



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 4. С. 503–519

*Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 4, pp. 503–519

<https://mmi.sgu.ru>

<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-4-503-519>

Научная статья

УДК 539.43:621.787

## Численный метод расчета напряженно-деформированного состояния в призматическом поверхностно упрочненном образце с надрезом в упругой и упругопластической постановках

В. П. Радченко<sup>✉</sup>, Д. М. Шишкин

Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244

**Радченко Владимир Павлович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики, [radchenko.vp@samgtu.ru](mailto:radchenko.vp@samgtu.ru), <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>

**Шишкин Дмитрий Михайлович**, аспирант кафедры прикладной математики и информатики, [shishkin.dim@yandex.ru](mailto:shishkin.dim@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0003-3205-2262>

**Аннотация.** Решена задача расчета напряженно-деформированного состояния в области сквозных концентраторов напряжений в виде поперечного надреза полукруглой, сквозной и V-образной формы в призматическом образце после опережающего поверхностного пластического деформирования в упругой и упругопластической постановках на основе метода конечных элементов. Исходные постановки сведены к фиктивным задачам термоупругости и термоупругопластичности с использованием метода начальных деформаций. На первом этапе определено поле остаточных напряжений и пластических деформаций в гладком образце после упрочнения. На втором этапе остаточные пластические деформации моделируются температурными деформациями в неоднородном температурном поле по глубине упрочненного слоя. На третьем этапе наносится сквозной надрез заданной геометрической формы и решается задача фиктивной термоупругости или термоупругопластичности о перераспределении напряжений в области концентратора. Модельные расчеты выполнены на основе экспериментальных данных для гладкого образца из сплава ЭП742 после виброударного ультразвукового упрочнения одной из его граней. Отмечается существенное расхождение решений в упругой и упругопластической постановках в надрезах, глубина которых не превосходит толщины упрочненного слоя. Полученные результаты для задач с надрезами в линейной упругой и упругопластической формулировках наряду с результатами для гладкого образца подвергались сравнительному анализу распределения остаточных напряжений для установления области влияния концентратора напряжений. Установлено, что независимо от формы надреза значения остаточных напряжений вне зоны концентратора напряжений при решении упругих или упругопластических задач практически совпадают с соответствующими значениями для гладкого образца.

**Ключевые слова:** призматический образец, опережающее поверхностно пластическое деформирование, сквозные надрезы, упругопластическая задача, остаточные напряжения, метод конечных элементов

**Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-01-00550\_a).



**Для цитирования:** Радченко В. П., Шишкин Д. М. Численный метод расчета напряженно-деформированного состояния в призматическом поверхностно упрочненном образце с надрезом в упругой и упругопластической постановках // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 4. С. 503–519. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-4-503-519>

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

## Numerical method for calculating the stress-strain state in a prismatic surface-hardened specimens with a notch in elastic and elastoplastic formulations

V. P. Radchenko<sup>✉</sup>, D. M. Shishkin

Samara State Technical University, 244 Molodogvardeyskaya St., Samara 443100, Russia

Vladimir P. Radchenko, [radchenko.vp@samgtu.ru](mailto:radchenko.vp@samgtu.ru), <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>

Dmitry M. Shishkin, [shishkin.dim@yandex.ru](mailto:shishkin.dim@yandex.ru), <https://orcid.org/0000-0003-3205-2262>

**Abstract.** The problem of calculating the stress-strain state in the region of through stress concentrators in the form of a transverse notch of semicircular, through and V-shaped shape in a prismatic sample after advanced surface plastic deformation in elastic and elastoplastic formulations based on the finite element method is solved. The initial formulations are reduced to fictitious problems of thermoelasticity and thermoelastoplasticity using the method of initial deformations. At the first stage, the field of residual stresses and plastic deformations in a smooth sample after hardening is determined. At the second stage, residual plastic deformations are modeled by temperature deformations in an inhomogeneous temperature field along the depth of the hardened layer. At the third stage, a through notch of a given geometric shape is applied, and the problem of fictitious thermoelasticity or thermoelastoplasticity on the redistribution of stresses in the concentrator area is solved. Model calculations were performed on the basis of experimental data for a smooth sample made of EP742 alloy after vibro-shock ultrasonic hardening of one of its faces. There is a significant discrepancy between the solutions for the elastic and elastoplastic formulations in the notches, the depth of which does not exceed the thickness of the hardened layer. The results obtained for problems with notches in linear elastic and elastoplastic formulations, along with the results for a smooth sample, were subjected to a comparative analysis of the distribution of residual stresses to establish the influence area of the stress concentrator. It was found that, regardless of the shape of the notch, the values of residual stresses outside the stress concentrator zone when solving elastic or elastoplastic problems practically coincide with the corresponding values for a smooth sample.

**Keywords:** prismatic specimen, advanced surface plastic deformation, through notches, elastoplastic task, residual stress, finite element method

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 19-01-00550\_a).

**For citation:** Radchenko V. P., Shishkin D. M. Numerical method for calculating the stress-strain state in a prismatic surface-hardened specimens with a notch in elastic and elastoplastic formulations. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 4, pp. 503–519 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-4-503-519>



This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Прочностные свойства любого изделия в зависимости от его назначения закладываются на стадии проектирования и определяются, как правило, качеством наружной поверхности — шероховатостью, волнистостью, отсутствием дефектов, качеством точности и т. д. Отклонение от нормированных значений хотя бы одного из приведенных параметров может привести к потере прочности при эксплуатации как отдельно взятого конструктивного элемента, так и всей конструкции в целом. При этом учесть всевозможные факторы предварительного выхода детали из строя затруднительно ввиду их разнообразия и отсутствия явной взаимосвязи между собой, различной природы возникновения поверхностных дефектов и иных причин. Нанесение же на поверхность концентраторов напряжений технологического характера или возникающих в процессе эксплуатации приводит к существенной концентрации напряжений.

Приведенные практически во всех имеющихся публикациях результаты научных исследований, связанные с описанием влияния особенностей наличия поверхностных концентраторов напряжений малой конфигурации в конструктивных изделиях на их обобщенное напряженно-деформированное состояние (НДС), демонстрируют резкое занижение механических характеристик материалов по отношению к гладким «бездефектным» конструкциям. Главной причиной локального ослабления изделий и частичной утраты способности противостоять действующим нагрузкам является склонность к образованию и развитию трещин в таких концентраторах, как царапины, вмятины, риски, канавки и т. д. Множество подходов, основанных на указанных результатах исследований, применимо лишь к частным случаям решения задач, ввиду чего обобщить результаты на все возможные расчетные случаи не представляется возможным.

Среди известных и существующих на сегодняшний день методов повышения ресурса изделий наиболее универсальными являются методы поверхностного пластического деформирования (ППД), что подтверждается необозримым количеством опубликованных работ в этом направлении. Отметим лишь некоторые из них [1–14 и многие другие]. Их универсальность заключается в положительном влиянии на микротвердость, износостойкость, прочностные и иные характеристики металлов и сплавов с сохранением материалоемкости изделия за счет появления приповерхностных остаточных напряжений (ОН) сжатия, тормозящих раскрытие приповерхностных микротрещин и препятствующих выходу вакансий на поверхность детали.

Наиболее исследованной является проблема повышения характеристик усталостной прочности деталей с концентраторами напряжений после опережающего поверхностного пластического деформирования (ОППД), когда различного рода концентраторы технологического характера или возникающие дефекты в процессе эксплуатации (царапины, вмятины, трещины) после соударения конструктивных элементов с инородными телами наносятся на предварительно упрочненную гладкую поверхность. В преобладающем количестве работ, посвященных раскрытию этой тематики, задачи решаются в упругой постановке [12, 15–21 и др.]. Так, в работах [12, 17, 21] установлено, что в области кольцевой трещины растягиваемой неупрочненной детали уровень коэффициента интенсивности напряжений в 1.7 раза больше, чем при такой же трещине в упрочненной детали. При этом показано, что на глубине тре-

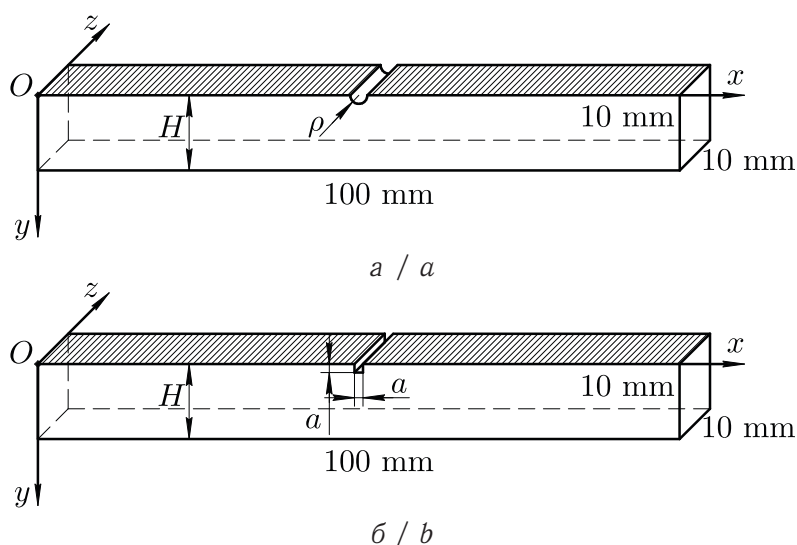


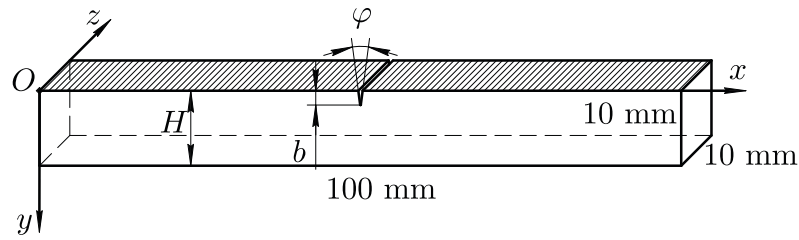
щины  $0.02d$  ( $d$  — диаметр детали) вообще происходит ее остановка за счет влияния сжимающих ОН в упрочненном слое. В [18, 19] отмечается, что развитие неглубоких усталостных трещин в упрочненных деталях по отношению к аналогичным деталям без упрочнения происходит наименее интенсивно.

При использовании решения задачи в концентраторах напряжений упрочненных деталей в упругой постановке игнорируется область интенсивной концентрации напряжений, а для плоских задач полубесконечных трещин нормального отрыва, поперечного сдвига и продольного (антиплоского) сдвига напряжения вообще имеют сингулярность в ее вершине. Это, в свою очередь, приводит к существенно завышенным расчетным значениям напряжений в области концентратора напряжений. На основе этих замечаний и сформулирована цель настоящей работы, заключающаяся в разработке метода решения задачи о перераспределении ОН в концентраторах напряжений типа надрезов различной конфигурации в плоских призматических деталях после ОППД в упругопластической постановке, параметрическом анализе влияния размеров надреза на напряженно-деформированное состояние (НДС) тела и сравнительном анализе решений в упругой и упругопластической постановках.

## 1. Постановка задачи

В соответствии с технологией ОППД рассматривается призматический образец, на упрочненную грань которого нанесены концентраторы технологического или эксплуатационного характера. Исходной информацией для расчета ОН в образце с концентраторами напряжений является НДС в упрочненной гладкой (бездефектной) призматической детали. Поэтому для дальнейшего исследования использовались экспериментальные данные для гладкого призматического поверхностно упрочненного бруса с размерами  $100 \times 10 \times 10$  мм из сплава ЭП742 после виброударного ультразвукового упрочнения дробью [22]. Затем на его верхнюю (упрочненную) грань наносились сквозные надрезы полукруглой формы (рис. 1, а) с радиусом  $\rho = \{0.1; 0.3\}$  мм, квадратной формы (рис. 1, б) со стороной  $a = \{0.1; 0.3\}$  мм или V-образной формы (рис. 1, в) с глубиной  $b = \{0.1; 0.3\}$  мм, радиусом скругления при вершине  $\rho_0 = 0.007$  мм и углом раскрытия  $\varphi = 15^\circ$ , которые наносились в среднем сечении образцов при  $x = 50$  мм. После нанесения любого из приведенных выше концентраторов в образце происходит перераспределение ОН.





*a / c*

Рис. 1. Схематическое изображение поверхностно упрочненного призматического образца с профильным концентратором напряжений: *a* — полукруглой формы; *b* — квадратной формы; *c* — V-образной формы

Fig. 1. Schematic representation of a surface-hardened prismatic specimen with a profile stress concentrator: *a* — semicircular shape; *b* — square shape; *c* — V-shaped profile

В качестве замечания отметим, что настоящая работа является логическим продолжением исследований, выполненных в работе [23] при решении задачи расчета НДС в упругой постановке для образца с полукруглым надрезом.

## 2. Реконструкция напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном гладком призматическом образце

Задача реконструкции НДС в поверхностно упрочненном гладком образце после виброударного ультразвукового упрочнения (УЗУ) грани решена в работе [22], но, поскольку этот материал входит составной частью в методику общей задачи, приведем основные расчетные формулы. Согласно [22] в декартовой системе координат (см. рис. 1) установлено, что компоненты тензоров ОН и пластических деформаций (ПД) зависят только от координаты  $y$ , т.е.  $\sigma_x = \sigma_x(y)$ ,  $\sigma_z = \sigma_z(y)$  ( $\sigma_y = \sigma_y(y) = 0$  и все недиагональные компоненты ОН и ПД равны нулю), а ненулевыми компонентами остаточных деформаций являлись упругие  $e_i = e_i(y)$ , пластические  $q_i = q_i(y)$  и полные  $\varepsilon_i = \varepsilon_i(y)$  ( $i = x, y, z$ ) соответственно. Согласно гипотезе плоских сечений для компонент остаточных полных деформаций выполняется условие

$$\varepsilon_x(y) = \varepsilon_z(y) = 0. \quad (1)$$

В рассматриваемом случае изотропного поверхностного упрочнения с учетом пластической несжимаемости  $q_x + q_y + q_z = 0$  расчетные формулы принимают вид [22]

$$\sigma_z = \sigma_x, \quad q_x = q_z = -\frac{1-v}{E}\sigma_x, \quad q_y = \frac{2(1-v)}{E}\sigma_x, \quad (2)$$

где  $v$  — коэффициент Пуассона,  $E$  — модуль Юнга.

Как следует из (2), все компоненты тензоров ОН и ПД выражаются через компоненту  $\sigma_x = \sigma_x(y)$ . Поэтому, если экспериментально известна величина  $\sigma_x = \sigma_x(y)$ , то задача реконструкции НДС решена. Однако экспериментально определить эту зависимость можно только в упрочненном слое, а далее необходимо построить аппроксимацию этой зависимости и экстраполировать ее на все значения  $0 \leq y \leq H$  (где  $H = 10$  мм — высота призматического образца). Для этого в [22] предложена следующая зависимость:

$$\sigma_x(y) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left[-\left(\frac{y - y^*}{b}\right)^2\right], \quad (3)$$



где  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ ,  $b$ ,  $y^*$  — параметры аппроксимации экспериментальной эпюры  $\sigma_x = \sigma_x(y)$ , методика определения которых подробно изложена в [22]. Зависимости (2) и (3) являются исходной информацией для задачи для призматического образца с концентраторами.

### 3. Численное решение задачи о перераспределении остаточных напряжений в области концентраторов напряжений после опережающего поверхностного пластического деформирования

Решить задачу о перераспределении ОН в упрочненной детали после концентратора аналитически невозможно. Поэтому в настоящей работе предложен численный метод на основе конечно-элементного моделирования и исследования современных вычислительных средств — пакета ANSYS. Отметим здесь, что существенное продвижение в математическом моделировании технологических процессов, в результате которых формируются ОН в изделиях, связано с созданием современного программного обеспечения в многочисленных коммерческих пакетах, в основном базирующихся на методе конечных элементов (МКЭ). Широкое применение получили программные продукты MSC Nastran, Abaqus, ANSYS, Adams, MSC Marc, QForm и многие другие, применение которых позволило решить ряд важных теоретических и прикладных задач механики поверхностно упрочненных элементов конструкций [14–16, 23–30]. Однако применительно к задачам с концентраторами напряжений в известных работах [12, 15, 16, 23] и многих других использовалось предположение, что ОН, возникающие после нанесения надрезов, не приводят к появлению новых (вторичных) пластических деформаций, т.е. задача решалась в упругой постановке. Однако для деталей с высокой концентрацией напряжений в области надрезов могут возникать вторичные пластические деформации, учет которых способен привести к существенной трансформации поля ОН в области концентратора по сравнению с решением в упругой постановке.

Решение поставленных в данной работе задач выполнялось на основе МКЭ с применением программного пакета ANSYS. В модельных расчетах использовались надрезы полукруглого, квадратного и V-образного профиля (см. рис. 1), нанесенные на упрочненную грань призматического образца из сплава ЭП742. Работа базируется на модифицированном методе расчета по первоначальным деформациям, истоки которого восходят к работе [1], и он широко применялся в ряде работ [14–16, 20, 23, 30, 31] для определения НДС в области концентратора. Согласно этому методу проводится аналогия между остаточными ПД, наведенными в гладком упрочненном образце, и температурными деформациями в неоднородном температурном поле.

Алгоритм решения сводится к следующей последовательности. На первом этапе реализуется методика реконструкции полей ОН и ПД после ультразвукового упрочнения одной грани в гладком призматическом образце (заштрихована на рис. 1) на основе известной экспериментальной зависимости для компоненты  $\sigma_x = \sigma_x(y)$  [22, 23] (маркеры на рис. 2). Далее осуществляется аппроксимация этой зависимости по формуле (3), которая приведена на рис. 2 сплошной линией при значениях параметров  $y^* = 0.034$  мм,  $\sigma_0 = 13.38$  МПа,  $\sigma_1 = 1100.98$  МПа,  $b = 0.0928$  мм, и рассчитываются поля ОН и ПД в гладком образце по соотношениям (2).

На втором этапе выполнена проверка адекватности метода первоначальных деформаций для гладкого образца на основе конечно-элементного моделирования. Для



этого задается неоднородное температурное поле по координате  $y$  (толщина слоя)  $T = T(y)$ . Это можно сделать произвольным образом, конкретная зависимость  $T = T(y)$  не влияет на последующее решение, что показано вариативным расчетным путем еще в [14]. Затем остаточные ПД заменяются температурными деформациями с использованием соотношений

$$q_i(y) = \beta_i(T(y))[T(y) - T_0] \quad (i = x, y, z, 0 \leq y \leq H), \quad (4)$$

где  $q_i(y)$  — компоненты тензора остаточных ПД, вычисленные в соответствии с (2),  $\beta_i(T(y))$  — коэффициенты температурного расширения (использовались справочные данные из [14] для сплава ЭП742),  $H = 10$  мм — высота образца. В расчетах использовалось фиксированное значение температуры  $T_0 = T(H) = 20^\circ\text{C}$  на грани, противоположной упрочненной, на упрочненной грани  $T = T_1 = 400^\circ\text{C}$ , а температурное поле соответствовало решению первой краевой задачи теплопроводности при заданных граничных условиях (остальные грани полагались теплоизолированными). Используя (4), определялись значения коэффициентов  $\beta_i = \beta_i(T(y))$  и решалась задача фиктивной термоупругости для гладкого упрочненного образца на основе МКЭ, результаты расчета для которой приведены на рис. 2 штриховой линией, что (в целом) свидетельствует об адекватности метода первоначальных деформаций экспериментальным данным.

На третьем этапе на упрочненный гладкий образец для каждого отдельно рассматриваемого расчетного случая наносился надрез соответствующего профиля (см. рис. 1), т.е. происходило удаление части материала с наведенными ОН и ПД, в результате чего в теле с концентратором напряжений образуется неуравновешенное поле полных деформаций. При этом в оставшейся области (без объема концентратора) значения  $T = T(y)$  и  $\beta_i = \beta_i(T(y))$  были такими же, как в бездефектном образце. Далее решалась задача термоупругости и термоупругопластичности о перераспределении ОН при заданном температурном поле и эти решения сравнивались.

Отдельно отметим особенность решения термоупругопластической задачи, поскольку исходной информацией для ее решения в решателе пакета ANSYS является диаграмма упругопластического деформирования сплава ЭП742. Во-первых, диаграммы деформирования на сжатие получить крайне сложно, а для материала ЭП742 ее в научной литературе, к сожалению, не имеется. Поэтому предполагалось, что диаграммы растяжение-сжатие идентичны. Во-вторых, уровень ОН в области сжатия гладкого образца достаточно высокий (см. рис. 2, [23, рис. 2]), а для детали с «мелкими» концентраторами они будут еще больше (по модулю), что приводит к появлению вторичных пластиче-

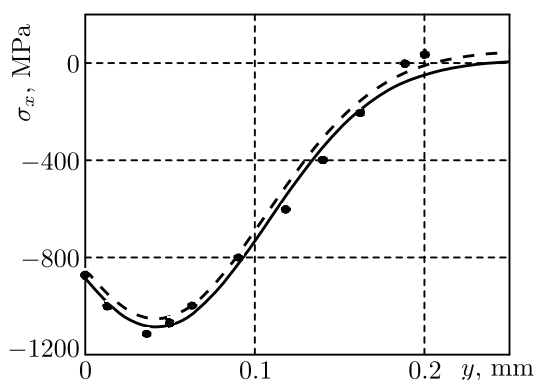


Рис. 2. Данные для компоненты  $\sigma_x = \sigma_x(y)$  после упрочнения УЗУ поверхности балки из сплава ЭП742: экспериментальные (маркеры), расчетные (сплошная линия) по аппроксимации (2) и расчетные (штриховая линия) для термоупругой задачи [23, рис. 2]

Fig. 2. Data for component  $\sigma_x = \sigma_x(y)$  after ultrasonic hardening of the surface of a beam made of EP742 alloy: experimental (markers), calculated (solid line) by approximation (2) and designed (dashed line) for the thermoelastic problem [23, Fig. 2]



ских деформаций большой интенсивности в деталях с концентраторами напряжений. В связи с этим в настоящей работе используется не номинальная диаграмма упругопластического деформирования в координатах «номинальное напряжение ( $\sigma_0$ ) — полная деформация ( $\varepsilon$ )», а диаграмма «истинное напряжение ( $\sigma$ ) — полная деформация ( $\varepsilon$ )». Связь между истинным ( $\sigma$ ) и номинальным ( $\sigma_0$ ) напряжениями устанавливается в соответствии с теорией реологического деформирования и накопления поврежденности в виде [32]

$$\sigma = \sigma_0(1 + \omega), \quad \dot{\omega} = \alpha \sigma \dot{q},$$

где  $\omega$  — параметр поврежденности,  $q$  — пластичная деформация,  $\alpha = \text{const}$  (феноменологический параметр),  $\sigma$  и  $\sigma_0$  соответствуют одному и тому же уровню пластической деформации  $q$ . В работе [32] для жесткого режима нагружения одноосного образца ( $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ ) получена неявно заданная зависимость  $\sigma_0 = \sigma_0(q)$ :

$$q = c \left[ \sigma_0 \exp \left( \int_0^a \alpha \sigma_0(\xi) d\xi \right) - \sigma_T \right]^n,$$

где  $\sigma_T$  — предел текучести (пропорциональности),  $c$  и  $n$  — параметры аппроксимации начального участка диаграммы упругопластического деформирования степенной зависимостью  $q = c(\sigma_0 - \sigma_T)^n$ , когда можно считать, что  $\omega \approx 0$  и  $\sigma \cong \sigma_0$ .

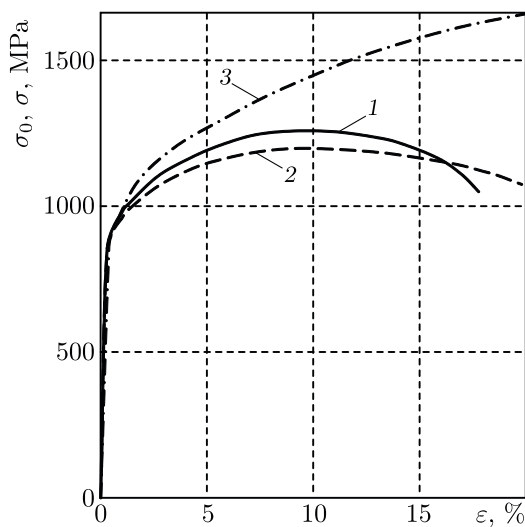


Рис. 3. Кривые упругопластического деформирования сплава ЭП742 при  $T = 20^\circ\text{C}$  [32, рис. 3.8, а]: 1 — экспериментальные данные, 2 — расчет в координатах  $\sigma_0$ - $\varepsilon$ , 3 — расчет в координатах  $\sigma$ - $\varepsilon$

Fig. 3. Elastoplastic deformation curves of EP742 alloy at  $T = 20^\circ\text{C}$  [32, Fig. 3.8, a]: 1 — experimental data, 2 — calculation in coordinates  $\sigma_0$ - $\varepsilon$ , 3 — calculation in coordinates  $\sigma$ - $\varepsilon$

являющие ее плоские элементы приобретали вид восьмиузловых элементов типа SOLID70 для решения температурной задачи. Дальнейшее решение прочностной

На рис. 3 приведены кривые «мгновенного» упругопластического деформирования для сплава ЭП742 при  $T = 20^\circ\text{C}$  [32, рис. 3.8, а] в различных координатах, из анализа которых следует, что диаграмма для номинального напряжения имеет ниспадающий участок, а для истинного напряжения зависимость  $\sigma$ - $\varepsilon$  является монотонно возрастающей функцией.

При решении упругопластической задачи в пакете ANSYS предполагалось, что в соответствующей фиктивной термоупругопластической задаче кривая деформирования не зависит от температуры.

Процесс конечно-элементного моделирования в ANSYS осуществлялся изначально для плоской двумерной модели, представляющей продольное сечение балки в плоскости  $xOy$ , посредством четырехузловых элементов MESH200. Затем с помощью метода выдавливания поверхности в объем в направлении оси  $Oz$  первоначально построенная плоская модель преобразовывалась в объемную, а составляющие ее плоские элементы приобретали вид восьмиузловых элементов типа





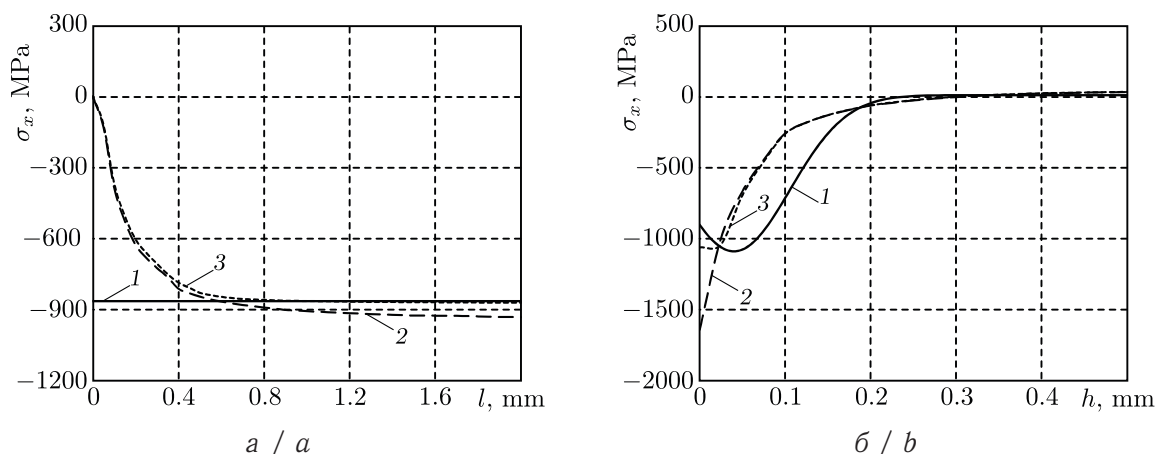
задачи осуществлялось посредством объемных элементов SOLID185, поддерживающих решение задачи как в упругой, так и в упругопластической постановках. Тип объемных элементов выбирался из тех соображений, чтобы результаты распределения температурных полей из температурного анализа можно было перенести на последующий этап прочностного расчета.

Процедура ОПД с толщиной упрочненного слоя 200 мкм выполнялась с помощью сгущения сетки конечных элементов в местах расположения концентратора с линейным размером ребер, не превышающим 7 мкм. Поперечный надрез выполнялся на верхней грани по центру модели для каждого отдельно рассматриваемого расчетного случая (см. рис. 1). При прочностном расчете призматический образец имел жесткое закрепление по левому нижнему ребру, а нижнее правое представляло собой шарнирное опирание.

#### 4. Результаты расчетов и их анализ

Как было отмечено ранее, вычислительный эксперимент проводился для образцов с надрезами различной конфигурации. Геометрические параметры надрезов (см. рис. 1) были выбраны таким образом, чтобы в первом случае существовала возможность оценить влияние концентраторов на НДС тела в пределах упрочненного слоя ( $\rho = 0.1$  мм,  $a = 0.1$  мм,  $b = 0.1$  мм), а во втором случае — проанализировать НДС тела при условии выхода дефекта за границу упрочнения в объем основного материала ( $\rho = 0.3$  мм,  $a = 0.3$  мм,  $b = 0.3$  мм). Оценка результатов решения для каждого отдельно взятого расчетного случая выполнялась по сечению в плоскости  $yOz$ , проходящему от впадины концентратора на глубину  $h$  до 1 мм, и по центральному сечению в плоскости  $xOy$ , проходящему от наружной кромки надреза в сторону торцевой грани на расстояние  $l$  до 2 мм (в зависимости от рассматриваемого случая). Изучение величин ОН при длине свыше 2 мм и глубине свыше 1 мм лишено всякого смысла, так как распределение значений компонент тензора ОН  $\sigma_i = \sigma_i(x)$ ,  $\sigma_i = \sigma_i(y)$  ( $i = x, y, z$ ) по мере удаления от концентратора напряжений принимает асимптотический характер, соответствующий НДС бездефектного образца.

Результаты многочисленных вариативных расчетов для распределения ОН в зависимости от формы надреза и величины его геометрических параметров частично представлены на рис. 4–7.



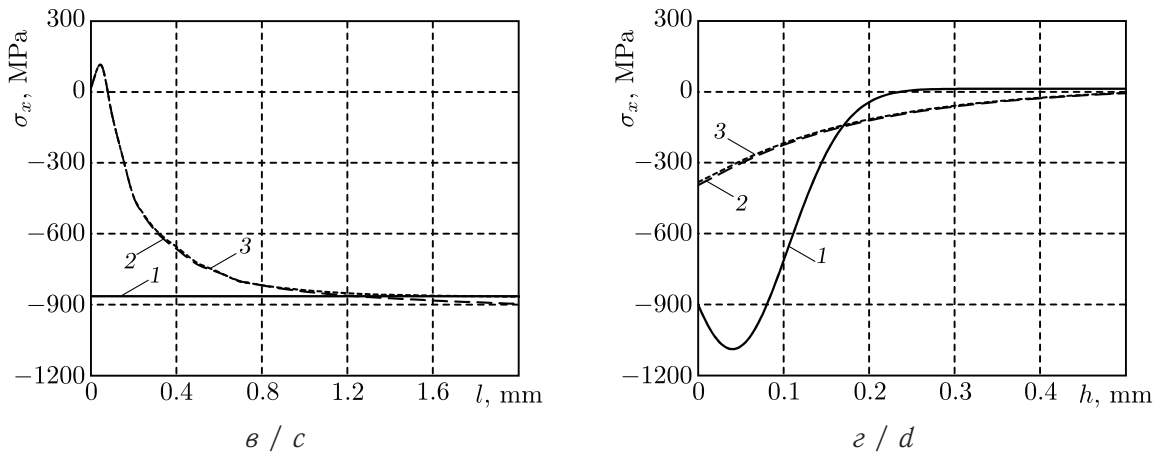


Рис. 4. Распределение остаточных напряжений  $\sigma_x = \sigma_x(l)$  по длине (а, в) и  $\sigma_x = \sigma_x(h)$  по глубине (б, з) упрочненного образца в области полукруглого надреза: а, б –  $\rho = 0.1$  мм; в, з –  $\rho = 0.3$  мм

Fig. 4. Distribution of residual stress  $\sigma_x = \sigma_x(l)$  by length (a, c) and  $\sigma_x = \sigma_x(h)$  by depth (b, d) of the hardened specimen in the region of the semicircular notch: a, b –  $\rho = 0.1$  mm; c, d –  $\rho = 0.3$  mm

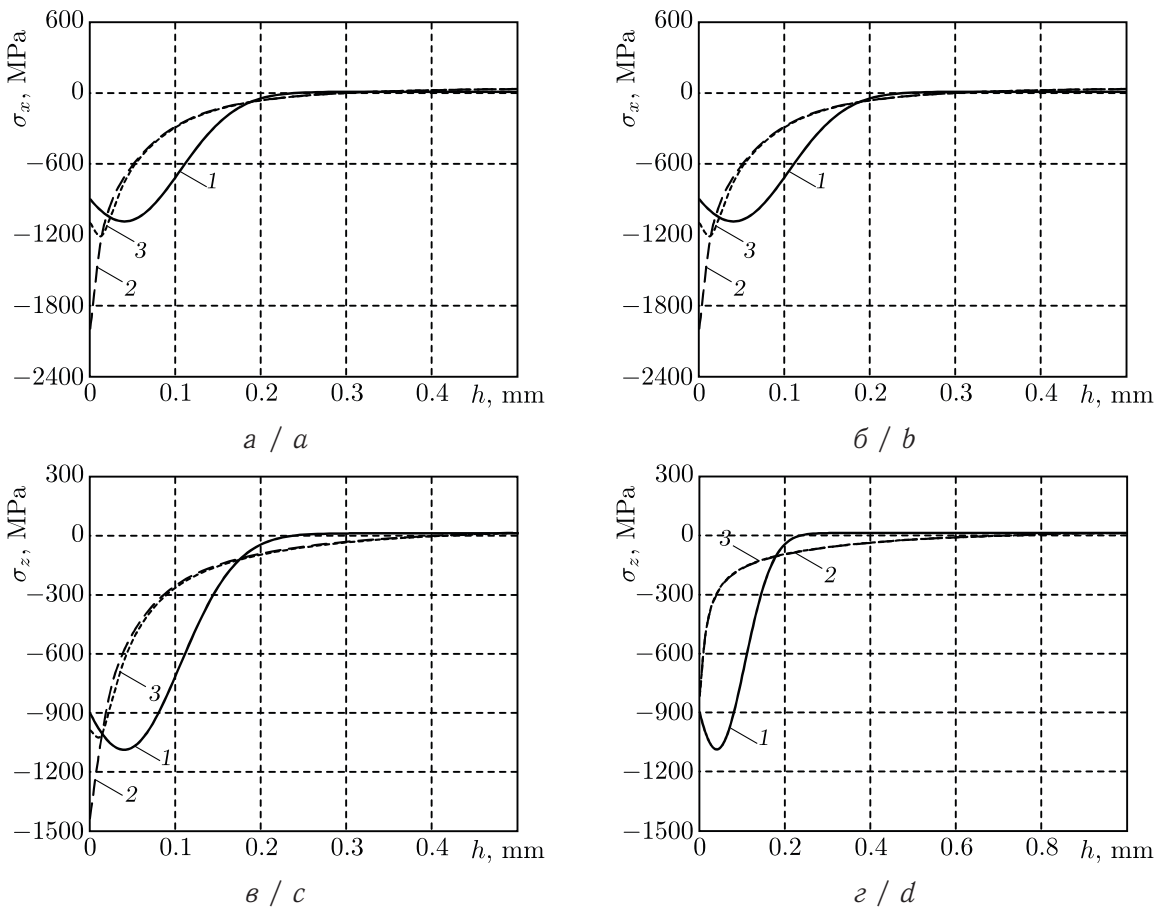


Рис. 5. Распределение остаточных напряжений  $\sigma_x = \sigma_x(h)$  (а, б) и  $\sigma_z = \sigma_z(h)$  (в, з) по глубине упрочненного образца в области надреза квадратной формы: а, в –  $a = 0.1$  мм; б, з –  $a = 0.3$  мм

Fig. 5. Distribution of residual stress  $\sigma_x = \sigma_x(h)$  (a, b) and  $\sigma_z = \sigma_z(h)$  (c, d) by depth of the hardened specimen in the region of the square shaped notch: a, c –  $a = 0.1$  mm; b, d –  $a = 0.3$  mm

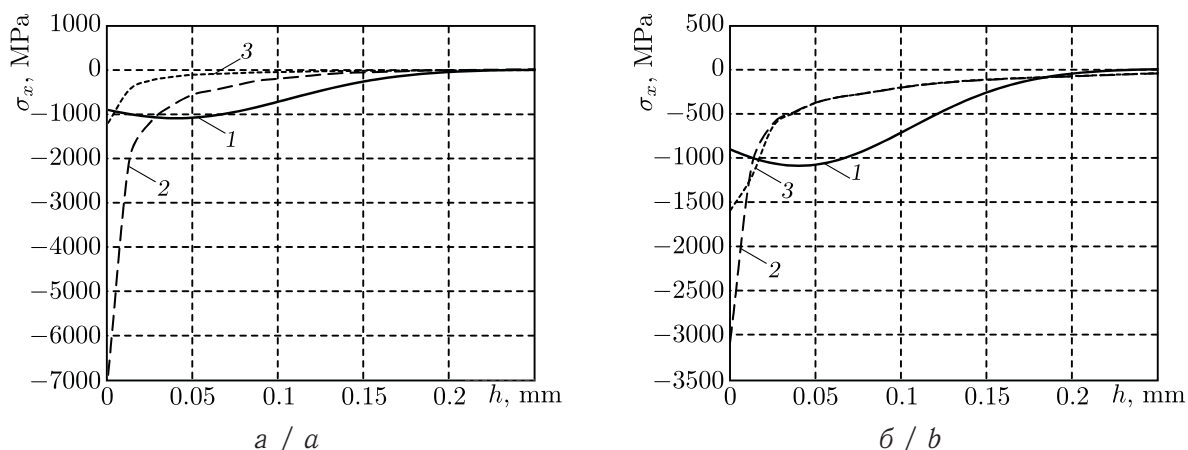


Рис. 6. Распределение остаточных напряжений  $\sigma_x = \sigma_x(h)$  по глубине упрочненного образца в области надреза V-образной формы:  $a - b = 0.1$  мм;  $b - b = 0.3$  мм  
 Fig. 6. Distribution of residual stress  $\sigma_x = \sigma_x(h)$  by depth of the hardened specimen in the region of the V-shaped notch:  $a - b = 0.1$  mm;  $b - b = 0.3$  mm

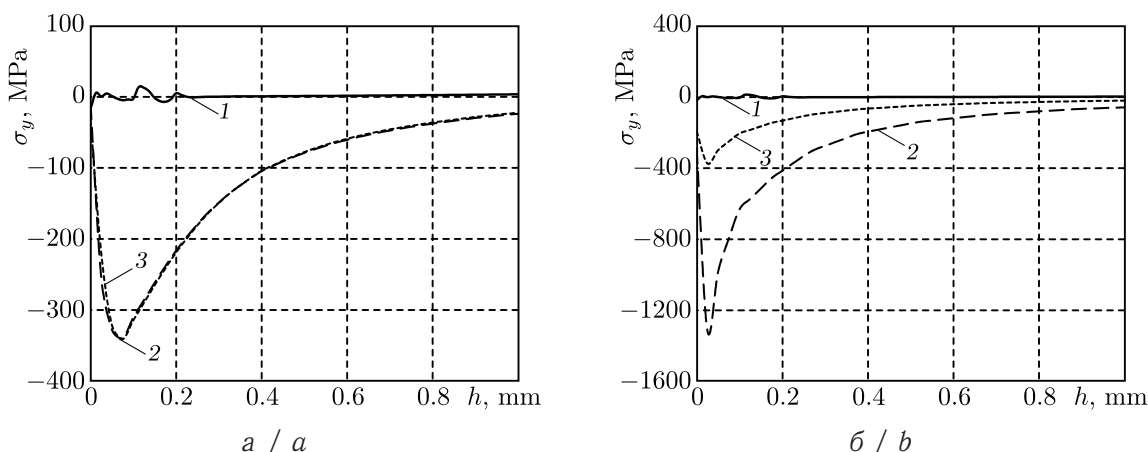


Рис. 7. Распределение остаточных напряжений  $\sigma_y = \sigma_y(h)$  по глубине упрочненного образца в области надреза полукруглой формы при  $\rho = 0.1$  мм (а) и V-образной формы при  $b = 0.1$  мм (б)  
 Fig. 7. Distribution of residual stress  $\sigma_y = \sigma_y(h)$  by depth of the hardened specimen in the region of the semicircular shaped notch at  $\rho = 0.1$  mm (a) and V-shaped notch at  $b = 0.1$  mm (b)

*Примечание.* На рис. 4–7 представлены решение для гладкого образца (1) и решения в упругой (2) и упругопластической (3) постановках для образцов с надрезом.

*Note.* Note. In Fig. 4–7 solution for the smooth specimen (1), solution in elastic (2) and elastoplastic (3) formulations for notched specimens are presented

На рис. 4–7 величина  $h$  откладывалась в поперечном сечении надреза на расстоянии  $x = 50$  мм для надрезов полукруглой и V-образной формы от дна концентратора, а для концентратора квадратной формы рассматривалось аналогичное сечение со стороны левого угла надреза. Величина  $l$  откладывалась от верхней кромки концентраторов на верхней грани (при  $y = 0$ ) к торцевому сечению. На всех графиках маркер 1 соответствует решению упругой задачи для «гладкого» образца, маркеры 2 и 3 — решение задачи для образца при наличии поверхностных концентраторов напряжений после процедуры ОПД в упругой и упругопластической постановках соответственно.



Из рис. 4–6 можно заметить, что для всех расчетных случаев распределение ОН по глубине  $h$  при размере концентраторов напряжений 0.1 мм имеется существенное различие между результатами значений компонент  $\sigma_x$  и  $\sigma_z$ , полученных при решении задач в упругой и упругопластической постановках. При этом видно, что чем «острее» концентратор напряжений, тем наблюдается большее расхождение между эпюрами ОН  $\sigma_x = \sigma_x(h)$  и  $\sigma_z = \sigma_z(h)$  для упругой и упругопластической постановок. С позиции классической механики разрушения эта особенность связана с наличием малой области высокой концентрации напряжений в вершине V-образного надреза с малым углом раскрытия, а, как известно, для трещин в ее вершине имеется сингулярность. Но поскольку в расчетах вершина V-образного надреза «сглажена» дугой окружности с радиусом скругления  $\rho_0 = 0.007$  мм, то получены конечные (хотя и значительной величины) ОН в малой окрестности при вершине V-образного надреза при использовании упругой постановки. Особенно наглядно это видно на рис. 6, где напряжения для упругой постановки принимают нереальные для практики значения.

Еще одна особенность связана с появлением компоненты  $\sigma_y = \sigma_y(y)$ , значения которой имеют существенную величину (см. рис. 7). Для гладкого образца  $\sigma_y = \sigma_y(y) \equiv 0$  в любом сечении.

Аналогичное сравнение решений в упругой и упругопластической постановках для всех рассмотренных случаев с концентратором напряжений, линейный размер которых составляет 0.3 мм ( $\rho = 0.3$  мм,  $a = 0.3$  мм,  $b = 0.3$  мм, см. рис. 1), демонстрирует практически их полное совпадение (за исключением результатов для V-образного концентратора в силу описанной выше особенности).

Исследование распределения ОН по длине  $l$  (типичная картина приведена на рис. 4, а, в) и их сравнение с результатами решения для гладкого образца показывают, что при отдалении на некоторое расстояние от центрального сечения дефекта в сторону торцевой грани (во всех рассмотренных случаях эта величина составляет  $\approx 2$  мм) расчетные значения ОН для упругой и упругопластической постановок задач не только практически совпадают между собой, но и близки с ОН для гладкого упрочненного образца. Отсюда можно сделать следующие два вывода. Во-первых, область образца на расстоянии  $\approx 2$  мм от среднего сечения можно считать областью влияния концентраторов напряжений рассматриваемого типа на НДС упрочненного образца. Во-вторых, асимптотическое приближение решений в упругой и упругопластической постановках для образцов с концентраторами к решению для гладкого образца при значениях  $l > 2$  мм можно считать одним из элементов адекватности разработанного численного метода решения краевых задач для упрочненных призматических деталей с концентраторами напряжений.

## Выводы

Вышеописанные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Разработан метод решения задач расчета НДС в призматических образцах со сквозными поперечными надрезами полукруглого, квадратного и V-образного профиля после технологии ОППД в упругой и упругопластической постановках.

2. Выполнен вариативный анализ влияния типа профиля и его геометрических параметров на НДС призматических поверхностно упрочненных деталей и проведено детально исследование решений в упругой и упругопластической постановках.

3. Показано, что если глубина концентратора не превосходит толщины упрочненного слоя (области сжатия материала), то решения для упругой и упругопластиче-



ской задач существенно различаются (особенно для V-образного надреза), причем решение в упругой области дает практически неприемлемые (завышенные) результаты. Поэтому в данном случае необходимо рассматривать решение задачи в упругопластической постановке. Если же глубина надреза существенно больше толщины упрочненного слоя, то решения, полученные для задач в упругой и упругопластической постановках, практически не различаются, и в этом случае можно использовать упругое решение для полей ОН.

### Список литературы

1. Биргер И. А. Остаточные напряжения. Москва : Машгиз, 1963. 232 с.
2. Гринченко И. Г. Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов. Москва : Машиностроение, 1971. 120 с.
3. Сулима А. М., Шувалов В. А., Ягодкин Ю. Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. Москва : Машиностроение, 1988. 240 с.
4. Кудрявцев И. В. Поверхностный наклеп для повышения прочности и долговечности деталей машин поверхностным пластическим деформированием. Москва : Машиностроение, 1969. 100 с.
5. Ножницкий Ю. А., Фишгойт А. В., Ткаченко Р. И., Теплова С. В. Разработка и применение новых методов упрочнение деталей ГТД, основанных на пластическом деформировании поверхностных слоев (Обзор) // Вестник двигателестроения. 2006. № 2. С. 8–16.
6. Brockman R. A., Braisted W. R., Olson S. E., Tenaglia R. D., Clauer A. H., Langer K., Shepard M. J. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening // International Journal of Fatigue. 2012. Vol. 36, iss. 1. P. 96–108. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011>
7. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // International Journal of Fatigue. 2008. Vol. 30, iss. 8. P. 1398–1408. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010>
8. James M. N., Hughes D. J., Chen Z., Lombard H., Hattingh D. G., Asquith D., Yates J. R., Webster P. J. Residual stresses and fatigue performance // Engineering Failure Analysis. 2007. Vol. 14, iss. 2. P. 384–395. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2006.02.011>
9. Majzoubi G. H., Azadikhah K., Nemati J. The effect of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // Materials Science and Engineering: A. 2009. Vol. 516, iss. 1–2. P. 235–247. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020>
10. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part 1 — Effect of shot peening on fatigue resistance // Materials Science and Technology. 2013. Vol. 29, iss. 6. P. 673–651. <https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222>
11. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of hitriding and shot peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // Materials & Design. 2012. Vol. 35. P. 741–748. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055>
12. Павлов В. Ф., Кирпичев В. А., Вакулюк В. С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям. Самара : СНЦ РАН, 2012. 125 с.
13. Павлов В. Ф., Петрова Ю. Н., Вакулюк В. С., Сазанов В. П., Катанаева Ю. А. Назначение оптимальных по сопротивлению усталости видов поверхностного упрочнения деталей с исследованием распределения остаточных напряжений // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. 2021. № 1 (72). С. 65–70.
14. Радченко В. П., Афанасьева О. С., Глебов В. Е. Влияние технологии поверхностного пластического упрочнения, остаточных напряжений и граничных условий на выпучивание балки // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического



- университета. Механика. 2020. № 1. С. 87–98. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.1.07>
15. Саушкин М. Н., Куров А. Ю. Анализ напряженного состояния в надрезах полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования сплошных цилиндрических образцов // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия : Физико-математические науки. 2012. Вып. 1 (26). С. 133–140. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1039>
  16. Радченко В. П., Куров А. Ю. Влияние анизотропии поверхностного пластического упрочнения на формирование остаточных напряжений в цилиндрических деталях с надрезами полукруглого профиля // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия : Физико-математические науки. 2016. Т. 20, № 4. С. 675–690. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1513>
  17. Сазанов В. П. Исследование закономерностей остановки усталостной трещины в цилиндрическом образце с надрезом // Вестник Самарского университета. Серия : Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 1. С. 160–169. <https://doi.org/10.18287/2541-7533-2018-17-1-160-169>
  18. Doremus L., Cormier J., Villechaise P., Henaff G., Nadot Y., Pierret S. Influence of residual stresses on the fatigue crack growth from surface anomalies in a nickel-based superalloy // Materials Science and Engineering: A. 2015. Vol. 644. P. 234–246. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2015.07.077>
  19. Fleury R. M. N., Nowell D. Evaluating the influence of residual stresses and surface damage on fatigue life of nickel superalloys // International Journal of Fatigue. 2017. Vol. 105. P. 27–33. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.08.015>
  20. Вакулюк В. С., Сазанов В. П., Шадрин В. К., Микушев Н. Н., Злобин А. С. Применение метода термоупругости при конечно-элементном моделировании остаточного напряженного состояния в поверхностно упрочненных деталях // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2014. Т. 16, № 4. С. 168–174.
  21. Сургутанов Н. А. Исследование влияния глубины трещины на коэффициент интенсивности напряжений в надрезанных и гладких пластинах // Вестник Самарского университета. Серия : Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 1. С. 176–185. <https://doi.org/10.18287/2541-7533-2017-16-1-176-185>
  22. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Бочкова Т. И. Математическое моделирование и экспериментальное исследование формирования и релаксации остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения в условиях высокотемпературной ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2016. № 1. С. 93–112. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2016.1.07>
  23. Радченко В. П., Шишкин Д. М. Метод реконструкции остаточных напряжений в призматическом образце с надрезом полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия : Математика. Механика. Информатика. 2020. Т. 20, вып. 4. С. 478–492. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-4-478-492>
  24. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., Colaitis Y., Rouhaud E., Retraint D., Kubler R., Desvignes M., Barrallier L. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure // C. R. Mécanique. 2016. Vol. 344, iss. 4–5. P. 355–374. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.02.006>
  25. Zimmermann M., Klemenzt M., Schulze V. Literature review on shot peening simulation // International Journal of Computational Materials Science and Surface Engineering. 2010. Vol. 3, iss. 4. P. 289–310. <https://doi.org/10.1504/ijcmsse.2010.036218>
  26. Purohit R., Verma C. S., Rana R. S., Dwivedi R., Dwivedi S. Simulation of shot peening process // Materials Today: Proceedings. 2017. Vol. 4, iss. 2. P. 1244–1251. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.01.144>



27. Xie L., Wang C., Wang L., Wang Z., Jiang C., Lu W., Ji V. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment // *Mechanics of Materials*. 2016. Vol. 99. P. 2–8. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2016.05.005>
28. Jebahi M., Gakwaya A., Levesque J., Mechri O., Ba K. Robust methodology to simulate real shot peening process using discrete-continuum coupling method // *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016. Vol. 107. P. 21–33. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.01.005>
29. Келлер И. Э., Трофимов В. Н., Владыкин А. В., Плюснин В. В., Петухов Д. С., Виндокуров И. В. К вопросу о реконструкции остаточных напряжений и деформаций пластины после дробеструйной обработки // *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия : Физико-математические науки*. 2018. Т. 22, № 1. С. 40–64. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1602>
30. Сазанов В. П., Курпичев В. А., Вакулюк В. С., Павлов В. Ф. Определение первоначальных деформаций в упрочненном слое цилиндрической детали методом конечно-элементного моделирования с использованием расчетного комплекса PATRAN/NASTRAN // *Вестник УГАТУ*. 2015. Т. 19, № 2 (68). С. 35–40.
31. Павлов В. Ф., Сазанов В. П., Вакулюк В. С., Шадрин В. К. Применение первоначальных деформаций в исследованиях остаточного напряженно-деформированного состояния упрочненных деталей // *Насосы. Турбины. Системы*. 2019. № 1 (30). С. 76–81.
32. Радченко В. П., Еремин Ю. А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. Москва : Машиностроение-1, 2004. 265 с.

### References

1. Birger I. A. *Ostatochnyye napriazheniia* [Residual Stresses]. Moscow, Mashgiz, 1963. 232 p. (in Russian).
2. Grinchenko I. G. *Uprochnenie detalei iz zharoprochnykh i titanovykh splavov* [The Hardening of Parts of Heat-resistant and Titanium Alloys]. Moscow, Mashinostroenie, 1971. 120 p. (in Russian).
3. Sulima A. M., Shuvalov V. A., Yagodkin Yu. D. *Poverkhnostnyi sloi i ekspluatatsionnye svoistva detalei mashin* [Surface Layer and Performance of Machine Parts]. Moscow, Mashinostroenie, 1988. 240 p. (in Russian).
4. Kudryavtsev I. V. *Poverkhnostnyi naklep dlia povysheniia prochnosti i dolgovechnosti detalei mashin poverkhnostnym plasticheskim deformirovaniem* [Surface Strain Hardening to Increase the Strength and Durability of Machine Parts]. Moscow, Mashinostroenie, 1969. 100 p. (in Russian).
5. Nozhnitskii Yu. A., Fishgoit A. V., Tkachenko R. I., Teplova S. V. Development and application of new GTE parts hardening methods based on the plastic deformation of the surface layers. *Vestnik Doigatelestroeniia*, 2006, no. 2, pp. 8–16 (in Russian).
6. Brockman R. A., Braisted W. R., Olson S. E., Tenaglia R. D., Clauer A. H., Langer K., Shepard M. J. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening. *International Journal of Fatigue*, 2012, vol. 36, iss. 1, pp. 96–108. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011>
7. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation. *International Journal of Fatigue*, 2008, vol. 30, iss. 8, pp. 1398–1408. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010>
8. James M. N., Hughes D. J., Chen Z., Lombard H., Hattingh D. G., Asquith D., Yates J. R., Webster P. J. Residual stresses and fatigue performance. *Engineering Failure Analysis*, 2007, vol. 14, iss. 2, pp. 384–395. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2006.02.011>
9. Majzoobi G. H., Azadikhah K., Nemati J. The effect of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6. *Materials Science and Engineering: A*, 2009, vol. 516, iss. 1–2, pp. 235–247. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020>



10. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part 1 — Effect of shot peening on fatigue resistance. *Materials Science and Technology*, 2013, vol. 29, iss. 6, pp. 673–651. <https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222>
11. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of hitriding and shot peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach. *Materials & Design*, 2012, vol. 35, pp. 741–748. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055>
12. Pavlov V. F., Kirpichev V. A., Vakulyuk V. S. *Prognozirovanie soprotivleniia ustalosti poverkhnostno uprochnennykh detalei po ostatochnym napriazheniiam* [Prediction of Fatigue Resistance of Surface Reinforced Parts by Residual Stresses]. Samara, Samara Sci. Center of RAS, 2012. 125 p. (in Russian).
13. Pavlov V. F., Petrova Yu. N., Vakulyuk V. S., Sazanov V. P., Katanaeva Yu. A. Appointment of the optimal for fatigue resistance types of surface hardening of details with the use of residual voltage distribution. *Progressive Technologies and Systems of Mechanical Engineering*, 2021, iss. 1 (72), pp. 65–70 (in Russian).
14. Radchenko V. P., Afanaseva O. S., Glebov V. E. The effect of surface plastic hardening technology, residual stresses and boundary conditions on the buckling of a beam. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 1, pp. 87–98 (in Russian). <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.1.07>
15. Saushkin M. N., Kurov A. Yu. Analysis of stress state in semicircular profile notches after preliminary surface plastic deformation of solid cylindrical specimens. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2012, iss. 1 (26). pp. 133–140 (in Russian). <https://doi.org/10.14498/vsgtu1039>
16. Radchenko V. P., Kurov A. Yu. Effect of anisotropy of surface plastic hardening on formation of residual stresses in cylindrical samples with semicircular notch. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2016, vol. 20, iss. 4. pp. 675–690 (in Russian). <https://doi.org/10.14498/vsgtu1513>
17. Sazanov V. P. Analysis of the mechanism of fatigue crack arrest in a cylindrical notched specimen. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*, 2018, vol. 17, no. 1, pp. 160–169 (in Russian). <https://doi.org/10.18287/2541-7533-2018-17-1-160-169>
18. Doremus L., Cormier J., Villechaise P., Henaff G., Nadot Y., Pierret S. Influence of residual stresses on the fatigue crack growth from surface anomalies in a nickel-based superalloy. *Materials Science and Engineering: A*, 2015, vol. 644, pp. 234–246. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2015.07.077>
19. Fleury R. M. N., Nowell D. Evaluating the influence of residual stresses and surface damage on fatigue life of nickel superalloys. *International Journal of Fatigue*, 2017, vol. 105, pp. 27–33. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.08.015>
20. Vakulyuk V. S., Sazanov V. P., Shadrin V. K., Mikushev N. N., Zlobin A. S. Thermoelasticity method application on finite elements modeling of residual strained state in surface hardened parts. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2014, vol. 16, no. 4, pp. 168–174 (in Russian).
21. Surgutanov N. A. Influence of crack depth on the stress intensity coefficient in notched and smooth plates. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*, 2017, vol. 16, no. 1, pp. 176–185 (in Russian). <https://doi.org/10.18287/2541-7533-2017-16-1-176-185>
22. Radchenko V. P., Saushkin M. N., Bochkova T. I. Mathematical modeling and experimental study of forming and relaxation of the residual stresses in plane samples made of EP742 alloy after the ultrasonic hardening under the hightemperature creep conditions. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2016, no. 1, pp. 93–112 (in Russian). <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2016.1.07>





23. Radchenko V. P., Shishkin D. M. The method of reconstruction of residual stresses in a prismatic specimen with a notch of a semicircular profile after advanced surface plastic deformation. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2020, vol. 20, iss. 4, pp. 478–492 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-4-478-492>
24. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., Colaitis Y., Rouhaud E., Retraint D., Kubler R., Desvignes M., Barrallier L. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure. *C. R. Mécanique*, 2016, vol. 344, iss. 4–5, pp. 355–374. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.02.006>
25. Zimmermann M., Klemenz M., Schulze V. Literature review on shot peening simulation. *International Journal of Computational Materials Science and Surface Engineering*, 2010, vol. 3, iss. 4, pp. 289–310. <https://doi.org/10.1504/ijcmsse.2010.036218>
26. Purohit R., Verma C. S., Rana R. S., Dwivedi R., Dwivedi S. Simulation of shot peening process. *Materials Today: Proceedings*, 2017, vol. 4, iss. 2, pp. 1244–1251. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.01.144>
27. Xie L., Wang C., Wang L., Wang Z., Jiang C., Lu W., Ji V. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment. *Mechanics of Materials*, 2016, vol. 99, pp. 2–8. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2016.05.005>
28. Jebahi M., Gakwaya A., Levesque J., Mechri O., Ba K. Robust methodology to simulate real shot peening process using discrete-continuum coupling method. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2016, vol. 107, pp. 21–33. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.01.005>
29. Keller I. E., Trofimov V. N., Vladykin A. V., Plyusnin V. V., Petukhov D. S., Vindokurov I. V. On the reconstruction of residual stresses and strains of a plate after shot peening. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2018, vol. 22, no. 1, pp. 40–64 (in Russian). <https://doi.org/10.14498/vsgtu1602>
30. Sazanov V. P., Kirpichev V. A., Vakulyuk V. S., Pavlov V. F. The definition of initial deformations in the cylindrical parts surface layer by Finite Elements Modeling method using PATRAN/NASTRAN program complex. *Vestnik UGATU*, 2015, vol. 19, no. 2 (68), pp. 35–40 (in Russian).
31. Pavlov V. F., Sazanov V. P., Vakulyuk V. S., Shadrin V. K. Initials deformations employment in the study of harden parts residual stress strained state. *Pumps. Turbines. Systems*, 2019, iss. 1 (30), pp. 76–81 (in Russian).
32. Radchenko V. P., Eremin Yu. A. *Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov konstruktsiy* [Rheological Deformation and Fracture of Materials and Structural Elements]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2004. 265 p. (in Russian).

Поступила в редакцию / Received 25.08.2021

Принята к публикации / Accepted 15.09.2021

Опубликована / Published 30.11.2021