



Функции  $A(y)$ ,  $A'(y)$ ,  $L(x)$ ,  $L'(x)$  принадлежат классу Гельдера;  $A(x)$ ,  $L(x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow 0$ ;  $L(x) = o(\exp(\gamma x))$ ,  $\gamma < -1/2$  при  $x \rightarrow +\infty$ ;  $(h/2 - y)^{1/2} A(y) \rightarrow 0$  при  $y \rightarrow h/2$ .

Ядра  $B(x, t)$ ,  $\Theta(x, t)$  непрерывно дифференцируемы в областях определения, ограничены в точке  $(0, 0)$ , допускают обращение в  $\infty$  порядка не выше  $1/2$  вблизи  $(0, h)$ , а вблизи  $(+\infty, 0)$  исчезают.

Система (53)–(54) является системой уравнений Фредгольма, безусловная разрешимость которой следует из единственности решения задачи Т.

### Библиографический список

1. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу / Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. – М.: Высш. шк., 1999. – 695 с.
2. Ильин, В.А. Основы математического анализа: в 2 ч. / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – М.: Наука, 1982. – Ч. 1. – 616 с.
3. Франкль, Ф.И. Избранные труды по газовой динамике / Ф.И. Франкль. – М.: Наука, 1973. – 712 с.
4. Зарубин, А.Н. Уравнения смешанного типа с запаздывающим аргументом / А.Н. Зарубин / Орел. гос. ун-т. – Орел, 1999. – 225 с.
5. Зарубин, А.Н. Интегродифференциально-разностные уравнения Вольтерра и интегральные преобразования /
6. Зарубин // Современная математика и проблемы математического образования: Тр. Всерос. науч.-практ. конф. – Орел, 2009. – С. 48–49.
7. Прудников, А.П. Интегралы и ряды. Элементарные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1981. – 799 с.
8. Диткин, В.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление / В.П. Диткин, А.П. Прудников. – М.: Наука, 1974. – 544 с.
9. Маричев, О.И. Об уравнении смешанного типа с двумя линиями вырождения в несимметричной области / О.И. Маричев // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1969. – № 6. – С. 74–80.

УДК 004.942

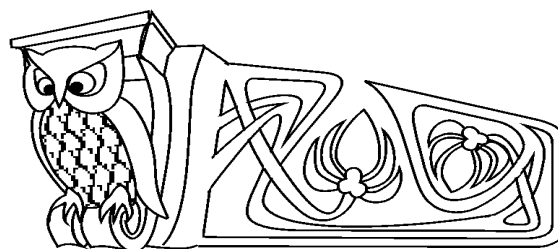
## МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ УДАРНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ СИЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

В.К. Манжосов, Д.А. Новиков

Ульяновский государственный технический университет, кафедра теоретической и прикладной механики  
E-mail: v.maniosov@ulstu.ru, tpm@ulstu.ru

Разработана модель движения ударной системы при периодическом силовом воздействии с учетом возможных многократных ударов за период силового воздействия. Осуществлено моделирование режимов движения ударной системы. Сделан выбор параметров системы, реализующих требуемые характеристики движения.

**Ключевые слова:** удар, модель удара, движение ударной системы, многократный удар, ударный механизм.



Impact System Motion Modes Simulation at Periodic Force Effect

V.K. Manzhosov, D.A. Novikov

Ulyanovsk State Technical University,  
Chair of Theoretical and Applied Mechanics  
E-mail: v.maniosov@ulstu.ru, tpm@ulstu.ru

A model of impact system motion at periodic force effect taking into account possible multiple impacts during the period of the force effect has been developed. Simulation of impact system motion modes has been carried out. Choice of system parameters realizing the required motion characteristics has been made.

**Key words:** impact, impact model, impact system motion, multiple impact, impact mechanism.

### ВВЕДЕНИЕ

Удар — физический процесс, который часто используется в практической деятельности [1]. Технологии с использованием удара перспективны, они позволяют воздействовать на обрабатываемый объект с огромными усилиями [2, 3]. Реализация периодического удара осуществляется с использованием механизмов ударного действия [4]. При создании ударных механизмов возникает необходимость построения рациональных законов движения ударной массы [4, 5]. На режим движения ударной массы оказывает влияние множество факторов, к числу которых можно отнести силы, разгоняющие массу для нанесения удара и отводящие ее в исходное состояние, заданный период между ударами, время переключения сил, восстановление скорости ударника и другие. Эффективный анализ влияния этих факторов и построение требуемого режима движения ударной системы могут быть достигнуты при моделировании движения виброударной системы.



## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрена ударная система, схема которой приведена на рис. 1. Масса  $m$  движется вдоль оси  $x$  под действием периодической силы  $P(t)$ , диаграмма которой представлена на рис. 1.

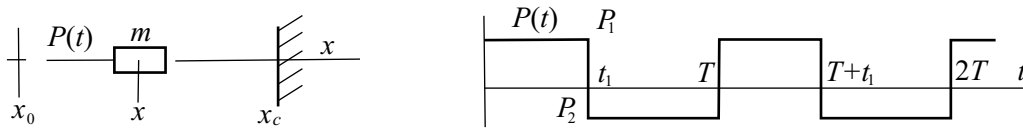


Рис. 1. Схема виброударной системы и диаграмма силы  $P(t)$

Движение рассматриваемой виброударной системы описывается уравнениями:

$$m \cdot \ddot{x} = P(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad \dot{x}(t_0) = \dot{x}_0, \quad (1)$$

$$P(t) = \begin{cases} P_1, & (n-1)T \leq t < (n-1)T + t_1, \\ P_2, & (n-1)T + t_1 \leq t < nT, \end{cases} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

$$\text{при } x = x_c \text{ если } \dot{x}^- > 0, \text{ то } \dot{x}^+ = -R\dot{x}^-, \quad (3)$$

где  $x_0$  — координата массы в начальный момент времени при  $t = t_0$ ,  $\dot{x}_0$  — скорость ударной массы в начальный момент времени,  $P_1, P_2$  — силы, действующие на массу  $m$  в течение периода,  $T$  — период силового воздействия,  $t_1$  — длительность действия силы  $P_1$ ,  $n$  — номер цикла силового воздействия,  $x_c$  — координата ограничителя,  $\dot{x}^-$  — скорость ударной массы перед столкновением с ограничителем,  $\dot{x}^+$  — скорость ударной массы после столкновения с ограничителем,  $R$  — коэффициент восстановления скорости при ударе.

## 2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РЕШЕНИЯ

### 2.1. Удар на интервале $t_0 \leq t < t_1$

Время первого удара обозначим  $t_{c_1}$ , причем  $t_0 < t_{c_1} < t_1$ . Координата массы совпадает в этот момент с положением ограничителя  $x(t_{c_1}) = x_c$ . Используя теорему об изменении кинетической энергии материальной точки применительно к движению ударной массы, на интервале  $t_0 \leq t \leq t_{c_1}$  имеем

$$\frac{1}{2}m(\dot{x}^2(t) - \dot{x}_0^2) = P_1(x - x_0), \quad \dot{x}(t) = \pm \sqrt{\dot{x}_0^2 + 2A_1(x - x_0)}, \quad A_1 = \frac{P_1}{m}. \quad (4)$$

В момент первого удара  $t = t_{c_1}$ ,  $x = x_c$ . Так как предударная скорость массы по условию (3) является положительной величиной, то при  $t = t_{c_1}$  из (4) для  $(\dot{x}(t_{c_1}))^-$  оставляем знак «+»:

$$t = t_{c_1}, \quad (\dot{x}(t_{c_1}))^- = \sqrt{\dot{x}_0^2 + 2A_1(x_0 - x_c)}. \quad (5)$$

При интегрировании (1) до нанесения первого удара на интервале  $t_0 \leq t \leq t_{c_1}$  имеем  $\dot{x}(t) = \dot{x}_0 + A_1(t - t_0)$ . При  $t = t_{c_1}$  получим значение  $(\dot{x}(t_{c_1}))^-$ , равное

$$(\dot{x}(t_{c_1}))^- = \dot{x}_0 + A_1(t_{c_1} - t_0). \quad (6)$$

Время первого удара  $t_{c_1}$  определим, приравняв (5) и (6):

$$t_{c_1} = t_0 + \frac{-\dot{x}_0 + \sqrt{\dot{x}_0^2 + 2A_1(x_0 - x_c)}}{A_1}. \quad (7)$$

Начальная скорость  $\dot{x}_0$  может быть как положительной ( $\dot{x}_0 > 0$ ), так и отрицательной ( $\dot{x}_0 < 0$ ) величиной. При  $\dot{x}_0 < 0$  из (7) следует, что время первого удара наступит позднее, чем при  $\dot{x}_0 > 0$ .

Скорость массы после удара при  $t = t_{c_1}$  в соответствии с равенством (3) равна

$$t = t_{c_1}, \quad (\dot{x}(t_{c_1}))^+ = -R(\dot{x}(t_{c_1}))^-. \quad (8)$$



На первой фазе действия усилия на интервале  $t_{c_1} \leq t \leq t_1$  скорость ударной массы и ее координата определяются равенствами:

$$\dot{x} = (\dot{x}(t_{c_1}))^+ + A_1(t - t_{c_1}), \quad x = x_c + (\dot{x}(t_{c_1}))^+(t - t_{c_1}) + \frac{1}{2}A_1(t - t_{c_1})^2. \quad (9)$$

Удар массы об ограничитель может многократно повторяться на интервале  $t_{c_1} < t < t_1$ . Если в первой фазе действия силы в момент времени  $t = t_{c_i}$  происходит  $i$ -й удар, то на интервале  $t_{c_{i-1}} \leq t \leq t_{c_i}$

$$\dot{x}(t) = (\dot{x}(t_{c_{i-1}}))^+ + A_1(t - t_{c_{i-1}}), \quad x(t) = x_c + (\dot{x}(t_{c_{i-1}}))^+(t - t_{c_{i-1}}) + \frac{1}{2}A_1(t - t_{c_{i-1}})^2, \quad (10)$$

где  $t_{c_{i-1}}$  — время нанесения  $(i - 1)$ -го удара,  $(\dot{x}(t_{c_{i-1}}))^+ = -R(\dot{x}(t_{c_{i-1}}))^-$  — скорость массы после нанесения  $(i - 1)$ -го удара, являющаяся начальной скоростью движения массы на интервале  $t_{c_{i-1}} \leq t \leq t_{c_i}$ .

В момент нанесения  $i$ -го удара при  $t = t_{c_i}$  масса соприкасается с ограничителем и ее координата  $x(t_{c_i}) = x_c$ . Тогда из (10)

$$x_c = x_c + (\dot{x}(t_{c_{i-1}}))^+(t_{c_i} - t_{c_{i-1}}) + \frac{1}{2}A_1(t_{c_i} - t_{c_{i-1}})^2, \quad t_{c_i} - t_{c_{i-1}} = -\frac{2(\dot{x}(t_{c_{i-1}}))^+}{A_1}. \quad (11)$$

Время между двумя последовательными ударами пропорционально зависит от послеударной скорости предыдущего удара и оно уменьшается в геометрической прогрессии. Возникает явление «дребезга». Координата ударной массы интенсивно стремится к  $x_c$ .

Общее время таких соударений при числе соударений, стремящихся к бесконечности, конечно и определяется следующим образом:

$$t_{c_\infty} = t_{c_1} + \frac{2R}{A_1(1 - R)}(\dot{x}(t_{c_1}))^-.$$

Если  $t_{c_\infty} < t_1$ , то многократный ударный режим движения ударной массы заканчивается еще в первой фазе действия силы  $P(t)$  и следует переходить к рассмотрению движения во второй фазе действия силы при следующих начальных условиях:  $x(t_1) = x_c$ ,  $\dot{x}(t_1) = 0$ .

Если неравенство  $t_{c_\infty} < t_1$  не выполняется, то возникает необходимость определения конечного числа ударов массы об ограничитель до начала второй фазы действия силы  $P(t)$ . Число ударов  $j$  определится как

$$j = \frac{\ln[1 - \frac{t_1 - t_{c_1}}{a_1}(R - 1)]}{\ln R} + 1, \quad a_1 = \frac{2}{A_1}R(\dot{x}(t_{c_1}))^-.$$

При режиме многократных ударов скорость каждого последующего удара интенсивно уменьшается по закону геометрической прогрессии, причем  $(\dot{x}(t_{c_i}))^- = R^{i-1}(\dot{x}(t_{c_1}))^-$ .

Так как  $R < 1$ , то  $R^{i-1}$  при увеличении  $i$  стремится к нулю. Если рассмотреть отношение  $(\dot{x}(t_{c_i}))^- / (\dot{x}(t_{c_1}))^- = R^{i-1}$ , то отношение скорости удара на  $i$ -м соударении к предударной скорости первого удара при достаточно большом числе соударений становится малой величиной.

Если задаться величиной этой малости  $\varepsilon$  и учитывать

$$(\dot{x}(t_{c_i}))^- = \begin{cases} (\dot{x}(t_{c_i}))^-, & \text{если } R^{i-1} \geq \varepsilon, \\ 0, & \text{если } R^{i-1} < \varepsilon, \end{cases}$$

то можно определить минимальное число ударов  $i_{\min}$ , после которого можно считать практически, что ударная масса находится в покое у ограничителя, пока  $t < t_1$ , т.е. не наступила вторая фаза действия усилия  $P(t)$ :

$$i_{\min} = \frac{\ln \varepsilon}{\ln R} + 1.$$

Если  $i > i_{\min}$ , то можно считать, что  $(\dot{x}(t_{c_i}))^- = 0$ ,  $x(t_{c_i}) = x_c$ , т.е. становятся известными начальные условия для следующего этапа расчета.



## 2.2. Удар на интервале $t_1 \leq t \leq T$

Если первый удар не произошел на интервале  $t_0 \leq t \leq t_1$ , то он может произойти на интервале  $t_1 \leq t \leq T$ , когда на массу действует сила  $P_2$ . Начальные условия для этого этапа движения таковы:  $x|_{t=t_1} = x(t_1) < x_c$ ,  $\dot{x}|_{t=t_1} = \dot{x}(t_1)$ . Время первого удара обозначим  $t_{c_1}$ , причем  $t_1 < t_{c_1} < T$ .

Используя теорему об изменении кинетической энергии материальной точки применительно к движению ударной массы, на интервале  $t_1 \leq t \leq t_{c_1}$  имеем

$$\frac{1}{2}m(\dot{x}^2(t) - \dot{x}^2(t_1)) = P_2(x - x(t_1)), \quad \dot{x}(t) = \pm\sqrt{\dot{x}^2(t_1) + 2A_2(x - x(t_1))}, \quad A_2 = \frac{P_2}{m}. \quad (12)$$

В момент первого удара  $t = t_{c_1}$ ,  $x = x_c$ . Тогда предударная скорость массы, будучи по условию (3) положительной величиной, из (12) равна

$$t = t_{c_1}, \quad (\dot{x}(t_{c_1}))^- = \sqrt{\dot{x}^2(t_1) + 2A_2(x_c - x(t_1))}. \quad (13)$$

При интегрировании (1) до нанесения первого удара на интервале  $t_1 \leq t \leq t_{c_1}$  имеем  $\dot{x}(t) = \dot{x}(t_1) + A_2(t - t_1)$ . При  $t = t_{c_1}$  получим значение  $(\dot{x}(t_{c_1}))^-$ , равное

$$(\dot{x}(t_{c_1}))^- = \dot{x}(t_1) + A_2(t_{c_1} - t_1). \quad (14)$$

Время первого удара  $t_{c_1}$  во второй фазе действия усилия определим, приравняв (13) и (14),

$$t_{c_1} = t_1 + \frac{-\dot{x}(t_1) + \sqrt{\dot{x}^2(t_1) + 2A_2(x_c - x(t_1))}}{A_2}, \quad A_2 = \frac{P_2}{m}. \quad (15)$$

Чтобы произошел удар во второй фазе действия силы  $t_1 \leq t \leq T$ , подкоренное выражение должно удовлетворять неравенству

$$\dot{x}^2(t_1) + 2A_2(x_c - x(t_1)) > 0. \quad (16)$$

Скорость массы после удара в соответствии с равенством (3) равна  $t = t_{c_1}$ ,  $(\dot{x}(t_{c_1}))^+ = -R(\dot{x}(t_{c_1}))^-$ .

Рассмотрим возможность возникновения повторных ударов во второй фазе действия силы на интервале  $t_{c_1} \leq t \leq T$ . Аналогично, как и для (12), имеем

$$\dot{x}(t) = \pm\sqrt{\dot{x}^2(t_{c_1}) + 2A_2(x - x(t_{c_1}))}. \quad (17)$$

В момент повторного удара  $t = t_{c_2}$ ,  $x = x_c$ . Тогда предударная скорость массы, будучи по условию (3) положительной величиной, из (17) равна

$$t = t_{c_2}, \quad (\dot{x}(t_{c_2}))^- = \sqrt{(\dot{x}^2(t_{c_1}))^+ + 2A_2(x_c - x(t_{c_1}))}. \quad (18)$$

Так как  $x(t_{c_1}) = x_c$ , то  $(\dot{x}(t_{c_2}))^- = -(\dot{x}(t_{c_1}))^+ = R(\dot{x}(t_{c_1}))^-$ .

При интегрировании (1) на интервале  $t_{c_1} \leq t \leq t_{c_2}$  имеем

$$\dot{x}(t) = (\dot{x}(t_{c_1}))^+ + A_2(t - t_{c_1}).$$

Если  $A_2 < 0$ , повторный удар во второй фазе действия силы невозможен, так как  $(\dot{x}(t_{c_1}))^+ = -R(\dot{x}(t_{c_1}))^- < 0$ ,  $\dot{x}(t) < 0$ , и ударная масса перемещается от ограничителя. В этом случае далее расчет производится по формулам ( $t_{c_1} < t < t_1$ ):

$$\dot{x} = (\dot{x}(t_{c_1}))^+ + A_2(t - t_{c_1}), \quad x = x_c + (\dot{x}(t_{c_1}))^+(t - t_{c_1}) + \frac{1}{2}A_2(t - t_{c_1})^2. \quad (19)$$

При  $t = T$  скорость ударной массы и ее координата примут следующие значения:

$$\dot{x}(T) = (\dot{x}(t_{c_1}))^+ + A_2(T - t_{c_1}), \quad x(T) = x_c + (\dot{x}(t_{c_1}))^+(T - t_{c_1}) + \frac{1}{2}A_2(T - t_{c_1})^2.$$



Если  $A_2 > 0$ , повторный удар во второй фазе действия силы возможен при условии, что время повторного удара  $t_{c_1} < t_{c_2} < T$ , причем

$$t_{c_2} > t_{c_1} + \frac{-(\dot{x}(t_{c_1}))^+}{A_2} = t_{c_1} + \frac{R(\dot{x}(t_{c_1}))^-}{A_2}.$$

Если во второй фазе действия силы возникают многократные удары, то для  $i$ -го удара (при условии  $t_{c_i} < T$ )

$$t_{c_i} > t_{c_{i-1}} + \frac{R(\dot{x}(t_{c_{i-1}}))^-}{A_2}.$$

Время между двумя последовательными ударами пропорционально зависит от послеударной скорости предыдущего удара и оно уменьшается в геометрической прогрессии. Возникает явление «дребезга» во второй фазе действия силы. Координата ударной массы интенсивно стремится к  $x_c$ , а предударная скорость уменьшается по закону  $(\dot{x}(t_{c_i}))^- = R^{i-1}(\dot{x}(t_{c_1}))^-$ .

Явление «дребезга» во второй фазе действия силы, возникающее при условии  $A_2 > 0$ , явно нежелательно, так как в следующем периоде на интервале  $T < t < T + t_1$  начинается новая фаза силового воздействия на ударную массу ( $A_1 > 0$ ), и процесс периодических ударов может прекратиться.

Если начинается второй период движения, координата ударной массы  $x(T)$  и ее скорость  $\dot{x}(T)$  принимаются за начальные для следующего цикла и процедура расчета повторяется.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Осуществлено моделирование движения ударной массы при периодическом силовом воздействии с учетом возможных многократных ударов массы об ограничитель.

На рис. 2 представлены результаты моделирования (диаграммы положения  $x$  и скорости  $v$  ударной массы в зависимости от времени  $t$ ) при следующих параметрах ударной системы:  $m = 1$  кг,  $x_0 = -0.5$  м,  $\dot{x}_0 = 0$  м/с,  $T = 0.05$  с,  $t_1 = 0.035$  с,  $R = 0.3$ ,  $P_1 = 1000$  Н,  $P_2 = -500$  Н.

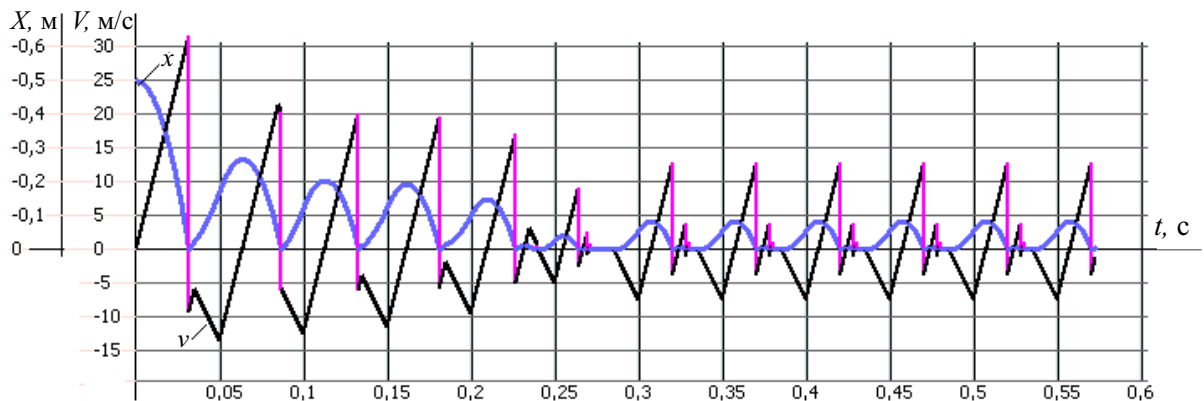


Рис. 2. Диаграммы положения  $x$  и скорости  $v$  ударной массы при выходе системы на установившийся режим движения

В установившемся режиме движения предударная скорость массы существенно ниже, чем на первых циклах движения. Кроме этого возникает явление «дребезга». Влияет на режим движения время переключения силы  $P(t)$  со значения  $P_1$  на значение  $P_2$ . На рис. 3 представлены диаграммы  $x = x(t)$ ,  $v = v(t)$  движения ударной массы и фазовые диаграммы  $v = v(x)$  при значениях времени переключения  $t_1 = 0.025$  с (см. рис. 3, а) и  $t_1 = 0.03$  с (см. рис. 3, б).

Параметры ударной системы:  $m = 1$  кг,  $x_0 = -0.5$  м,  $v_0 = 0$  м/с, коэффициент  $R = 0.3$ ; период  $T = 0.05$  с,  $P_1 = 1000$  Н,  $P_2 = -500$  Н.

В обоих случаях режим движения существенно неустойчивый. Возникают пропуски ударов, удар массы об ограничитель происходит с различной скоростью.

Построим закон движения  $x = x(t)$  ударной массы  $m$ , совершающей прямолинейное движение вдоль оси  $x$  с одним соударением об ограничитель за период ( $x_c$  — координата ограничителя) с заданной скоростью  $v^-$  под действием периодического силового воздействия  $P(t)$  с периодом  $T$  с одним переключением силы за период в моменты времени  $(t_1)_i$ .

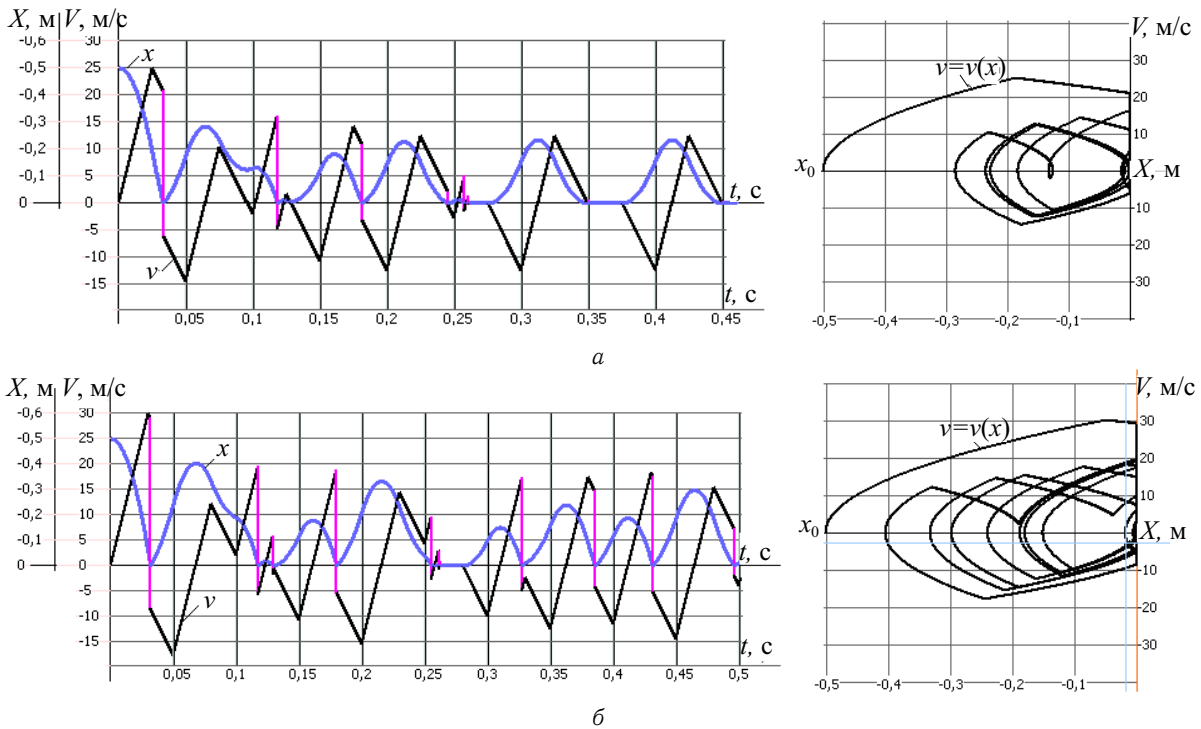


Рис. 3. Диаграммы движения ударной массы  $x = x(t)$ ,  $v = v(t)$  и фазовые диаграммы  $v = v(x)$  при различных значениях времени переключения  $t_1$

Предполагается, что удар массы  $m$  об ограничитель является мгновенным, модель удара описывается равенством  $v^+ = -Rv^-$ , где  $v^+$  – скорость массы после удара,  $R$  – коэффициент восстановления скорости ( $0 \leq R \leq 1$ ).

Предполагается, что сила  $P(t)$  за период ее действия имеет две фазы с постоянными по модулю значениями сил  $P_1$  и  $P_2$ :  $P(t) = P_1, (t_n)_i \leq t \leq (t_1)_i, P(t) = P_2, (t_1)_i \leq t \leq (t_n)_i + T$ , где  $(t_n)_i = (i - 1)T$  – время начала периода действия силы,  $(t_1)_i = (t_n)_i + k_t T$  – время переключения действия силы,  $k_t = ((t_1)_i - (t_n)_i)/T$  – коэффициент ( $0 < k_t < 1$ ),  $i$  – номер периода действия силы.

Периодический характер движения ударной массы описывается равенствами  $x((t_k)_i) = x((t_n)_i)$ ,  $\dot{x}((t_k)_i) = \dot{x}((t_n)_i)$ , где  $(t_k)_i = iT$  – время окончания периода действия силы,  $x((t_n)_i)$  и  $x((t_k)_i)$  – положение ударной массы в начале и конце периода,  $\dot{x}((t_k)_i)$  и  $\dot{x}((t_n)_i)$  – скорость ударной массы в начале и конце периода соответственно.

Из условия  $0 < k_t < 1$  следует, что начальная скорость  $\dot{x}_0 < Rv^-$ .

Энергия удара будет наибольшей, если в момент  $(t_1)_i$  переключения силы  $P(t)$  масса  $m$  достигнет ограничителя и произведет удар. Этому условию соответствует равенство  $x((t_n)_i) = x_c$ .

Определим закон движения ударной массы  $m$  при значении массы  $m$ , положении ограничителя  $x_c$ , предударной скорости  $v^-$ , коэффициенте восстановления  $R$ , начальных условиях  $x_0$  и  $\dot{x}_0$  ( $\dot{x}_0 < Rv^-$ ). Для решения задачи необходимо найти значения  $(t_1)_i, P_1$  и  $P_2, v^+, T$ .

Из условий обеспечения периодичности движения, условий соударения следует, что

$$T = \frac{2(x_c - x_0)}{v^- + \dot{x}_0} + \frac{2(x_0 - x_c)}{v^+ + \dot{x}_0}, \quad (t_1)_i = \frac{2(x_c - x_0)}{v^- + \dot{x}_0} + (i - 1)T, \quad i = 1, 2, \dots,$$

$$P_1 = m \frac{(v^-)^2 - (\dot{x}_0)^2}{2(x_c - x_0)}, \quad v^+ = -Rv^-, \quad P_2 = m \frac{\dot{x}_0 - v^+}{T - \frac{2(x_c - x_0)}{\dot{x}_0 + v^-}}.$$

При начальных условиях  $x_0 = -0.5$  м и  $\dot{x}_0 = 0$  м/с, значении массы  $m = 1$  кг, положении ограничителя  $x_c = 0$ , предударной скорости  $v^- = 20$  м/с и коэффициенте восстановления  $R = 0.3$  будем иметь следующие характеристики цикла:

$$v^+ = -Rv^- = -6 \text{ м/с}, \quad T = \frac{2(x_c - x_0)}{v^- + \dot{x}_0} + \frac{2(x_0 - x_c)}{v^+ + \dot{x}_0} = 0.05 + 0.166 = 0.216 \text{ с},$$



$$(t_1)_i = \frac{2(x_c - x_0)}{v^- + \dot{x}_0} + (i - 1)T = (0.05 + (i - 1) \cdot 0.216) \text{ с}, \quad i = 1, 2, \dots,$$

$$P_1 = m \frac{(v^-)^2 - (\dot{x}_0)^2}{2(x_c - x_0)} = 400 \text{ Н}, \quad P_2 = m \frac{\dot{x}_0 - v^+}{T - \frac{2(x_c - x_0)}{\dot{x}_0 + v^-}} = 36 \text{ Н}.$$

На рис. 4 представлены результаты моделирования движения ударной системы при реализации вычисленных характеристик цикла. Процесс периодический, с одним соударением ударной массы об ограничитель и с требуемой скоростью соударения.

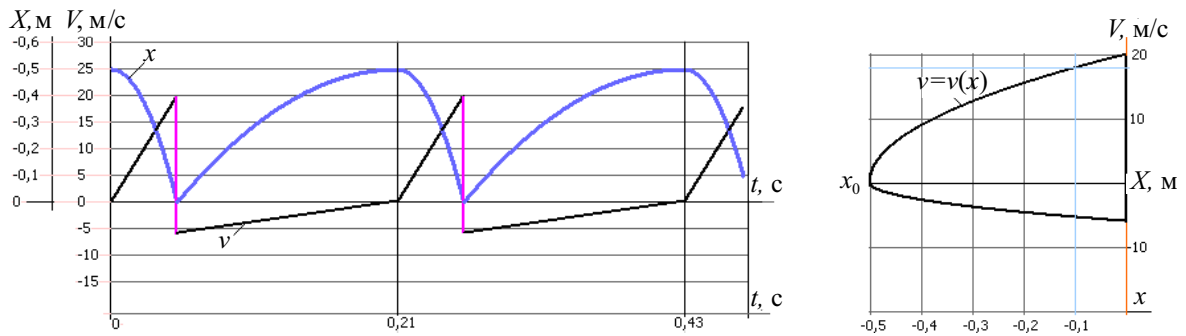


Рис. 4. Диаграммы движения ударной массы

Не возникает явления «дребезга», связанного с многократными ударами, с малой предударной скоростью, после нанесения основного удара. Фазовая диаграмма имеет четко выраженную характеристику с определенными значениями скорости ударной массы в зависимости от ее положения.

## ВЫВОДЫ

При описании движения ударной массы под действием периодической силы возникает вероятность многократных ударов массы об ограничитель (явление «дребезга») в случае, если время переключения силы для отвода ударника от ограничителя запаздывает по отношению к моменту нанесения удара.

Моделирование движения ударной массы в процессе дребезга проблематично, так как этот процесс бесконечно ударный с интенсивным уменьшением предударной скорости и сокращением времени между двумя последовательными ударами. Решение этой проблемы найдено путем определения минимального числа последовательных ударов, превышение которого позволяет с заданным уровнем погрешности отсекающие последующие малые перемещения ударника и определять начальные значения для следующего цикла движения.

Разработана процедура моделирования режимов движения ударной системы при периодическом силовом воздействии с учетом возможных многократных ударов за период силового воздействия.

Результаты моделирования показывают существенное влияние на движение ударной массы параметров виброударной системы. При неблагоприятных их значениях режим движения нестабильный. Возникают пропуски ударов, удар массы об ограничитель происходит с различной скоростью.

Предложенные расчетные зависимости позволяют определить параметры ударной системы, обеспечивающие заданные характеристики цикла.

*Работа выполнена в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (ГК № П 1122).*

## Библиографический список

1. Алимов, О.Д. Удар. Распространение волн деформаций в ударных системах / О.Д. Алимов, В.К. Манжосов, В.Э. Еремьянц. – М.: Наука, 1985. – 354 с.
2. Дворников, Л.Т. Продольный удар полукатеноидальным бойком / Л.Т. Дворников, И.А. Жуков. – Новокузнецк, 2006. – 80 с.
3. Манжосов, В.К. Продольный удар / В.К. Манжосов; Ульяновск. гос. тех. ун-т. – Ульяновск, 2007. – 358 с.
4. Алимов, О.Д. Гидравлические виброударные системы / О.Д. Алимов, С.А. Басов. – М.: Наука, 1990. – 352 с.
5. Манжосов, В.К. Динамика и синтез кулачковых ударных механизмов / В.К. Манжосов; Ульяновск. гос. тех. ун-т. – Ульяновск, 2006. – 219 с.