализуемого варианта распространения деформаций связан с законами термодинамики и с условием эволюционности сильных разрывов. Согласно принятому адиабатическому приближению для нелинейной упругой среды, энтропия оказывается кусочно-постоянной функцией пространственных координат и времени. Пренебрегая теплопроводностью среды при формировании модельных соотношений, считаем единственным необратимым процессом распространение ударной волны. Именно на поверхности разрывов деформаций энтропия может изменяться скачкообразно. Термодинамическое условие совместности разрывов (2.8) связывает производство энтропии с параметрами среды. Его следствием является аналог [10] теоремы Цемплена о термодинамической невозможности скачков разрежения. Более жесткие ограничения на существование поверхностей сильных разрывов накладывают условия эволюционности разрывов [5]. В работе проверка критериев производилась в процессе численых расчетов на примере серии вычислительных экспериментов в задаче о косом ударе абсолютно твердым телом по упругому полупространству. Проведенные вычисления также, как и в [11], не выявили различия между двумя критериями. Два ограничения на существование поверхностей разрывов деформаций оказались равноправными.

Как показали расчеты, передним фронтом распространения деформаций будет продольная волна, на которой терпит разрыв лишь нормальная составляющая скорости частиц среды. Интересно отметить, что в зависимости от параметров задачи и при проскальзывании граничных плоскостей, и при их жесткой сцепке следом за продольной может распространяться как квазипоперечная ударная волна, так и простая волна Римана. При этом ударная волна вызывает дополнительное сжатие среды, а простая волна несколько снижает уплотнение, вызванное продольной волной.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (*проект* 08-01-00001-а).

Библиографический список

1. *Агапов И.Е., Буренин А.А., Резунов А.В.* О соударении двух нелинейно-упругих тел с плоскими границами // Прикладные задачи механики деформируемых сред: Сб. науч. тр. Владивосток: ДВО АН СССР, 1991. С. 206–215.

2. *Буренин А.А., Лапыгин В.В., Чернышов А.Д.* К решению плоских автомодельных задач нелинейной динамической теории упругости // Нелинейные волны деформаций: Материалы междунар. симпозиума. Таллин, 1978. Т. 2. С. 25–28.

3. *Буренин А.А., Лапыгин В.В.* Об отражении плоской продольной ударной волны постоянной интенсивности от плоской жесткой границы нелинейной упругой среды // ПМТФ. 1985. №5. С. 125–129.

4. *Куликовский А.Г., Свешникова Е.И.* Нелинейные волны в упругих средах. М.: Московский лицей, 1998. 412 с.

5. *Чугайнова А.П.* Автомодельная задача о действии бегущей нагрузки на границу нелинейно-упругого слабоанизотропного полупространства // ПММ. 1993. Т. 57, вып. 3. С. 102–109.

6. *Баскаков В.А., Быковцев Г.И.* Об отражении плоскополяризованной волны от свободной поверхности в упрочняющейся упругопластической среде // ПММ. 1971. Т. 35, вып. 3, № 1. С. 71–72.

7. *Быковцев Г.И., Колокольчиков А.В., Сыгуров А.В.* Автомодельные решения уравнений динамики идеального упругопластического тела при условии пластичности Треска // ПМТФ. 1984. №6. С. 148–156.

8. *Быковцев А.Г.* О преломлении ударных волн чистого сдвига в упругопластическое полупространство // ПММ. 1989. Т. 53, вып. 2. С. 309–318.

9. *Быковцев Г.И., Ивлев Д.Д.* Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998. 523 с.

10. *Буренин А.А., Чернышов А.Д.* Ударные волны в изотропном упругом пространстве // ПММ. 1978. Т. 42, вып. 4. С. 711–717.

11. *Дудко О.В., Потянихин Д.А.* Автомодельная задача нелинейной динамической теории упругости о взаимодействии продольной ударной волны с жесткой преградой // Вычисл. мех. сплош. сред. 2008. Т. 1, № 2. С. 27–37.