



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2023. Т. 23, вып. 4. С. 512–530
Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics, 2023, vol. 23, iss. 4, pp. 512–530
mmi.sgu.ru <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2023-23-4-512-530>, EDN: TAEGBQ

Научная статья
УДК 539.376:621.787

Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненных вращающихся призматических элементах конструкций в условиях ползучести

В. П. Радченко[✉], Т. И. Бербасова, М. Н. Саушкин, М. М. Акинфиева

Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244

Радченко Владимир Павлович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики, radchenko.vp@samgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>, AuthorID: 113673

Бербасова Татьяна Игоревна, кандидат технических наук, ассистент кафедры прикладной математики и информатики, t.i.ber@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8070-4846>, AuthorID: 834419

Саушкин Михаил Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и информатики, saushkin.mn@samgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8260-2069>, AuthorID: 103114

Акинфиева Мария Михайловна, аспирант кафедры прикладной математики и информатики, mar.akinfiyeva@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8771-8127>

Аннотация. Разработан метод решения краевых задач релаксации остаточных напряжений во вращающемся поверхностно упрочненном призматическом образце в условиях высокотемпературной ползучести. Задача моделирует напряженно-деформированное состояние поверхностно упрочненного призматического стержня, торцевое сечение которого закреплено на абсолютно жестком диске, вращающегося с постоянной угловой скоростью. На первом этапе решена задача реконструкции полей остаточных напряжений и пластических деформаций после процедуры упрочнения, играющих роль начального напряженно-деформированного состояния. На втором этапе решается задача релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести. Выполнено детальное исследование влияния угловой скорости на интенсивность релаксации остаточных напряжений в различных сечениях по осевой координате для призматического образца 10×10×150 мм из сплава ЭП742 при температуре 650 °С после ультразвукового механического упрочнения одной из его граней. Анализ результатов расчета позволил установить, что для угловой скорости, изменяющейся от 1500 до 2500 об/мин, наблюдается нетривиальный эффект, заключающийся в том, что релаксация остаточных напряжений в более нагруженных сечениях, находящихся под действием осевых растягивающих напряжений вследствие вращения, происходит менее интенсивно, чем в «хвостовом» сечении, где осевая нагрузка равна нулю. Полученные в работе результаты могут быть полезными при оценке эффективности поверхностно упрочненных вращающихся деталей в условиях высокотемпературной ползучести.

Ключевые слова: остаточные напряжения, поверхностное пластическое деформирование, вращающийся призматический образец, ползучесть, релаксация



Благодарности: Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-29-00434, <https://rscf.ru/project/23-29-00434/>).

Для цитирования: Радченко В. П., Бербасова Т. И., Саушкин М. Н., Акинфиева М. М. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненных вращающихся призматических элементах конструкций в условиях ползучести // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2023. Т. 23, вып. 4. С. 512–530. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2023-23-4-512-530>, EDN: TAEGBQ

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

Relaxation of residual stresses in surface-hardened rotating prismatic elements of structures under creep conditions

V. P. Radchenko[✉], T. I. Berbasova, M. N. Saushkin, M. M. Akinfieva

Samara State Technical University, 244 Molodogvardeyskaya St., Samara 443100, Russia

Vladimir P. Radchenko, radchenko.vp@samgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>, AuthorID: 113673

Tatiana I. Berbasova, t.i.ber@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8070-4846>, AuthorID: 834419

Mikhail N. Saushkin, saushkin.mn@samgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8260-2069>, AuthorID: 103114

Mariya M. Akinfieva, mar.akinfieva@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8771-8127>

Abstract. A method for solving boundary problems of relaxation of residual stresses in a rotating surface-hardened prismatic specimen under high-temperature creep conditions has been developed. The problem models the stress-strain state of a surface-hardened prismatic rod with one end fixed to an infinitely rigid disk rotating at a constant angular velocity. In the first stage, we solve the problem of reconstructing fields of residual stresses and plastic deformations after the hardening procedure, which play the role of the initial stress-strain state, is solved. In the second stage, we address the problem of relaxation of residual stresses under creep conditions is addressed. A detailed study of the influence of angular velocity on the intensity of residual stress relaxation in different sections along the axial coordinate is carried out for a 10×10×150 mm prismatic specimen made of EP742 alloy at a temperature of 650 °C, following ultrasonic mechanical hardening of one of its faces. The analysis of the calculation results revealed that for angular velocities ranging from 1500 rpm to 2500 rpm, a non-trivial effect is observed. The relaxation of residual stresses in more stressed sections experiencing axial tensile stresses due to rotation occurs less intensively than in the “tail” section, where the axial load is zero. The obtained results from this study can be useful in assessing the effectiveness of surface-hardened rotating components under high-temperature creep conditions.

Keywords: residual stresses, surface plastic deformation, rotating prismatic specimen, creep, relaxation

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-29-00434), <https://rscf.ru/en/project/23-29-00434/>).

For citation: Radchenko V. P., Berbasova T. I., Saushkin M. N., Akinfieva M. M. Relaxation of residual stresses in surface-hardened rotating prismatic elements of structures under creep



conditions. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2023, vol. 23, iss. 4, pp. 512–530 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2023-23-4-512-530>, EDN: TAEGBQ

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение

Технологии поверхностного пластического упрочнения широко используются для повышения ресурса деталей ответственных элементов конструкций в авиадвигателестроении, энергетическом машиностроении и других отраслях промышленности. Это обусловлено образованием полей остаточных напряжений в приповерхностном слое материала деталей, с которыми связывается улучшение ряда показателей надежности: повышаются микротвердость и предел выносливости при много- и малоцикловом нагружении, улучшаются трибологические характеристики и другие показатели [1–11]. Решение краевых задач, связанных с оценкой кинетики остаточных напряжений в процессе ползучести, состоит из двух этапов. На первом этапе необходимо решить задачу реконструкции (формирования) остаточных напряжений и пластических деформаций после процедуры поверхностного упрочнения. Здесь можно выделить два подхода для решения этой задачи. В ряде публикаций авторы используют феноменологический подход, базирующийся на экспериментально известной информации о распределении одной или двух компонент тензора остаточных напряжений [12–17]. Такая постановка задач соответствует классу обратных краевых задач, и их решение даже в упругой постановке представляет большие трудности [18, 19].

Существенное продвижение в области теоретических методов реконструкции остаточных напряжений связано с многократно возросшими возможностями прямого математического моделирования технологических процессов (обработка микрошариками, обкатка роликом, алмазное выглаживание и др.) на основе современного программного обеспечения в многочисленных коммерческих пакетах, базирующихся в основном на методе конечных элементов. Например, в [20] за счет варьирования технологических параметров обработки поверхности микрошариками (длительность обработки, скорость и направление макрошариков и др.) для трехмерного случая удалось получить поля остаточных напряжений и исследовать влияние технологических параметров на их характер и величину. Аналогичные подходы реализованы в исследованиях [21–26].

Однако многочисленные попытки прямого моделирования процесса упрочнения в большинстве случаев позволяют получить распределение остаточных напряжений лишь на качественном уровне, поскольку учесть все параметры реального технологического процесса поверхностного пластического упрочнения сложно, а зачастую, в силу различных стохастических возмущений, и невозможно. На втором этапе исследования полученное остаточное напряженно-деформированное состояние после упрочнения используется в краевых задачах ползучести упрочненных элементов конструкций для оценки скорости релаксации остаточных напряжений и эффективности методов поверхностного пластического упрочнения для деталей при высокой температуре. Данная тематика находится в активной разработке. В частности, решен ряд задач для полых и сплошных поверхностно упрочненных цилиндрических деталей в условиях квазистатического нагружения при кручении, внутреннем давлении, осевом растяжении, чистой термоэкспозиции (температурная выдержка без приложения си-



ловых нагрузок) и их различных комбинациях [27–30], а также при дополнительных кинематических ограничениях на осевые и угловые перемещения [31–33]. Важный класс задач связан с учетом влияния массовых сил при вращении на релаксацию остаточных напряжений, имеющих прозрачный интерес в области авиадвигателестроения и энергетического машиностроения. Первая попытка решения задач такого типа предпринята для поверхностно упрочненного цилиндра в [34]. Здесь методика расчета основана на использовании приближенного метода [15], согласно которому полагалось, что поскольку толщина поверхностного упрочненного слоя мала по сравнению с радиусом цилиндрического образца, то этот слой не оказывает существенного влияния на жесткость и деформируемость самого цилиндра. Поэтому тонкий упрочненный слой представлялся «наклеенным» на цилиндр и деформирующимся с ним в режиме «жесткого» нагружения под действием осевой растягивающей силы, но оценить погрешность этого метода теоретически не представляется возможным. Впервые точное (но численное) решение задачи о релаксации остаточных напряжений при вращении сплошного упрочненного цилиндра в условиях ползучести приведено в [35].

В настоящей работе обобщается подход [35] применительно к вращающемуся поверхностно упрочненному призматическому образцу.

1. Постановка задачи

Рассматривается вращающийся поверхностно упрочненный призматический образец в условиях высокотемпературной ползучести. Геометрические параметры образца и введенная для дальнейшего исследования декартова система координат $OXYZ$ представлены на рис. 1.

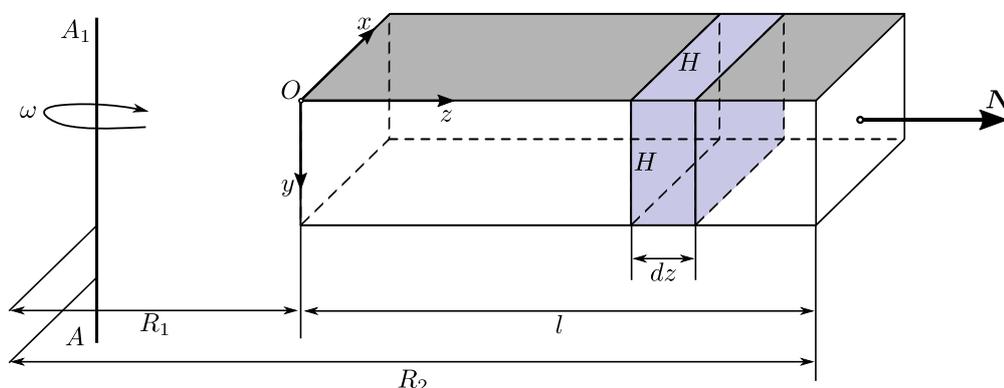


Рис. 1. Схема растяжения призматического образца от действия центробежной силы N при вращении с угловой скоростью ω

Fig. 1. The stretching scheme of a prismatic specimen under the action of the centrifugal force N during rotation with an angular velocity ω

Грань в плоскости XOY консольно (жестко) закреплена, что можно трактовать как стержень, закрепленный на абсолютно жестком диске радиуса R_1 . Вращение задается относительно оси AA_1 с угловой скоростью ω . Система координат жестко связана с вращающимся призматическим образцом. Одна из его граней подвержена процедуре поверхностного пластического деформирования (залита темным цветом на рис. 1), и в тонком приповерхностном слое сформировано поле остаточных напряжений. При вращении в объеме образца возникает неоднородное осевое напряженное состояние за счет переменной нагрузки $N(z)$, под действием которой развиваются деформации ползучести в каждом сечении, ортогональном оси OZ , и происходит



перераспределение (релаксация) остаточных напряжений в тонком приповерхностном слое. Целью работы является разработка метода расчета релаксации наведенных остаточных напряжений после процедуры поверхностного пластического упрочнения в призматическом образце в поле массовых сил в условиях ползучести материала.

Последовательность решения сформулированной задачи аналогична изложенной в работе [35] и состоит из реализации следующих этапов:

- 1) реконструкция полей остаточных напряжений и пластических деформаций после процедуры упрочнения при нормальной («комнатной») температуре $T = T_0$;
- 2) перерасчет полей остаточных напряжений при приложении температурно-силовых стационарных нагрузок от вращения и изменении температуры со значения $T = T_0$ (модуль Юнга материала E_0) до температуры «эксплуатации» $T = T_1$ ($T_1 > T_0$, модуль Юнга при этой температуре E_1);
- 3) расчет релаксации остаточных напряжений в упрочненном призматическом образце вследствие ползучести при температуре $T = T_1$.

2. Напряженно-деформированное состояние вращающегося призматического образца

Рассмотрим сначала закон изменения осевого напряжения во вращающемся неупрочненном призматическом образце. Величина центробежной силы от вращения, действующей на элемент объема $H \times H \times dz$ (см. рис. 1), определяется формулой [36]

$$dN = \omega^2(R_1 + z)\rho F(z)dz, \quad 0 \leq z \leq l = R_2 - R_1, \quad (1)$$

где ω — угловая скорость; $\rho = \gamma/g$ — плотность материала; γ — удельный вес; g — ускорение свободного падения; $F(z)$ — площадь поперечного сечения (в рассматриваемом случае $F(z) = H^2 = \text{const}$). Из (1) получаем

$$N(z) = \rho\omega^2 \int_z^l (R_1 + \xi)F(\xi)d\xi. \quad (2)$$

Учитывая, что $F(z) = \text{const}$, из (2) для напряжения $\sigma^0(z) = N(z)/F$ имеем

$$\sigma_z^0(z) = \rho\omega^2 \left[R_1(l - z) + \frac{l^2 - z^2}{2} \right]. \quad (3)$$

Формулу (3) с учетом обозначения $l = R_2 - R_1$ можно представить в виде

$$\sigma_z^0(z) = \frac{1}{2}\rho\omega^2 R_2^2 \left[1 - \left(\frac{R_1 + z}{R_2} \right)^2 \right], \quad 0 \leq z \leq R_2 - R_1. \quad (4)$$

Из формул (3) и (4) следует, что при $\omega = \text{const}$ осевое напряжение $\sigma_z^0(z)$ при фиксированной величине z не зависит от времени. Этот факт используется в дальнейшем при «наложении» на поле остаточных напряжений «эксплуатационных» нагрузок от осевых напряжений.

3. Реконструкция остаточных напряжений и пластических деформаций после упрочнения

Задача реконструкции остаточных напряжений и пластических деформаций в предположении, что все компоненты тензоров напряжений и деформаций зависят лишь от



координаты y , использования гипотез плоских сечений и анизотропии упрочнения по координатам x и z (см. рис. 1), решена в [12], и получены следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{\text{res}} &= \frac{1 + \alpha\nu}{\alpha + \nu} \sigma_x^{\text{res}}, & q_x &= -\frac{\alpha(1 - \nu^2)}{E_0(\alpha + \nu)} \sigma_x^{\text{res}}, \\ q_z &= -\frac{1 - \nu^2}{E_0(\alpha + \nu)} \sigma_x^{\text{res}}, & q_y &= \frac{(1 + \alpha)(1 - \nu^2)}{E_0(\alpha + \nu)} \sigma_x^{\text{res}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\sigma_x^{\text{res}} = \sigma_x^{\text{res}}(y)$, $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(y)$ — компоненты тензора остаточных напряжений; $q_x = q_x(y)$, $q_y = q_y(y)$, $q_z = q_z(y)$ — компоненты тензора остаточных пластических деформаций; E_0 — модуль Юнга при температуре упрочнения; ν — коэффициент Пуассона; α — феноменологический параметр, характеризующий анизотропию компонент q_x и q_z вследствие технологии упрочнения [12]. Остальные компоненты тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций полагаются равными нулю, поскольку их значения (по модулю) на порядок меньше, чем у представленных в (5) [12]. Таким образом, для реконструкции остаточного напряженно-деформированного состояния необходимо иметь аналитическое выражение для компоненты $\sigma_x^{\text{res}} = \sigma_x^{\text{res}}(y)$, $0 \leq y \leq H$. В дальнейших расчетах используются экспериментальные данные после одностороннего ультразвукового упрочнения призматического образца прямоугольного сечения из сплава ЭП742 для компоненты $\sigma_x = \sigma_x(y)$, приведенные в работе [12] и представленные лишь в области сжатия материала.

Экстраполяция экспериментальных данных на все значения $0 \leq y \leq H$ выполнена с использованием зависимости

$$\sigma_x^{\text{res}}(y) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(y - y^*)^2}{b^2}\right), \quad (6)$$

где $\sigma_x^{\text{res}}(y^*) = \min_{0 \leq y \leq H} \sigma_x(y)$; σ_0 , σ_1 и b — параметры, методика определения которых с использованием условия самоуравновешенности эпюры остаточных напряжений изложена в [12].

В частном случае изотропного упрочнения (обработка дробью, ультразвуковое (механическое) упрочнение, термопластическое упрочнение и другие технологии) параметр $\alpha = 1$ [12] и формулы (5) принимают более простой вид:

$$\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_x^{\text{res}}, \quad q_x = q_z = -\frac{1 - \nu}{E_0} \sigma_x^{\text{res}}, \quad q_y = \frac{2(1 - \nu)}{E_0} \sigma_x^{\text{res}}. \quad (7)$$

4. Расчет напряженно-деформированного состояния при мгновенном приложении температурно-силового нагружения

Рассмотрим следующую схему нагружения поверхностно упрочненного призматического образца: сначала образец прогревается (условно мгновенно) с температуры упрочнения T_0 (модуль Юнга E_0) до температуры «эксплуатации» T_1 (модуль Юнга E_1), а затем цилиндр начинает вращаться с угловой скоростью ω . Предполагается, что при температурно-силовом нагружении не возникают вторичные пластические деформации, т. е. происходит упругая догрузка упрочненного образца. Поэтому $q_x = q_x(y)$ не зависит от температуры, и второе соотношение (5) для температуры T_1 можно записать в виде

$$q_x(y) = -\frac{\alpha(1 - \nu^2)}{E_1(\alpha + \nu)} \frac{E_1}{E_0} \cdot \sigma_x^{\text{res}}(y). \quad (8)$$



Соотношение (8) по форме будет аналогично второму соотношению (5), если все эпюры остаточных напряжений умножить на коэффициент E_1/E_0 . В результате получаем распределение остаточных напряжений при температуре T_1 .

При расчете напряженно-деформированного состояния в условиях ползучести при вращении с угловой скоростью ω и температуре T_1 в любой момент времени t в дальнейшем будем использовать следующие обозначения: $\sigma_i = \sigma_i(y, z, t)$ — для компонент тензора напряжений; $\varepsilon_i(y, z, t)$, $e_i(y, z, t)$, $p_i(y, z, t)$ — для компонент тензоров полной, упругой и реологической деформаций соответственно, $i = x, y, z$. Тогда в начальный момент времени при $t = 0$ имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_z(y, z, 0) &= \frac{\rho\omega^2 R_2^2}{2} \left[1 - \left(\frac{R_1 + z}{R_2} \right)^2 \right] + \frac{E_1}{E_0} \sigma_z^{\text{res}}(y), \\ \sigma_x(y, z, 0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_x^{\text{res}}(y), \\ \varepsilon_z(y, z, 0) &= \frac{1}{E_1} [\sigma_z(y, z, 0) - \nu\sigma_x(y, z, 0)] + q_z(y), \\ \varepsilon_x(y, z, 0) &= \frac{1}{E_1} [\sigma_x(y, z, 0) - \nu\sigma_z(y, z, 0)] + q_x(y), \end{aligned}$$

где $\sigma_x^{\text{res}}(y)$, $\sigma_z^{\text{res}}(y)$ — остаточные напряжения после упрочнения, определяемые формулами (5), (6).

5. Расчет релаксации остаточных напряжений во вращающемся призматическом образце в условиях ползучести

Решить аналитически поставленную задачу релаксации остаточных напряжений при ползучести невозможно в силу нелинейности любой теории ползучести для металлических материалов. Поэтому в настоящей работе разработан численный метод. Учитывая неоднородность напряженного состояния для компоненты $\sigma_z^0(z)$, задаваемого (1), и его стационарность по координате $z \in [0, l]$ при вращении, выполняется дискретизация призматического образца по этой координате: $0 = z_0 < z_1 < \dots < z_N = l$ с постоянным шагом $\Delta z = l/N$, где N — количество отрезков разбиения. Далее упрочненный образец рассматривается как составной стержень из N элементарных стержней прямоугольного сечения с высотой Δz , при этом в каждом сечении напряжение $\sigma_z^0(z)$ ($z_{i-1} \leq z \leq z_i$, $i = 1, 2, \dots, N$) можно считать постоянным. В связи с этим расчет релаксации остаточных напряжений в каждом сечении $z = z_k$ вращающегося образца можно выполнять автономно, полагая, что в этом сечении действует постоянная нагрузка $\sigma_z^0(z_k)$.

Для каждого элементарного стержня вводится гипотеза плоских сечений в виде

$$\varepsilon_z(y, z_k, t) = \varepsilon_z^0(z_k, t), \quad \varepsilon_x(y, z_k, t) = \varepsilon_x^0(z_k, t).$$

Тогда в любой момент времени справедливы следующие равенства:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(y, z_k, t) &= e_z(y, z_k, t) + q_z(y) + p_z(y, z_k, t) = \varepsilon_z^0(z_k, t), \\ \varepsilon_x(y, z_k, t) &= e_x(y, z_k, t) + q_x(y) + p_x(y, z_k, t) = \varepsilon_x^0(z_k, t). \end{aligned} \tag{9}$$

Величины $\varepsilon_z^0(z_k, t)$ и $\varepsilon_x^0(z_k, t)$ имеют представление

$$\begin{aligned} \varepsilon_z^0(z_k, t) &= \frac{1}{E_1} \sigma_z^0(z_k) + p_z^0(z_k, t), \\ \varepsilon_x^0(z_k, t) &= -\frac{\nu}{E_1} \sigma_z^0(z_k) + p_x^0(z_k, t). \end{aligned} \tag{10}$$



Тогда (9) с учетом (10) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_1} [\sigma_z(y, z_k, t) - \nu \sigma_x(y, z_k, t)] + q_z(y) + p_z(y, z_k, t) &= \frac{1}{E_1} \sigma_z^0(z_k) + p_z^0(z_k, t), \\ \frac{1}{E_1} [\sigma_x(y, z_k, t) - \nu \sigma_z(y, z_k, t)] + q_x(y) + p_x(y, z_k, t) &= -\frac{\nu}{E_1} \sigma_z^0(z_k) + p_x^0(z_k, t). \end{aligned}$$

Решая полученную систему относительно $\sigma_z(y, z_k, t)$ и $\sigma_x(y, z_k, t)$, находим

$$\begin{aligned} \sigma_z(y, z_k, t) &= \sigma_z^0(z_k) + \frac{E_1}{1 - \nu^2} [(p_z^0(z_k, t) + \nu p_x^0(z_k, t)) - \\ &\quad - (q_z(y) + \nu q_x(y)) - (p_z(y, z_k, t) + \nu p_x(y, z_k, t))], \\ \sigma_x(y, z_k, t) &= \frac{E_1}{1 - \nu^2} [(p_x^0(z_k, t) + \nu p_z^0(z_k, t)) - \\ &\quad - (q_x(y) + \nu q_z(y)) - (p_x(y, z_k, t) + \nu p_z(y, z_k, t))]. \end{aligned} \quad (11)$$

Однако для реализации расчетов напряжений $\sigma_z(y, z_k, t)$ и $\sigma_x(y, z_k, t)$ на основании (11) необходимо знать величины $p_x^0(z_k, t)$ и $p_z^0(z_k, t)$, которые пока неизвестны. Для их определения запишем условия равенства внутренних и внешних сил, действующих в любом сечении, параллельном координатным плоскостям ZOY и XOY :

$$\int_0^H \sigma_z(y, z_k, t) dy = \int_0^H \sigma_z^0(z_k) dy, \quad \int_0^H \sigma_x(y, z_k, t) dy = 0. \quad (12)$$

Подставляя (11) в (12), учитывая, что при $z = z_k$ величина $\sigma_z^0(z_k) = \text{const}$, решая полученную систему уравнений относительно p_x^0 и p_z^0 , окончательно находим

$$\begin{aligned} p_z^0(z_k, t) &= \int_0^H [q_z(y) + p_z(y, z_k, t)] dy, \\ p_x^0(z_k, t) &= \int_0^H [q_x(y) + p_x(y, z_k, t)] dy. \end{aligned} \quad (13)$$

Объединяя (11) и (13), получаем систему для расчета кинетики остаточных напряжений $\sigma_z(y, z_k, t)$ и $\sigma_x(y, z_k, t)$ в процессе ползучести во вращающемся упрочненном призматическом образце. Начальные условия для этой системы следующие: $p_z(y, z_k, 0) = 0$; $p_x(y, z_k, 0) = 0$.

Таким образом, если известны компоненты тензора деформаций ползучести $p_z(y, z_k, t)$ и $p_x(y, z_k, t)$, то величины $\sigma_x(y, z_k, t)$ и $\sigma_z(y, z_k, t)$ определяются из системы (11), (13). Для определения деформации ползучести используется теория, описывающая первую и вторую стадии ползучести и имеющая для рассматриваемого в настоящей работе сложного напряженного состояния в призматическом образце следующий вид [37]:

$$\begin{aligned} p_j(t) &= v_j(t) + w_j(t); \\ \begin{cases} v_x(t) = (1 + \mu'')\beta_x(t) - \mu''(\beta_x(t) + \beta_z(t)), \\ v_z(t) = (1 + \mu'')\beta_z(t) - \mu''(\beta_z(t) + \beta_x(t)); \\ \dot{\beta}_j(t) = \begin{cases} \lambda B_j(t), & B_j(t)\sigma_j(t) > 0, \\ 0, & B_j(t)\sigma_j(t) \leq 0, \end{cases} \\ B_j(t) = a(S(t)/\sigma^{**})^{n-1}(\sigma_j(t)/\sigma^{**}) - \beta_j(t), & j = x, z; \end{cases} \\ \dot{w}_z(t) &= c \left(\frac{S(t)}{\sigma^{**}} \right)^{m-1} \left(\frac{\sigma_z(t) - \frac{1}{2}\sigma_x(t)}{\sigma^{**}} \right); \\ \dot{w}_x(t) &= c \left(\frac{S(t)}{\sigma^{**}} \right)^{m-1} \left(\frac{\sigma_x(t) - \frac{1}{2}\sigma_z(t)}{\sigma^{**}} \right), \end{aligned} \quad (14)$$



где $p_j(t)$, $v_j(t)$, $w_j(t)$ — компоненты тензоров полной деформации ползучести, вязкопластической деформации и деформации вязкого течения соответственно; μ'' — аналог коэффициента Пуассона для компонент $v_x(t)$, $v_z(t)$ (по рекомендации [37] можно использовать $\mu'' = 0,42$); $S(t) = \sqrt{\sigma_x^2(t) + \sigma_z^2(t) - \sigma_x(t)\sigma_z(t)}$ — интенсивность напряжений; σ^{**} , λ , a , n , c , m — параметры модели, методика идентификации которых хорошо известна и изложена в [37].

Начальные условия для уравнений (14) имеют следующий вид:

$$v_j(0) = w_j(0) = \beta_j(0) = 0, \quad j = x, z. \quad (15)$$

С использованием теории ползучести (14) рассчитываются значения $p_x(y, z_k, t)$ и $p_z(y, z_k, t)$, входящие в формулы (11) и (13). Эти величины рассчитываются численно «шагами» по времени. Суть метода состоит в следующем. Сначала осуществляется дискретизация по временной координате $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_K = t^*$ с шагом $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ ($i = 0, 1, \dots, K - 1$) и по пространственной переменной $0 = y_0 < y_1 < \dots < y_M = H$ (H — толщина образца, см. рис. 1). Пусть нам известны значения всех функций, входящих в (14) в каждой точке (t_i, y_j) , а значит, известны и значения $p_x(y_j, z_k, t_i)$, $p_z(y_j, z_k, t_i)$. Тогда на основании (14) вычисляются приращения компонент деформации ползучести $\Delta p_x(y_j, z_k, t_i)$, $\Delta p_z(y_j, z_k, t_i)$ за шаг времени Δt_i , при этом приращения соответствующих величин, входящих в дифференциальные соотношения (14), вычисляются, например, по методу Эйлера. Далее находятся значения

$$\begin{aligned} p_x(y_j, z_k, t_{i+1}) &= p_x(y_j, z_k, t_i) + \Delta p_x(y_j, z_k, t_i), \\ p_z(y_j, z_k, t_{i+1}) &= p_z(y_j, z_k, t_i) + \Delta p_z(y_j, z_k, t_i), \end{aligned}$$

а затем по формулам (11), (13) определяются $\sigma_x(y_j, z_k, t_{i+1})$, $\sigma_z(y_j, z_k, t_{i+1})$, и процесс итерационно продолжается до достижения значением времени заданного интервала расчета $t = t_N = t^*$. На первом шаге при $\Delta t_0 = t_1 - t_0$ используются начальные условия (15) и значения напряжений $\sigma_x(y, z_k, 0)$ и $\sigma_z(y, z_k, 0)$ в момент приложения температурно-силового нагружения.

Рассмотрим теперь температурно-силовую разгрузку после ползучести в момент времени $t = t^* + 0$. Пусть сначала осуществляется силовая упругая разгрузка, т. е. полагается $\omega = 0$. Тогда получаем соотношения для остаточных напряжений из (11)

$$\begin{aligned} \sigma_z(y, z_k, t^*) &= \frac{E_1}{1 - \nu^2} [(p_z^0(z_k, t^*) + \nu p_x^0(z_k, t^*)) - \\ &\quad - (q_z(y) + \nu q_x(y)) - (p_z(y, z_k, t^*) + \nu p_x(y, z_k, t^*))], \\ \sigma_x(y, z_k, t^*) &= \frac{E_1}{1 - \nu^2} [(p_x^0(z_k, t^*) + \nu p_z^0(z_k, t^*)) - \\ &\quad - (q_x(y) + \nu q_z(y)) - (p_x(y, z_k, t^*) + \nu p_z(y, z_k, t^*))]. \end{aligned} \quad (16)$$

Чтобы найти остаточные напряжения после температурной разгрузки с температуры T_1 до температуры T_0 , достаточно в (16) E_1 заменить на E_0 .

6. Результаты расчетов и их анализ

В модельных расчетах использовался призматический образец из сплава ЭП742 с геометрическими размерами $10 \times 10 \times 150$ мм после ультразвукового (механического) упрочнения¹ при нормальной («комнатной») температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$ (модуль

¹Здесь величина параметра анизотропии в формулах (5) $\alpha = 1$ и остаточное напряженно-деформированное состояние задается соотношениями (7).



Юнга при этой температуре $E_0 = 2.21 \cdot 10^5$ МПа). Расчет релаксации остаточных напряжений осуществлялся при температуре $T_1 = 650^\circ\text{C}$ (модуль Юнга при этой температуре $E_1 = 1.79 \cdot 10^5$ МПа) при четырех значениях скорости вращения $\omega = \{1500; 2000; 2500; 3000\}$ об/мин и длительности «испытаний» 100 ч. Плотность материала $\rho = 83200$ г/м³, коэффициент $\nu = 1/3$ полагался независимым от температуры. Численные значения геометрических параметров (см. рис. 1) следующие: $R_1 = 517$ мм, $R_2 = 667$ мм. Значения параметров модели ползучести (14) сплава ЭП742 при температуре 650°C приведены в [38]: $\sigma^{**} = 500$ МПа; $\lambda = 0.022$ 1/ч; $a = 6.1 \cdot 10^{-3}$; $n = 3.29$; $m = 14.3$; $c = 0.722 \cdot 10^{-6}$.

Расчеты для оценки кинетики остаточных напряжений во вращающемся образце в условиях ползучести выполнялись в пяти сечениях при значениях $z = 0$ (условно — «корневое» сечение), 37.5 мм, 75.0 мм, 112.5 мм, 150.0 мм (условно — «хвостовое» сечение).

На первом этапе выполнена реконструкция напряженно-деформированного состояния образца из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения его грани с использованием экспериментальных данных для режима упрочнения, длительностью 20 с, приведенных для компоненты $\sigma_x^{\text{res}} = \sigma_x^{\text{res}}(y)$ в работе [12] и представленных на рис. 2 сплошной линией. Используя методику этой работы, определены параметры аппроксимации (6): $\sigma_0 = 119.2$ МПа; $\sigma_1 = 1230.7$ МПа; $b = 0.097$ мм. Результаты аппроксимации приведены на рис. 2 штриховой линией. И, наконец, с использованием (6) и (7) определены компоненты тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций. Еще раз отметим, что в соотношениях (5) при ультразвуковом упрочнении параметр анизотропии упрочнения $\alpha = 1$.

На втором этапе выполнялся расчет осевых остаточных $\sigma_z^0(z)$, вызванных вращением, по формуле (4) при различных значениях ω . Соответствующие графики приведены на рис. 3.

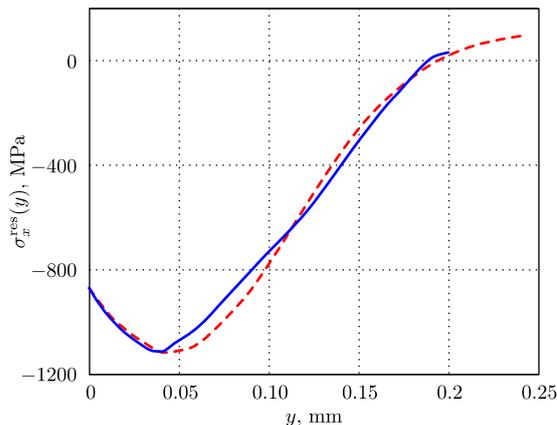


Рис. 2. Экспериментальная (сплошная линия) и расчетная (штриховая линия) эпюры остаточных напряжений в поверхностном слое призматического образца (сплав ЭП742) после ультразвукового упрочнения

Fig. 2. Experimental (solid line) and calculated (dashed line) profiles of residual stresses in the surface layer of a prismatic sample (EP742 alloy) after ultrasonic strengthening

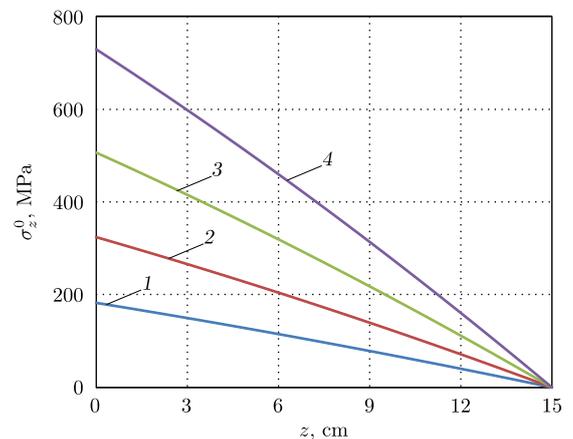


Рис. 3. Распределение осевого напряжения σ_z^0 в сечениях образца при различной скорости вращений ω : 1 — 1500 об/мин; 2 — 2000 об/мин; 3 — 2500 об/мин; 4 — 3000 об/мин

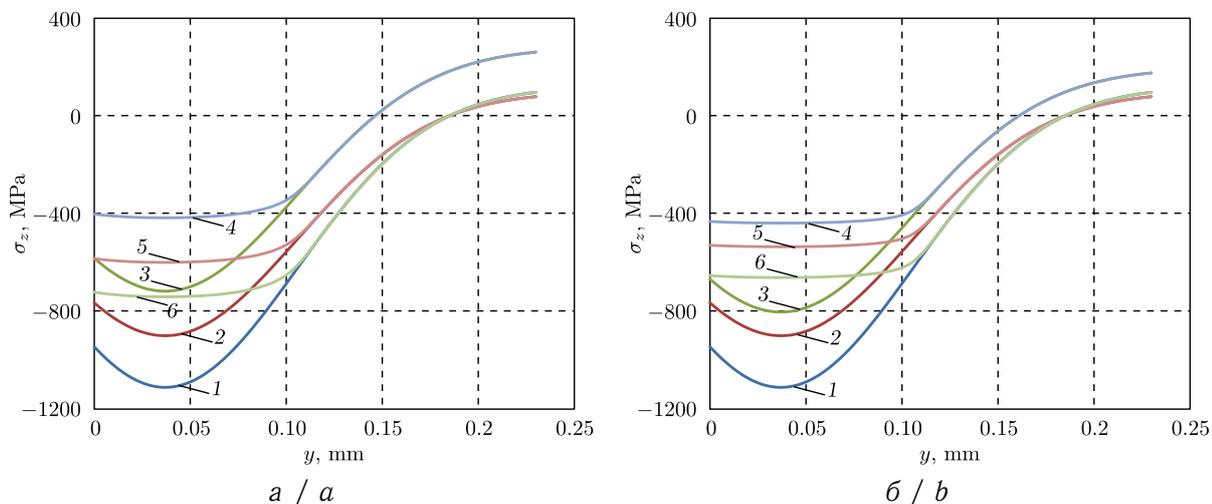
Fig. 3. Distribution of the axial stress σ_z^0 in the cross-sections of the sample at different rotation speeds ω : 1 — of 1500 rpm; 2 — of 2000 rpm; 3 — of 2500 rpm; 4 — 3000 rpm



На заключительном этапе выполнялся расчет релаксации остаточных напряжений в процессе ползучести образца за время 100 ч в условиях температурно-силового нагружения с последующей температурно-силовой разгрузкой образца в момент времени $t^* = 100$ ч. Наибольший интерес представляет анализ кинетики компоненты $\sigma_z(y, z_k, t)$, поскольку здесь на первоначально наведенное после процедуры упрочнения напряженное состояние накладывается «рабочее» внешнее напряжение, вызванное вращением образца. В качестве примера на рис. 4, а–в приведены эпюры распределения этой компоненты при $\omega = 1500$ об/мин (157.1 рад/с) в сечениях $z = 0$, $z = 75$ мм и $z = 150$ мм соответственно, и аналогично на рис. 4, г–е приведены зависимости в «корневом» сечении $z = 0$ при $\omega = 2000$ об/мин (209.4 рад/с), $\omega = 2500$ об/мин (261.8 рад/с), $\omega = 3000$ об/мин (314.2 рад/с). Отметим, что распределение остаточных напряжений σ_z в «хвостовом» сечении (рис. 4, в) не зависит от величины угловой скорости ω , поскольку осевое растягивающее напряжение от вращения при $z = 150$ мм в этом сечении отсутствуют. Здесь фактически наблюдается релаксация остаточных напряжений в условиях чистой термоэкспозиции.

Анализ зависимостей на рис. 4, а–в свидетельствует, что при $\omega = 1500$ об/мин релаксация напряжений в сечениях, где осевое растягивающее напряжение выше, происходит менее интенсивно, чем в «хвостовом» сечении ($z = 150$ мм), где осевая нагрузка от вращения равна нулю.

Это следует из сравнения кривой 1, которая соответствует распределению напряжения σ_z после процедуры упрочнения, с кривой б, которая соответствует распределению этой компоненты после ползучести в течение 100 ч с последующей температурно-силовой разгрузкой. Аналогичный эффект наблюдался при $\omega = 2000$ об/мин и $\omega = 2500$ об/мин. Отметим, что максимальные осевые растягивающие напряжения от вращения в «корневом» сечении не превосходят 500 МПа (см. рис. 3) при этих трех значениях угловой скорости. Таким образом, в этом диапазоне изменения ω наличие растягивающих осевых напряжений приводит к замедлению процесса релаксации остаточных напряжений по сравнению с условиями чистой термоэкспозиции в сечении $z = 150$ мм, где ползучесть происходит только под действием остаточных (собственных) напряжений. Аналогичный нетривиальный вывод получен и в работе [35] при исследовании релаксации остаточных напряжений во вращающемся цилиндрическом образце.



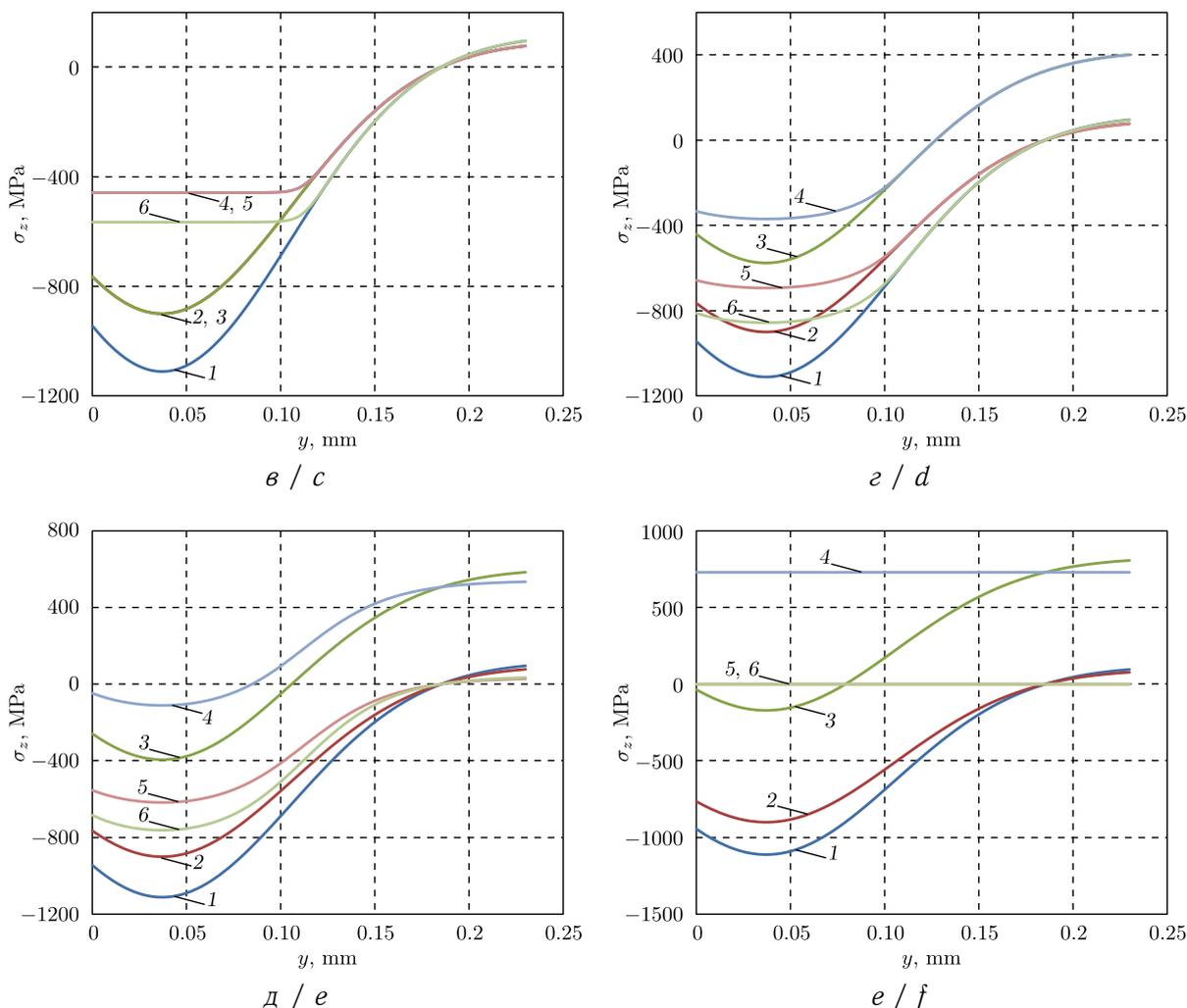


Рис. 4. Кинетика компоненты остаточных напряжений $\sigma_z(y, t)$ в условиях ползучести при $\omega = 1500$ об/мин в сечениях $z = 0$ (а), $z = 75$ мм (б), $z = 150$ мм (в); в сечении $z = 0$ при $\omega = 2000$ об/мин (г), при $\omega = 2500$ об/мин (д), при $\omega = 3000$ об/мин (е). Расчетные значения: 1 – после процедуры упрочнения при 20°C в момент времени $t = 0 - 0$; 2 – после температурной нагрузки до 650°C в момент времени $t = 0 + 0$; 3 – после силовой нагрузки от вращения при 650°C в момент времени $t = 0 + 0$; 4 – после ползучести при температурно-силовой нагрузке при 650°C в момент времени $t = 100 - 0$ ч; 5 – после силовой разгрузки при 650°C при $t = 100 + 0$ ч; 6 – после температурной разгрузки до 20°C в момент времени $t = 100 + 0$ ч

Fig. 4. The kinetics of residual stresses component $\sigma_z(y, t)$ under creep conditions at $\omega = 1500$ rpm in sections $z = 0$ (a), $z = 75$ mm (b), $z = 150$ mm (c); in the section $z = 0$ at $\omega = 2000$ rpm (d), at $\omega = 2500$ rpm (e), at $\omega = 3000$ rpm (f). Calculated values: 1 – after the hardening procedure at 20°C at time $t = 0 - 0$; 2 – after temperature loading up to 650°C at time $t = 0 + 0$; 3 – after force loading from rotation at 650°C at time $t = 0 + 0$; 4 – after creep under temperature-force loading at 650°C at time $t = 100 - 0$ h; 5 – after force unloading at 650°C at time $t = 100 + 0$ h; 6 – after temperature unloading to 20°C at time $t = 100 + 0$ h

Проанализируем теперь процесс релаксации остаточных напряжений σ_z в «корневом» сечении ($z = 0$) в зависимости от величин угловой скорости, сравнивая кривые 1 и 6 на рис. 4, а, г–е. Здесь наблюдается немонотонная зависимость скорости релаксации от ω (или то же самое – от осевого растягивающего напряжения): при $\omega \in [1500; 2000]$ об/мин процесс релаксации замедляется (значения напряжения σ_z



при 100 часах (кривая б) по модулю увеличиваются) с увеличением ω ; затем при $\omega = 2500$ об/мин процесс релаксации интенсифицируется (значения напряжения σ_z (кривая б на рис. 4, д) по модулю начинают уменьшаться по сравнению с графиком на рис. 4, з), а при $\omega = 3000$ об/мин они практически полностью релаксируют (кривая б на рис. 4, е) и их распределение по координате $y \in [0, 10]$ мм при $t = 100$ ч до температурно-силовой разгрузки (кривая 4) совпадает со значением растягивающей осевой нагрузки от вращения (см. рис. 3, кривая 4 при $z = 0$).

Анализ интенсивности релаксации остаточных напряжений σ_z по длине вращающегося образца показал монотонное увеличение степени релаксации от «корневого» сечения ($z = 0$) до «хвостового» сечения ($z = 150$ мм) для $\omega = \{1500; 2000; 2500\}$ об/мин, при этом максимальные значения осевого растягивающего напряжения от вращения в «корневом» сечении изменяются от 182.3 до 506.4 МПа (см. рис. 3). Однако при $\omega = 3000$ об/мин, что соответствует уровню растягивающих напряжений от вращения 729 МПа при $z = 0$, ситуация становится иной и наблюдается немонотонная зависимость степени релаксации в сечениях по длине образца: при $z = 0$ происходит полная релаксация остаточных напряжений σ_z ; далее до $z = 75$ мм происходит монотонное замедление процесса релаксации, а для значений z , больших 75 мм, вновь монотонное увеличение скорости релаксации, но в «хвостовом» сечении уровень сжимающих остаточных напряжений еще достаточно высокий, в частности при $y \in [0; 0.1]$ мм величина $\sigma_z(y) = -560$ МПа.

Полученные результаты могут быть использованы для оценки эффективности поверхностно пластического упрочнения для вращающихся деталей авиационной техники в условиях высокотемпературной ползучести, поскольку никелевый сплав ЭП742 (ХН62БМКТЮ) широко применяется в конструкциях газотурбинных авиационных двигателей.

Заключение

Предложена и реализована методика расчета релаксации остаточных напряжений во вращающемся поверхностно упрочненном призматическом образце, закрепленном на абсолютно жестком диске, в условиях ползучести с начальным напряженно-деформированным состоянием после процедуры ультразвукового упрочнения. Исследовано влияние скорости вращения на кинетику остаточных напряжений в модельных расчетах для односторонне упрочненного призматического образца $10 \times 10 \times 150$ мм из сплава ЭП742 при температуре 650°C и четырех значениях угловой скорости $\omega = \{1500; 2000; 2500; 3000\}$ об/мин.

Выполненные модельные расчеты скорости релаксации остаточных напряжений при $\omega = \{1500; 2000; 2500\}$ об/мин позволили установить нетривиальный эффект замедления релаксации остаточных напряжений в более нагруженных осевой растягивающей нагрузкой от вращения сечениях призматического образца по сравнению с менее нагруженными, при этом в «хвостовом» сечении, где осевая нагрузка от массовых сил равна нулю, релаксация наиболее интенсивная. Но при $\omega = 3000$ об/мин этот эффект не наблюдается и в «корневом» сечении происходит полная релаксация остаточных напряжений, а в других сечениях наблюдается немонотонный характер интенсивности релаксации остаточных напряжений по длине призматического образца.

Полученные результаты могут быть полезны при оценке эффективности поверхностно-пластического упрочнения вращающихся деталей, например газотурбинного двигателя, в условиях высокотемпературной ползучести.



Список литературы

1. Биргер И. А. Остаточные напряжения. Москва : Машгиз, 1963. 232 с.
2. Павлов В. Ф., Кирпичев В. А., Иванов В. Б. Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений. Самара : Самарский науч. центр РАН, 2008. 64 с.
3. Сулима А. М., Шувалов В. А., Ягодкин Ю. Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. Москва : Машиностроение, 1988. 240 с.
4. Ножницкий Ю. А., Фишгойт А. В., Ткаченко Р. И., Теплова С. В. Разработка и применение новых методов упрочнения деталей ГТД, основанных на пластическом деформировании поверхностных слоев // Вестник двигателестроения. 2006. № 2. С. 8–16.
5. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // International Journal of Fatigue. 2008. Vol. 30, iss. 8. P. 1398–1408. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010>
6. James M. N., Hughes D. J., Chen Z., Lombard H., Hattingh D. G., Asquith D., Yates J. R., Webster P. J. Residual stresses and fatigue performance // Engineering Failure Analysis. 2007. Vol. 14, iss. 2. P. 384–395. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2006.02.011>
7. Majzoubi G. H., Azadikhah K., Nemati J. The effect of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // Materials Science and Engineering: A. 2009. Vol. 516, iss. 1–2. P. 235–247. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020>
8. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: Mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part. 1. Effect of shot peening on fatigue resistance // Materials Science and Technology. 2013. Vol. 29, iss. 6. P. 673–651. <https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222>
9. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // Materials & Design. 2012. Vol. 35. P. 741–748. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055>
10. Павлов В. Ф., Кирпичев В. А., Вакулюк В. С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям. Самара : Самарский науч. центр РАН, 2012. 125 с. EDN: TAFJVZ
11. Радченко В. П., Морозов А. П. Экспериментальное исследование влияния пневмодробеструйной обработки, температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний на физико-механическое состояние упрочненного слоя цилиндрических образцов из сплавов В95 и Д16Т // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2010. № 5 (21). С. 222–228. <https://doi.org/10.14498/vsgtu829>, EDN: NCTNON
12. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Бочкова Т. И. Математическое моделирование формирования и релаксации остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения в условиях высокотемпературной ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2016. № 1. С. 93–112. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2016.1.07>, EDN: VQTANL
13. Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н. Исследование влияния анизотропии поверхностного пластического упрочнения на распределение остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических образцах // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2015. № 1. С. 130–147. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2015.1.09>, EDN: TVSBYV
14. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2004. № 11. С. 3–17. EDN: SPETFD



15. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. Москва : Машиностроение-1, 2005. 226 с. EDN: [RXLJLN](#)
16. Сазанов В. П., Кирпичев В. А., Вакулук В. С., Павлов В. Ф. Определение первоначальных деформаций в упрочненном слое цилиндрической детали методом конечно-элементного моделирования с использованием расчетного комплекса PATRAN/NASTRAN // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2015. Т. 19, № 2 (68). С. 35–40. EDN: [VYWUPR](#)
17. Вакулук В. С., Сазанов В. П., Шадрин В. К., Микушев Н. Н., Злобин А. С. Применение метода термоупругости при конечно-элементном моделировании остаточного напряженного состояния в поверхностно упрочненных деталях // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2014. Т. 16, № 4. С. 168–174. EDN: [SZGRAD](#)
18. Ватульян А. О. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела. Москва : Физматлит, 2007. 223 с. EDN: [UGLKIJ](#)
19. Ватульян А. О., Дударев В. В. О некоторых проблемах реконструкции неоднородного предварительно напряженного состояния в упругих телах // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2009. Т. 9, вып. 4, ч. 2. С. 25–32. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2009-9-4-2-25-32>, EDN: [KZFEQT](#)
20. Chen H., Wang S., Lu S., Qiao Y., Wang X., Fan N., Guo P., Niu J. Simulation and experimental validation of residual stress and surface roughness of high manganese steel after shot peening // Procedia CIRP. 2018. Vol. 71. P. 227–231. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2018.05.066>
21. Isa M. R., Sulaiman S. N., Zaroog O. S. Experimental and simulation method of introducing compressive residual stress in ASTM A516 grade 70 steel // Key Engineering Materials. 2019. Vol. 803. P. 27–31. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.803.27>
22. Киселев И. А., Жуков Н. А., Васильев Б. Е., Селиванов А. Н. Учет остаточных напряжений при расчетах прочности элементов замковых соединений. Часть 1. Моделирование дробеструйной обработки // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2018. № 11. С. 49–59. <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2018-11-49-59>, EDN: [YOUZDF](#)
23. Meguid S. A., Maicic L. A. Finite element modeling of shot peening residual stress relaxation in turbine disk assemblies // Journal of Engineering Materials and Technology. 2015. Vol. 137, iss. 3. Art. 031003. <https://doi.org/10.1115/1.4030066>
24. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., Colaitis Y., Rouhaud E., Retraint D., Kubler R., Desvignes M., Barrallier L. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure // Comptes Rendus Mécanique. 2016. Vol. 344, iss. 4–5. P. 355–374. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.02.006>
25. Zimmermann M., Klemenz M., Schulze V. Literature review on shot peening simulation // International Journal of Computational Materials Science and Surface Engineering. 2010. Vol. 3, iss. 4. P. 289–310. <https://doi.org/10.1504/ijcmsse.2010.036218>
26. Purohil R., Verma C. S., Rana R. S., Dwivedi R., Dwivedi S. Simulation of shot peening process // Materials Today: Proceedings. 2017. Vol. 4, iss. 2A. P. 1244–1251. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.01.144>
27. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном изделии цилиндрической формы при ползучести // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 6. С. 90–99. EDN: [NRCYUX](#)
28. Радченко В. П., Кочеров Е. П., Саушкин М. Н., Смыслов В. А. Экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // Прикладная механика и техническая физика. 2015. Т. 56, № 2. С. 169–177.



- <https://doi.org/10.15372/PTMF20150217>, EDN: TWGXHH
29. Радченко В. П., Цветков В. В., Саушкин М. Н. Релаксация остаточных напряжений в упрочненном цилиндре в условиях ползучести при нагружении осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 61, № 4. С. 96–107. <https://doi.org/10.15372/PTMF20200412>, EDN: DOAXGA
 30. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Цветков В. В. Влияние термоэкспозиции на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // Прикладная механика и техническая физика. 2016. Т. 57, № 3. С. 196–207. <https://doi.org/10.15372/PTMF20160320>, EDN: WAIBFN
 31. Деревянка Е. Е., Радченко В. П., Цветков В. В. Релаксация в поверхностно упрочненном цилиндре в условиях ползучести при жестких ограничениях на линейные и угловые деформации // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 3. С. 118–127. <https://doi.org/10.31857/S057232992103003X>, EDN: OVGDFP
 32. Радченко В. П., Деревянка Е. Е. Кинетика остаточных напряжений в тонкостенных цилиндрических образцах после двухстороннего поверхностного упрочнения в условиях ползучести при жестких ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2023. Т. 23, вып. 2. С. 227–240. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2023-23-2-227-240>, EDN: VGQVUH
 33. Радченко В. П., Деревянка Е. Е. Моделирование ползучести и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах статически не определимых стержневых систем // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2018. Т. 22, № 4. С. 647–668. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1631>, EDN: YSDYYX
 34. Саушкин М. Н., Просвиркина Е. А. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое сплошного вращающегося цилиндра в условиях ползучести // Математическое моделирование и краевые задачи : Труды Третьей Всероссийской научной конференции (29–31 мая 2006 г.). Часть 1: Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций. Самара : СамГТУ, 2006. С. 192–199. <https://www.mathnet.ru/rus/mmkz558>
 35. Радченко В. П., Либерман А. Е., Блохин О. Л. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненном вращающемся цилиндре в условиях ползучести // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2022. Т. 26, № 1. С. 119–139. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1884>, EDN: GFBZBC
 36. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Иосилевич Г. Б. Расчет на прочность деталей машин. Москва : Машиностроение, 1979. 702 с.
 37. Самарин Ю. П. Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами. Куйбышев : Куйбышевский гос. ун-т, 1979. 84 с.
 38. Радченко В. П., Еремин Ю. А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. Москва : Машиностроение-1, 2004. 265 с. EDN: QNATSX

References

1. Birger I. A. *Ostatochnyye napriazheniia* [Residual Stresses]. Moscow, Mashgiz, 1963. 232 p. (in Russian).
2. Pavlov V. F., Kirpichev V. A., Ivanov V. B. *Ostatochnyye napriazheniia i soprotivlenie ustalosti uprochnennykh detalei s kontsentratorami napriazhenii* [Residual Stresses and Fatigue Resistance of Hardened Parts with Stress Concentrators]. Samara, Samara Scientific Center of the RAS Publ., 2008. 64 p. (in Russian)
3. Sulima A. M., Shuvalov V. A., Yagodkin Yu. D. *Poverkhnostnyi sloi i ekspluatatsionnye svoistva detalei mashin* [Surface Layer and Performance of Machine Parts]. Moscow, Mashinostroenie, 1988. 240 p. (in Russian).



4. Nozhnitskiy Yu. A., Fishgoit A. V., Tkachenko R. I., Teplova S. V. Development and application of new GTE parts hardening methods based on the plastic deformation of the surface layers. *Vestnik Dvigatelistroeniia*, 2006, iss. 2, pp. 8–16 (in Russian).
5. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation. *International Journal of Fatigue*, 2008, vol. 30, iss. 8, pp. 1398–1408. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010>
6. James M. N., Hughes D. J., Chen Z., Lombard H., Hattingh D. G., Asquith D., Yates J. R., Webster P. J. Residual stresses and fatigue performance. *Engineering Failure Analysis*, 2007, vol. 14, iss. 2, pp. 384–395. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2006.02.011>
7. Majzoobi G. H., Azadikhah K., Nemati J. The effect of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6. *Materials Science and Engineering: A*, 2009, vol. 516, iss. 1–2, pp. 235–247. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020>
8. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: Mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part 1. Effect of shot peening on fatigue resistance. *Materials Science and Technology*, 2013, vol. 29, iss. 6, pp. 673–651. <https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222>
9. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach. *Materials & Design*, 2012, vol. 35, pp. 741–748. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055>
10. Pavlov V. F., Kirpichev V. A., Vakulyuk V. S. *Prognozirovanie soprotivleniya ustalosti poverkhnostno uprochnionnykh detalei po ostatochnym napriazheniyam* [Prediction of Fatigue Resistance of Surface Reinforced Parts by Residual Stresses]. Samara, Samara Scientific Center of the RAS Publ., 2012. 125 p. (in Russian). EDN: [TAFJVZ](#)
11. Radchenko V. P., Morozov A. P. Experimental study of the effect induced by air shot-blasting processing, thermal exposition and high cycle fatigue tests on physical and mechanical condition hardening layer of cylindrical samples of alloys V95 and D16T. *Journal of Samara State Technical University, Series Physical and Mathematical Sciences*, 2010, iss. 5 (21), pp. 222–228 (in Russian). <https://doi.org/10.14498/vsgtu829>, EDN: [NCTNON](#)
12. Radchenko V. P., Saushkin M. N., Bochkova T. I. Mathematical modeling and experimental study of forming and relaxation of residual stresses in plane samples made of EP742 alloy after ultrasonic hardening under high-temperature creep conditions. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2018, iss. 3–4, pp. 88–98. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/eng.2018.3.09>, EDN: [CYWBG0](#)
13. Radchenko V. P., Pavlov V. F., Saushkin M. N. Investigation of surface plastic hardening anisotropy influence on residual stresses distribution in hollow and solid cylindrical specimens. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, iss. 1, pp. 130–147 (in Russian). <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2015.1.09>, EDN: [TVSBYV](#)
14. Radchenko V. P., Saushkin M. N. Mathematical models of recovery and relaxation of residual stresses in a surface-hardened layer of cylindrical specimens under creep conditions. *Izvestiya vuzov. Mashinostroenie*, 2004, iss. 11, pp. 3–17 (in Russian). EDN: [SPETFD](#)
15. Radchenko V. P., Saushkin M. N. *Polzuchest' i relaksatsiya ostatochnykh napriazheniy v uprochnennykh konstruktsiyakh* [Creep and Relaxation of Residual Stresses in Hardened Structures]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2005. 226 p. (in Russian). EDN: [RXLJLN](#)
16. Sazanov V. P., Kirpichev V. A., Vakulyuk V. S., Pavlov V. F. The definition of initial deformations in the cylindrical parts surface layer by Finite Elements Modeling method using PATRAN/NASTRAN program complex. *Vestnik UGATU*, 2015, vol. 19, iss. 2 (68), pp. 35–40 (in Russian). EDN: [VYWUPR](#)
17. Vakulyuk V. S., Sazanov V. P., Shadrin V. K., Mikushev N. N., Zlobin A. S. Thermoelasticity method application on finite elements modeling of residual strained state in surface hardened parts. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2014, vol. 16, iss. 4, pp. 168–174 (in Russian). EDN: [SZGRAD](#)



18. Vatulyan A. O. *Obratnye zadachi v mekhanike deformiruemogo tverdogo tela* [Inverse Problems in Mechanics of Solids]. Moscow, Fizmatlit, 2007. 223 p. (in Russian). EDN: UGLKIJ
19. Vatulyan A. O., Dudarev V. V. On some problems of reconstruction of inhomogeneous pre-stressed state in elastic solids. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2009, vol. 9, iss. 4, pt. 2, pp. 25–32 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2009-9-4-2-25-32>, EDN: KZFEQT
20. Chen H., Wang S., Lu S., Qiao Y., Wang X., Fan N., Guo P., Niu J. Simulation and experimental validation of residual stress and surface roughness of high manganese steel after shot peening. *Procedia CIRP*, 2018, vol. 71, pp. 227–231. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2018.05.066>
21. Isa M. R., Sulaiman S. N., Zarog O. S. Experimental and simulation method of introducing compressive residual stress in ASTM A516 grade 70 steel. *Key Engineering Materials*, 2019, vol. 803, pp. 27–31. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.803.27>
22. Kiselev I. A., Zhukov N. A., Vasilyev B. E., Selivanov A. N. Modeling of residual stresses when calculating strength of lock joint elements. Part 1. Modeling of the shot peening process. *Izvestiya vuzov. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions Machine Building], 2018, iss. 11, pp. 49–59 (in Russian). <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2018-11-49-59>, EDN: YOUZDF
23. Meguid S. A., Maicic L. A. Finite element modeling of shot peening residual stress relaxation in turbine disk assemblies. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 2015, vol. 137, iss. 3, art. 031003. <https://doi.org/10.1115/1.4030066>
24. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., Colaitis Y., Rouhaud E., Retraint D., Kubler R., Desvignes M., Barrallier L. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure. *Comptes Rendus Mécanique*, 2016, vol. 344, iss. 4–5, pp. 355–374. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.02.006>
25. Zimmermann M., Klemenz M., Schulze V. Literature review on shot peening simulation. *International Journal of Computational Materials Science and Surface Engineering*, 2010, vol. 3, iss. 4, pp. 289–310. <https://doi.org/10.1504/ijcmsse.2010.036218>
26. Purohil R., Verma C. S., Rana R. S., Dwivedi R., Dwivedi S. Simulation of shot peening process. *Materials Today: Proceedings*, 2017, vol. 4, iss. 2A, pp. 1244–1251. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.01.144>
27. Radchenko V. P., Saushkin M. N. Direct method of solving the boundary-value problem of relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical specimen under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2009, vol. 50, iss. 6, pp. 989–997. <https://doi.org/10.1007/s10808-009-0133-8>, EDN: UZQMFB
28. Radchenko V. P., Kocherov E. P., Saushkin M. N., Smyslov V. A. Experimental and theoretical studies of the influence of a tensile load on the relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical specimen under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2015, vol. 56, iss. 2, pp. 313–320. <https://doi.org/10.1134/S0021894415020170>, EDN: UGHRIL
29. Radchenko V. P., Tsvetkov V. V., Saushkin M. N. Residual stress relaxation in a hardened cylinder under creep, loaded by an axial force, torque and internal pressure. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2020, vol. 61, iss. 4, pp. 583–592. <https://doi.org/10.1134/S0021894420040124>, EDN: REDSOB
30. Radchenko V. P., Saushkin M. N., Tsvetkov V. V. Effect of thermal exposure on the residual stress relaxation in a hardened cylindrical sample under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2016, vol. 57, iss. 3, pp. 559–568. <https://doi.org/10.1134/S0021894416030202>, EDN: WVPKZL
31. Derevyanka E. E., Radchenko V. P., Tsvetkov V. V. Relaxation of residual stresses in a surface-hardened cylinder under creep conditions and rigid restrictions on linear



- and angular deformations. *Mechanics of Solids*, 2020, vol. 55, iss. 6, pp. 898–906. <https://doi.org/10.3103/S0025654420660024>, EDN: VVJDZI
32. Radchenko V. P., Derevyanka E. E. Kinetics of residual stresses in thin-walled cylindrical specimens after bilateral surface hardening under creep conditions with rigid constraints on angular and axial linear displacements. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2023, vol. 23, iss. 2, pp. 227–240 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2023-23-2-227-240>, EDN: VGQVUH
 33. Radchenko V. P., Derevyanka E. E. Mathematical modeling of creep and residual stresses relaxation in surface hardened elements of statically indefinable rod systems. *Journal of Samara State Technical University, Series Physical and Mathematical Sciences*, 2018, vol. 22, iss. 4, pp. 647–668 (in Russian). <https://doi.org/10.14498/vsgtu1631>, EDN: YSDYYX
 34. Saushkin M. N., Prosvirkina E. A. Relaxation of residual stresses in a surface-hardened layer of a solid rotating cylinder under creep conditions. *Proceedings of the Third All-Russian Scientific Conference (29–31 May 2006). Part 1. Matematicheskoe Modelirovanie i Kraevye Zadachi*. Samara, Samara State Technical University Publ., 2006, pp. 192–199 (in Russian). <https://www.mathnet.ru/mmzk558>
 35. Radchenko V. P., Liberman A. E., Blokhin O. L. Relaxation of residual stresses in a surface-hardened rotating cylinder under creep conditions. *Journal of Samara State Technical University, Series Physical and Mathematical Sciences*, 2022, vol. 26, iss 1, pp. 119–139 (in Russian). <https://doi.org/10.14498/vsgtu1884>, EDN: GFBZBC
 36. Birger I. A., Shorr B. F., Iosilevich G. B. *Raschet na prochnost' detalei mashin* [Calculation of the Strength of Machine Parts]. Moscow, Mashinostroenie, 1979. 702 p. (in Russian).
 37. Samarin Yu. P. *Uravneniya sostoyaniya materialov so slozhnymi reologicheskimi svoistvami* [Equations of State of Materials with Complex Rheological Properties]. Kuibyshev, Kuibyshev State University Publ., 1979. 84 p. (in Russian).
 38. Radchenko V. P., Eremin Yu. A. *Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov konstruktsiy* [Rheological Deformation and Fracture of Materials and Structural Elements]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2004. 265 p. (in Russian). EDN: QNATSX

Поступила в редакцию / Received 20.07.2023

Принята к публикации / Accepted 28.09.2023

Опубликована / Published 30.11.2023