



УДК 539.376

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ТОЛСТОСТЕННЫХ ТРУБ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ ОСЕВОЙ СИЛОЙ, КРУТЯЩИМ МОМЕНТОМ И ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

В. П. Радченко, В. В. Цветков

Радченко Владимир Павлович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики, Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, Самара, Молодогвардейская, 244, radchenko.vp@samgtu.ru

Цветков Виталий Владимирович, аспирант, Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, Самара, Молодогвардейская, 244, vi.v.tsvetkoff@gmail.com

Разработан метод решения краевой задачи о реологическом деформировании и разрушении толстостенной трубы при комбинированном нагружении осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением. Для описания процесса ползучести используется энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Выполнена экспериментальная проверка предложенного метода на основании известных опытных данных по ползучести и длительной прочности толстостенных труб из сплава Д16Т и стали 20. Получены расчётные зависимости для полной осевой деформации и относительного угла закручивания с течением времени. Приведены результаты расчётов и оценки погрешностей по длительной прочности. Показано соответствие расчётных данных по предложенной методике с экспериментальными значениями, а также данными расчёта других авторов из независимых источников.

Ключевые слова: краевая задача, ползучесть, длительная прочность, толстостенная труба, растяжение, кручение, внутреннее давление.

DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2018-18-4-484-495>

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, большинство реальных деталей машин и механизмов в процессе эксплуатации подвергается воздействию сложного напряжённого состояния. При этом с течением времени при повышенных температурах в металлических материалах происходит накопление деформации ползучести, что способствует возникновению повреждений и в конечном счёте приводит к разрушению. Отсюда возникает необходимость в разработке методов оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния и предела длительной прочности элементов конструкций в условиях ползучести при различных видах напряжённого состояния.

Значительное число известных работ по длительной прочности носит исключительно экспериментальный характер и посвящено исследованию цилиндрических изделий, в частности испытаниям толстостенных образцов при совместном действии осевой силы, крутящего момента и внутреннего давления. На сегодняшний день в наиболее полном объёме эта информация систематизирована А. М. Локощенко [1]. Там же рассмотрены два феноменологических подхода к прогнозированию длительной прочности металлических изделий при сложном напряжённом состоянии.



Критериальный подход (по терминологии А. М. Локощенко) базируется на концепции эквивалентных напряжённых состояний. Он позволяет установить критериальные зависимости для длительной прочности по упрощённой схеме, подробно изложенной в [1]. На основе данного подхода решаются многие задачи прогнозирования длительной прочности элементов конструкций при сложном напряжённом состоянии, в частности, они рассмотрены в работах [2–4] и др. Однако при таком подходе за рамками исследования находится кинетика напряжённо-деформированного состояния в процессе ползучести конструкции.

Другой подход — кинетический — заключается в математической постановке и решении соответствующих краевых задач с использованием кинетической теории ползучести и критерия разрушения. Как показано в работе [5], применение такого подхода позволяет получить расчётные зависимости для характеристик напряжённо-деформированного состояния, зная которые возможно спрогнозировать остаточный ресурс исследуемого объекта в условиях ползучести.

Целью настоящей работы является разработка и экспериментальная проверка метода решения краевой задачи о реологическом деформировании и разрушении толстостенной трубы при комбинированном нагружении осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением.

1. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ О РЕОЛОГИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ И РАЗРУШЕНИИ ТОЛСТОСТЕННОЙ ТРУБЫ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ ОСЕВОЙ СИЛОЙ, КРУТЯЩИМ МОМЕНТОМ И ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

Рассмотрим краевую задачу ползучести полого цилиндрического образца с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2 при комбинированном нагружении осевой силой F , крутящим моментом M и внутренним давлением q , как показано на рис. 1.

Введём стандартную цилиндрическую систему координат (r, θ, z) . При рассматриваемых внешних нагрузках напряжённое состояние элементарного объёма цилиндрического образца в любой момент времени t определяется тензором напряжений:

$$\sigma_{ij}^0(r, t) = \begin{pmatrix} \sigma_z^0(r, t) & \tau_0(r, t) & 0 \\ \tau_0(r, t) & \sigma_\theta^0(r, t) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r^0(r, t) \end{pmatrix},$$

где через σ_z^0 , σ_θ^0 , σ_r^0 и τ_0 обозначены осевая, окружная, радиальная и касательная компоненты тензора напряжений соответственно.

Постановка краевой задачи включает в себя следующие соотношения:

— уравнения равновесия:

$$r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \sigma_r^0(r, t) = \sigma_\theta^0(r, t), \quad (1)$$

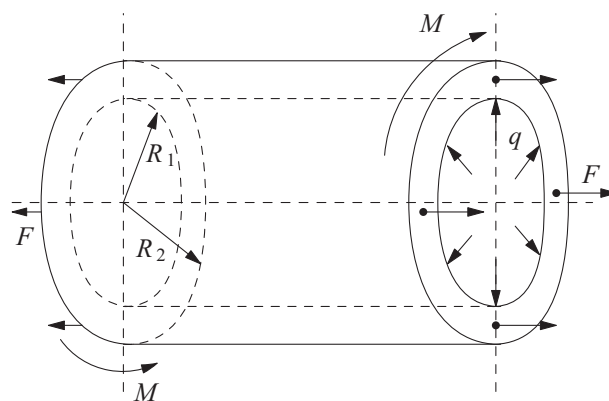


Рис. 1. Схема нагружения цилиндрического образца осевой силой F , крутящим моментом M и внутренним давлением q

Fig. 1. Loading condition of cylindrical specimen with axial force F , torsional moment M and internal pressure q



$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z^0(r, t) r dr = F, \quad (2)$$

$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \tau_0(r, t) r^2 dr = M; \quad (3)$$

— уравнение совместности деформаций:

$$r \frac{d\varepsilon_\theta(r, t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r, t) = \varepsilon_r(r, t), \quad (4)$$

где ε_r и ε_θ — радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций соответственно;

— гипотеза плоских сечений:

$$\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z(t), \quad (5)$$

где ε_z — осевая компонента тензора полных деформаций;

— гипотеза прямых радиусов:

$$\gamma(r, t) = r\theta(t), \quad (6)$$

где γ — полная деформация сдвига, θ — относительный угол закручивания;

— краевые условия:

$$\forall t \geq 0 \quad \sigma_r^0(r, t) \Big|_{r=R_1} = -q; \quad \sigma_r^0(r, t) \Big|_{r=R_2} = 0. \quad (7)$$

Поскольку в соотношения (1)–(7) время t входит параметрически, то здесь и далее будет использоваться оператор полной производной по пространственной координате r .

Сформулируем начальные условия. В момент приложения нагрузки $t = 0$ напряжённое состояние определяется решением краевой задачи, полученным в теории упругости:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^0(r, 0) &= \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 + \frac{R_2^2}{r^2} \right]; & \sigma_r^0(r, 0) &= \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right]; \\ \sigma_z^0(r, 0) &= \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}; & \tau_0(r, 0) &= \frac{M}{J}r, \end{aligned} \quad (8)$$

где J — момент инерции сечения относительно оси:

$$J = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = \frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{2}.$$

При температурно-силовом нагружении в цилиндрическом образце происходит накопление деформации ползучести, и тензор полных деформаций в любой момент времени t можно представить в виде

$$\varepsilon_{ij}(r, t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_z(r, t) & \frac{1}{2}\gamma(r, t) & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma(r, t) & \varepsilon_\theta(r, t) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_r(r, t) \end{pmatrix},$$



где

$$\varepsilon_z(r, t) = e_z(r, t) + p_z(r, t); \quad (9)$$

$$\varepsilon_\theta(r, t) = e_\theta(r, t) + p_\theta(r, t); \quad (10)$$

$$\varepsilon_r(r, t) = e_r(r, t) + p_r(r, t); \quad (11)$$

$$\gamma(r, t) = \gamma^e(r, t) + \gamma^p(r, t). \quad (12)$$

Здесь $e_z, e_\theta, e_r, \gamma^e$ — осевая, окружная, радиальная и сдвиговая компоненты тензора упругих деформаций соответственно; $p_z, p_\theta, p_r, \gamma^p$ — осевая, окружная, радиальная и сдвиговая компоненты тензора деформаций ползучести соответственно. При этом в начальный момент времени $t = 0$ значения компонент тензора деформаций ползучести равны нулю.

Далее задача заключается в разрешении соотношений (9)–(12) относительно компонент тензора напряжений $\sigma_z^0, \sigma_\theta^0, \sigma_r^0, \tau_0$.

Запишем закон Гука для упругих деформаций:

$$e_z(r, t) = \frac{1}{E} [\sigma_z^0(r, t) - \mu(\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_r^0(r, t))]; \quad (13)$$

$$e_\theta(r, t) = \frac{1}{E} [\sigma_\theta^0(r, t) - \mu(\sigma_r^0(r, t) + \sigma_z^0(r, t))]; \quad (14)$$

$$e_r(r, t) = \frac{1}{E} [\sigma_r^0(r, t) - \mu(\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_z^0(r, t))]; \quad (15)$$

$$\gamma^e(r, t) = \frac{1}{G} \tau_0(r, t), \quad (16)$$

где E — модуль Юнга, μ — коэффициент Пуассона, $G = E/(2(1 + \mu))$ — модуль сдвига материала.

Подставляя (13) и (5) в (9), находим распределение осевого напряжения:

$$\sigma_z^0(r, t) = E[\varepsilon_z(t) - p_z(r, t)] + \mu[\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_r^0(r, t)]. \quad (17)$$

Вычитая из (14) уравнение (15), исключим компоненту σ_z^0 :

$$e_\theta(r, t) - e_r(r, t) = \frac{1 + \mu}{E} [\sigma_\theta^0(r, t) - \sigma_r^0(r, t)].$$

Используя уравнение (1), запишем последнее соотношение в виде

$$e_\theta(r, t) - e_r(r, t) = \frac{1 + \mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} \right). \quad (18)$$

Найдём выражение de_θ/dr , для этого продифференцируем соотношение (14) по r :

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1}{E} \left[\frac{d\sigma_\theta^0(r, t)}{dr} - \mu \left(\frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \frac{d\sigma_z^0(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (19)$$

Дифференцируя соотношение (17) по r и подставляя полученное в (19), исключим из него величину $d\sigma_z^0/dr$:

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} \left[(1 - \mu) \frac{d\sigma_\theta^0(r, t)}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \frac{\mu E}{1 + \mu} \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right].$$



Продифференцировав (1) по r и подставив полученное в последнее соотношение, исключаем $d\sigma_\theta^0/dr$:

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} \left[(1 - \mu)r \frac{d^2\sigma_r^0(r, t)}{dr^2} + (2 - 3\mu) \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \frac{\mu E}{1 + \mu} \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right]. \quad (20)$$

Преобразуем уравнение совместности деформаций (4) с учётом (10), (11) и (18):

$$r \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = -\frac{1 + \mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} \right) + (p_r(r, t) - p_\theta(r, t)) - r \frac{dp_\theta(r, t)}{dr}.$$

Подставляя (20) в последнее равенство, получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно σ_r^0 :

$$r^2 \frac{d^2\sigma_r^0(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} = g(r, t), \quad (21)$$

где правая часть имеет вид

$$g(r, t) = \frac{E}{1 - \mu^2} \left[p_r(r, t) - p_\theta(r, t) - r \left(\frac{dp_\theta(r, t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (22)$$

Данное дифференциальное уравнение с граничными условиями (7) составляет краевую задачу, решение которой записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_r^0(r, t) = & \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right] + \frac{1}{2} \int_{R_1}^r \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi + \\ & + \frac{1}{2r^2} \left[\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(\int_{R_1}^{R_2} g(\xi, t) \xi d\xi - R_2^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi \right) - \int_{R_1}^r g(\xi, t) \xi d\xi \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Формула (23) описывает распределение радиальной компоненты тензора напряжений σ_r^0 по пространственно-временным координатам.

При известном σ_r^0 распределение для окружной компоненты σ_θ^0 можно найти из уравнения равновесия (1):

$$\sigma_\theta^0(r, t) = \frac{d}{dr} \left(r\sigma_r^0(r, t) \right). \quad (24)$$

Для определения σ_z^0 по формуле (17) необходимо знать величину ε_z . Подставляя (17) в (2), проводя необходимые операции интегрирования и разрешая полученное соотношение относительно ε_z , получим:

$$\varepsilon_z(t) = \frac{F}{\pi (R_2^2 - R_1^2) E} + \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left\{ p_z(r, t) - \frac{\mu}{E} [\sigma_r^0(r, t) + \sigma_\theta^0(r, t)] \right\} dr. \quad (25)$$

Определив таким образом величину ε_z , можно найти σ_z^0 по формуле (17).

Распределение радиальной компоненты тензора напряжений τ_0 получим, подставляя (16) и (6) в соотношение (12):

$$\tau_0(r, t) = G [r\theta(t) - \gamma^p(r, t)], \quad (26)$$



где величина θ определяется из подстановки (26) в (3):

$$\theta(t) = \frac{M}{GJ} + \frac{2\pi}{J} \int_{R_1}^{R_2} \gamma^p(r, t) r^2 dr. \quad (27)$$

Таким образом, для определения всех характеристик напряжённо-деформированного состояния цилиндрического образца в условиях ползучести в момент времени t при начальных условиях (8) может быть использована следующая расчётная схема:

$$t \longrightarrow p_z(r, t), p_\theta(r, t), p_r(r, t), \gamma^p(r, t) \xrightarrow{(22)} g(r, t) \xrightarrow{(23)} \sigma_r^0(r, t) \xrightarrow{(24)} \sigma_\theta^0(r, t) \xrightarrow{(25)} \varepsilon_z(t) \xrightarrow{(17)} \sigma_z^0(r, t) \xrightarrow{(27)} \theta(t) \xrightarrow{(26)} \tau_0(r, t). \quad (28)$$

Обозначения над стрелками указывают номер формулы, по которой вычисляется соответствующая величина.

2. РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

При реализации схемы (28) необходимо иметь величины p_z , p_θ , p_r , γ^p . Для их определения можно использовать любую теорию ползучести, которая способна адекватно описать экспериментальные данные.

В настоящей работе в качестве базовой реологической модели используется энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности [5]. Данная теория позволяет описать все три стадии ползучести, накопление повреждённости и разрушение материала. Рассмотрим основные соотношения модели [5] в одноосном случае без учёта первой стадии ползучести:

$$\dot{p} = c\sigma^m, \quad \sigma = \sigma_0(1 + \omega), \quad \dot{\omega} = \alpha\sigma\dot{p}, \quad \alpha = \alpha_1(\sigma_0)^{m_\alpha}. \quad (29)$$

Здесь p — деформация ползучести; σ_0 и σ — номинальное и истинное напряжения; ω — параметр повреждённости; c , m , α_1 , m_α — параметры модели.

Реологическая модель (29) не учитывает первую стадию ползучести, которая у большинства металлических материалов мала (а иногда и просто отсутствует) и практически не влияет на оценку длительной прочности.

Для определения момента времени разрушения $t = t^*$ используется критерий разрушения энергетического типа:

$$\Omega(t^*) = \int_0^{t^*} \frac{\sigma dp}{A_*} = 1; \quad A_* = A_1(\sigma_0)^{m_A}, \quad (30)$$

где A_* — критическая величина работы истинного напряжения на деформации ползучести (феноменологический параметр):

$$A(t) = \int_0^t \sigma dp,$$

по достижении которой в момент времени $t = t^*$ происходит разрушение; A_1 , m_A — параметры модели. При этом полагается, что материал находится в неразрушенном состоянии при $\Omega(t) < 1$ ($t < t^*$) и разрушается при выполнении $\Omega(t^*) = 1$.

Численные значения параметров модели (29), (30) определяются согласно [5] по стационарным экспериментальным кривым ползучести при одноосном растяжении $\sigma_0 = \text{const}$ вплоть до разрушения.



При введении скалярного параметра повреждённости определяющие соотношения (29) обобщаются на случай сложного напряжённого состояния при изотропной ползучести:

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} c S^{m-1} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right), \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 (1 + \omega); \quad \dot{\omega} = \alpha \sigma_{ij} \dot{p}_{ij}, \quad \alpha = \alpha_1 (S_0)^{m_\alpha}, \quad (31)$$

где p_{ij} — тензор деформации ползучести; σ_{ij}^0 и σ_{ij} — тензоры номинальных и истинных напряжений соответственно; S_0 и S — интенсивности номинальных и истинных напряжений соответственно; δ_{ij} — символ Кронекера; остальные обозначения в (31) соответствуют модели (29).

Критерий разрушения (30) примет вид

$$\Omega(t^*) = \int_0^{t^*} \frac{\sigma_{ij} dp_{ij}}{A_*} = 1; \quad A_* = A_1 (S_0)^{m_A}. \quad (32)$$

В формулах (31)–(32) по повторяющимся индексам осуществляется суммирование.

3. ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МЕТОДА РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

Далее выполним экспериментальную проверку разработанного метода решения краевой задачи на основе расчётной схемы (28) и реологической модели (31)–(32).

Как отмечено выше, в научной литературе имеется достаточное число экспериментальных работ по длительной прочности толстостенных труб при сложном напряжённом состоянии. Однако надёжных источников, в которых наряду с данными по длительной прочности присутствуют также одноосные кривые ползучести, необходимые для построения реологической модели (31)–(32), относительно немного.

В качестве примера рассмотрим результаты, полученные для полых цилиндрических образцов из сплава Д16Т при температуре $T = 250^\circ\text{C}$, а также толстостенных труб из стали 20 при $T = 500^\circ\text{C}$. Данные материалы характеризуются отсутствием первой стадии ползучести при указанных температурах, что указывает на правомерность использования реологической модели (31)–(32). Значения параметров модели для указанных материалов, приведённые в работах [5, 6], представлены в табл. 1.

Таблица 1 / Table 1

Значения параметров реологической модели (31)–(32) для сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) и стали 20 ($T = 500^\circ\text{C}$)

Parameter values of rheological model (31)–(32) for D16T alloy ($T = 250^\circ\text{C}$) and Steel 20 ($T = 500^\circ\text{C}$)

| Материал / Material | $T, ^\circ\text{C}$ | $c, (\text{МПа})^{-m}$ | m | $\alpha_1, (\text{МПа})^{-m_\alpha-1}$ | m_α | $A_1, (\text{МПа})^{m_A-1}$ | m_A |
|---------------------|---------------------|------------------------|-------|--|------------|-----------------------------|-------|
| Д16Т / D16T | 250 | $2.4 \cdot 10^{-15}$ | 5.405 | 0.91 | -0.43 | 19.72 | 0 |
| Сталь 20 / Steel 20 | 500 | $2.953 \cdot 10^{-19}$ | 7.28 | 165 | -2.34 | 0.0299 | 1.52 |

Расчёт ползучести на основе схемы (28) и реологической модели (31)–(32) осуществлялся численно «шагами по времени», при этом приращения компонент тензора деформаций ползучести и параметра ω рассчитывались по методу Эйлера. Все производные от напряжений и деформаций аппроксимировались через конечные разности,



а интегралы в каждый момент времени вычислялись численно по квадратурным формулам.

В работе [7] исследовались закономерности реологического деформирования толстостенных цилиндров из сплава Д16Т радиусами $R_1 = 5$ мм и $R_2 = 10$ мм при температуре $T = 250^\circ\text{C}$ ($E = 56000$ МПа, $\mu = 0.3$). На рис. 2 сплошными линиями представлены расчётные зависимости для полной осевой деформации $\varepsilon_z = \varepsilon_z(t)$ (а) и угла закручивания $\theta = \theta(t)$ (б) по методике решения краевой задачи по схеме (28) с использованием модели ползучести (31)–(32) при растяжении совместно с кручением. Наблюдается хорошее соответствие полученных результатов с экспериментальными данными (на рис. 2 обозначены точки), а также с данными расчёта по модели энергетического варианта теории ползучести О. В. Соснина (обозначены штриховыми линиями), представленными в работе [7].

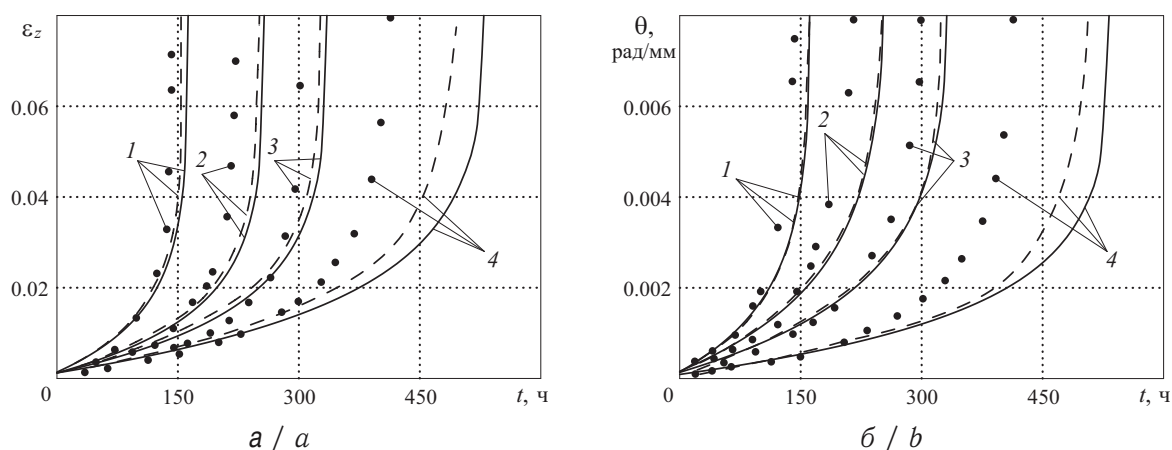


Рис. 2. Экспериментальные [7] (точки) и расчётные (сплошные линии — по методике решения краевой задачи и реологической модели (31)–(32), штриховые — по модели [7]) зависимости для осевой деформации $\varepsilon_z = \varepsilon_z(t)$ (а) и угла закручивания $\theta = \theta(t)$ (б) для толстостенных цилиндрических образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при комбинированном нагружении осевой силой F и крутящим моментом M : 1 — $F = 18491.4$ Н, $M = 47167.6$ Н·мм; 2 — $F = 16180$ Н, $M = 50562.5$ Н·мм; 3 — $F = 16180$ Н, $M = 43339.3$ Н·мм; 4 — $F = 16180$ Н, $M = 28892.8$ Н·мм

Fig. 2. Experimental [7] (dots) and calculated (solid lines — by method for solving the boundary-value problem and rheological model (31)–(32), dashed lines — by model [7]) dependencies for axial strain $\varepsilon_z = \varepsilon_z(t)$ (a) and torsion angle $\theta = \theta(t)$ (b) of thick-walled cylindrical specimens made of D16T alloy ($T = 250^\circ\text{C}$) under combined load with axial force F and torsional moment M : 1 — $F = 18491.4$ N, $M = 47167.6$ N·mm; 2 — $F = 16180$ N, $M = 50562.5$ N·mm; 3 — $F = 16180$ N, $M = 43339.3$ N·mm; 4 — $F = 16180$ N, $M = 28892.8$ N·mm

Экспериментальная информация по одноосной ползучести наряду с данными по длительной прочности толстостенных труб из стали 20 при температуре $T = 500^\circ\text{C}$ ($E = 108000$ МПа, $\mu = 0.3$) при нагружении внутренним давлением представлены в работе [8]. В табл. 2 приведены экспериментальные t^* и расчётные t_p (полученные по предложенной методике решения краевой задачи на основании реологической модели (31)–(32)) значения времени до разрушения при одноосном растяжении образцов из стали 20 при $T = 500^\circ\text{C}$; в табл. 3 дана аналогичная информация по длительной прочности толстостенных труб различного диаметра под действием внутреннего давления.



Таблица 2 / Table 2

Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения стали 20 ($T = 500^\circ\text{C}$) при одноосном растяжении $\sigma_z^0 = \text{const}$
 Experimental t^* and calculated t_p values of creep-rupture life for Steel 20 ($T = 500^\circ\text{C}$) under uniaxial tension $\sigma_z^0 = \text{const}$

| № п/п | σ_z^0 , МПа / МПа | t^* , ч / h [8] | $t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч / h [5] | t_p , ч / h |
|--------------|--------------------------|-------------------|--------------------------------|---------------|
| 1 | 147.15 | 169 | 140.25 | 164.1 |
| 2 | 137.34 | 244 | 231.5 | 257.2 |
| 3 | 127.53 | 487 | 396.5 | 416.5 |
| 4 | 117.72 | 573 | 709.2 | 700.3 |
| 5 | 107.91 | 1134 | 1334.2 | 1230.3 |
| 6 | 98.1 | 2250 | 2666 | 2276.9 |
| 7 | 88.29 | 4912 | 5730.6 | 4487.3 |
| Δ , % | | | 16.1 | 8.8 |

Таблица 3 / Table 3

Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения толстостенных труб из стали 20 ($T = 500^\circ\text{C}$) под действием внутреннего давления q
 Experimental t^* and calculated t_p values of creep-rupture life for thick-walled tubes made of Steel 20 ($T = 500^\circ\text{C}$) under internal pressure q

| № п/п | R_1 , мм / mm | R_2 , мм / mm | q , МПа / МПа | t^* , ч / h [8] | $t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч / h [5] | t_p , ч / h |
|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------|--------------------------------|---------------|
| 1 | 18.02 | 20 | 17.56 | 75 | 54.8 | 75.1 |
| 2 | 18.02 | 20 | 17.56 | 100 | 54.8 | 75.1 |
| 3 | 17.015 | 22.46 | 35.81 | 385 | 454 | 482.2 |
| 4 | 17.02 | 21.96 | 29.82 | 889 | 884 | 899.2 |
| 5 | 18.02 | 20 | 12.26 | 1058 | 744.5 | 782.7 |
| 6 | 17 | 18.87 | 11.05 | 1176 | 1583 | 1546.2 |
| 7 | 18.01 | 22.51 | 23.41 | 1682 | 1883 | 1789.9 |
| 8 | 18.01 | 21.97 | 19.42 | 3803 | 3087 | 2802 |
| 9 | 17.01 | 18.88 | 9.42 | 5804 | 5042 | 4320 |
| 10 | 18.015 | 22.519 | 19.96 | 7067 | 5996 | 5043.1 |
| 11 | 17.02 | 19.06 | 9.32 | 7690 | 11317 | 7902.4 |
| 12 | 17.01 | 22.45 | 23.2 | 9092 | 10574 | 8048.9 |
| Δ , % | | | | | 26.3 | 20.5 |

Также в табл. 2 и табл. 3 приведены расчётные значения времени до разрушения $t_p^{\text{ЭКВ}}$, полученные в работе [5] при помощи критериальных зависимостей. Важно отметить, что в основе критериального подхода к прогнозированию длительной прочности лежит аппроксимация всех экспериментальных данных по длительной прочности при всех видах напряжённого состояния с использованием метода наименьших квадратов. Исходными данными для кинетического подхода, развиваемого в настоящей работе, являются лишь первичные кривые ползучести, необходимые для построения модели (31)–(32), а при сложном напряжённом состоянии осуществляется прогноз кинетики напряжений и деформаций и длительной прочности.

Погрешность отклонения экспериментальных данных t^* от расчётных значений



времени до разрушения t_p приведена в последней строке табл. 2 и табл. 3 и вычислялась по формуле

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{t_i^* - t_{pi}}{t_{pi}} \right| \cdot 100\%,$$

где N — объём экспериментальных данных.

Анализ данных табл. 2 и табл. 3 позволяет сделать следующий вывод: несмотря на то что в критериальных подходах фактически строится регрессионная модель, аппроксимирующая все наблюдаемые значения времени до разрушения по всем экспериментальным данным, данные расчёта длительной прочности по разработанному авторами методу (схема (28)) дают меньшую погрешность по отношению к экспериментальным данным, хотя исходной информацией являлись лишь кривые одноосной ползучести материала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, учитывая реально наблюдаемый значительный разброс экспериментальных данных по ползучести и длительной прочности, можно сделать вывод, что в целом результаты расчёта на основе решения краевой задачи хорошо согласуются с экспериментальными данными как по деформационным характеристикам (осевая деформация; угол закручивания), так и по длительной прочности толстостенных труб при сложном напряжённом состоянии.

Разработанный метод решения краевой задачи позволяет оценить остаточный ресурс, а также выполнить вариативный анализ влияния различных факторов (механических характеристик, геометрических параметров, вида и величины приложенной нагрузки и др.) на кинетику напряжённо-деформированного состояния и длительную прочность цилиндрических деталей при температурно-силовом нагружении.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00249-а).

Библиографический список

1. Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М. : Физматлит, 2016. 504 с.
2. Голуб В. П., Регульский М. Н., Русинов А. А. Длительная прочность тонкостенных труб при двухосном статическом нагружении // Вестн. НТУУ «КПИ». Сер. Машиностроение. 2008. № 52. С. 61–67.
3. Голубовский Е. Р. Длительная прочность и критерий разрушения при сложном напряжённом состоянии сплава ЭИ698ВД // Проблемы прочности. 1984. № 8. С. 11–17.
4. Локощенко А. М., Платонов Д. О. Длительная прочность никелевого сплава ЭИ437БУВД при сложном напряженном состоянии // Машиностроение и инженерное образование. 2010. № 2. С. 15–24.
5. Радченко В. П., Ерёмин Ю. А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. М.: Машиностроение-1, 2004. 265 с.
6. Радченко В. П., Цветков В. В. Напряжённо-деформированное состояние цилиндрического образца из сплава Д16Т в условиях осевого растяжения и кручения при ползучести // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2013. № 3 (32). С. 77–86.
7. Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести / Ин-т гидродинамики СО АН СССР. Новосибирск, 1986. 95 с.



8. Кац Ш. Н. Исследование длительной прочности углеродистых труб // Теплоэнергетика. 1955. № 11. С. 37–40.

Образец для цитирования:

Радченко В. П., Цветков В. В. Моделирование ползучести и длительной прочности // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2018. Т. 18, вып. 4. С. 484–495. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2018-18-4-484-495>

Creep and Long-Term Strength Modeling for Thick-Walled Tubes under Combined Loading with Axial Force, Torsional Moment and Internal Pressure

V. P. Radchenko, V. V. Tsvetkov

Vladimir P. Radchenko, <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>, Samara State Technical University, 244 Molodogvardeyskaya St., Samara 443100, Russia, radchenko.vp@samgtu.ru

Vitaly V. Tsvetkov, <https://orcid.org/0000-0001-9285-7607>, Samara State Technical University, 244 Molodogvardeyskaya St., Samara 443100, Russia, vi.v.tsvetkoff@gmail.com

We have developed a method for solving the boundary-value problem of rheological deformation and creep rupture of thick-walled tube under combined loading with axial force, torsional moment and internal pressure. Energetic variant of the theory of creep and long-term strength is used to describe creep process. Experimental verification of proposed method has been performed using known test data for creep and long-term strength of thick-walled tubes made of D16T alloy and Steel 20. Calculated dependencies for total axial strain and torsion angle on time are obtained. The results of calculation and estimated deviations for long-term strength are given. It is shown that the calculation data fit to experimental values as well as calculation data obtained by other scientists in third-party sources.

Key words: boundary-value problem, creep, long-term strength, thick-walled tube, tension, torsion, internal pressure.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 16-01-00249-a).

References

1. Lokoshchenko A. M. *Polzuchest' i dlitel'naiya prochnost' metallov* [Creep and long-term strength of metals]. Moscow, Fizmatlit, 2016. 504 p. (in Russian).
2. Golub V. P., Regul'skiy M. N., Rusinov A. A. Dlitel'naiya prochnost' tonkostennykh trub pri dvuhosnom staticheskom nagruzhении [Long-term strength of thin-walled tubes under biaxial loading]. *Vestn. NTUU "KPI". Ser. Mashinostroenie*, 2008, no. 52, pp. 61–67 (in Russian).
3. Golubovskiy E. R. Dlitel'naiya prochnost' i kriteriy razrusheniya pri slozhnom napryazhonnom sostoyanii splava EI698VD [Long-term strength and damage criterion for complex stress state of EI698VD alloy]. *Strength of Materials*, 1984, no. 8, pp. 11–17 (in Russian).
4. Lokoshchenko A. M., Platonov D. O. Long-term strength of nickel alloy EI437BU-WD at the complex stress state. *Mashinostroenie i ingenernoe obrazovanie*, 2010, no. 2, pp. 15–24 (in Russian).
5. Radchenko V. P., Eremin Yu. A. *Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov konstruktsiy* [Rheological Deformation and Fracture of Materials and Structural Elements]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2004. 264 p. (in Russian).



6. Radchenko V. P., Tsvetkov V. V. The stress-strain state of cylindrical sample from alloy D16T under axial tension and torsion creep. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2013, no. 3 (32), pp. 77–86 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1277>
7. Sosnin O. V., Gorev B. V., Nikitenko A. F. *Energeticheskii variant teorii polzuchesti* [Energetic variant of the creep theory], Novosibirsk, Institute of Hydrodynamics, USSR Acad. of Sci., 1986. 95 p. (in Russian).
8. Kats Sh. N. Issledovanie dlitel'noy prochnosti uglerodistykh trub [Investigation of long-term strength of carbon tubes]. *Teploenergetika*, 1955, no. 11, pp. 37–40 (in Russian).

Cite this article as:

Radchenko V. P., Tsvetkov V. V. Creep and Long-Term Strength Modeling for Thick-Walled Tubes under Combined Loading with Axial Force, Torsional Moment and Internal Pressure. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2018, vol. 18, iss. 4, pp. 484–495 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2018-18-4-484-495>
