



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2023. Т. 23, вып. 2. С. 227–240  
*Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2023, vol. 23, iss. 2, pp. 227–240  
[mmi.sgu.ru](http://mmi.sgu.ru) <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2023-23-2-227-240>, EDN: VGQVUH

Научная статья

УДК 539.376:539.4.014.13

## Кинетика остаточных напряжений в тонкостенных цилиндрических образцах после двухстороннего поверхностного упрочнения в условиях ползучести при жестких ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения

В. П. Радченко, Е. Е. Деревянка✉

Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244

**Радченко Владимир Павлович**, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики, [radchenko.vp@samgtu.ru](mailto:radchenko.vp@samgtu.ru), <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>, AuthorID: 113673

**Деревянка Екатерина Евгеньевна**, аспирант кафедры прикладной математики и информатики, [derevyanka.ee@samgtu.ru](mailto:derevyanka.ee@samgtu.ru), <https://orcid.org/0000-0001-9229-6766>, AuthorID: 949549

**Аннотация.** Приведена методика решения задачи о релаксации остаточных напряжений после двухстороннего поверхностного упрочнения полого цилиндра в условиях ползучести при жестко зафиксированных первоначально заданных осевой деформации и угла закручивания. Решение построено для сложных режимов нагружения, включающих чистую термоэкспозицию, осевую нагрузку, крутящий момент, внутреннее давление и их комбинации. Численный анализ выполнен на примере тонкостенного цилиндра из стали X18H10T при температуре  $T = 600^\circ\text{C}$ , внутренняя и внешняя поверхности которого упрочнены в режиме ультразвукового упрочнения. Реконструкция начальных полей остаточных напряжений и пластических деформаций выполнена на основании известной экспериментальной информации о распределении осевой и окружной компонент тензора напряжений в тонких поверхностно упрочненных областях на внешней и внутренней поверхностях. Построена феноменологическая модель ползучести стали X18H10T при  $T = 600^\circ\text{C}$ . Задача реологического деформирования в пределах первых двух стадий ползучести решалась численно с использованием дискретизации по времени и по радиусу. Расчетным путем установлено, что при наличии жестких ограничений на угловые и осевые линейные перемещения наблюдается уменьшение скорости релаксации остаточных напряжений по сравнению со случаем, когда эти ограничения отсутствуют. Приведены графики, отражающие кинетику остаточных напряжений в зависимости от последовательности приложения температурно-силовых нагрузок в различные временные сечения.

**Ключевые слова:** тонкостенные цилиндрические трубки, двухстороннее поверхностное упрочнение, остаточные напряжения, ползучесть, релаксация, растяжение, кручение, внутреннее давление, ограничения на перемещения

**Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-29-00434).

**Для цитирования:** Радченко В. П., Деревянка Е. Е. Кинетика остаточных напряжений в тонкостенных цилиндрических образцах после двухстороннего поверхностного упрочнения в



условиях ползучести при жестких ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2023. Т. 23, вып. 2. С. 227–240. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2023-23-2-227-240>, EDN: VGQVUH

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

## Kinetics of residual stresses in thin-walled cylindrical specimens after bilateral surface hardening under creep conditions with rigid constraints on angular and axial linear displacements

V. P. Radchenko, E. E. Derevyanka 

Samara State Technical University, 244 Molodogvardeyskaya St., Samara 443100, Russia

Vladimir P. Radchenko, radchenko.vp@samgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>, AuthorID: 113673

Ekaterina E. Derevyanka, derevyanka.ee@samgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9229-6766>, AuthorID: 949549

**Abstract.** A method for solving the problem of relaxing residual stresses after bilateral surface hardening of a hollow cylinder under creep conditions with rigid constraints on the initially specified axial deformation and twist angle is presented. The solution is developed for complex loading regimes including pure thermal exposure, axial loading, torque, internal pressure, and their combinations. A numerical simulation was conducted on a thin-walled cylindrical specimen comprised of X18N10T steel, subjected to a temperature of  $T = 600^\circ\text{C}$ , with the inner and outer surfaces subjected to ultrasonic peening. The reconstruction of the initial fields of residual stresses and plastic deformations was carried out based on the known experimental information on the distribution of axial and circumferential stress components in thin surface-hardened areas on the inner and outer surfaces. A phenomenological model of creep of steel alloy X18N10T at  $T = 600^\circ\text{C}$  is constructed. The rheological deformation problem within the first two stages of creep was numerically solved using time and radius discretization. The calculations established that the presence of rigid constraints on angular and linear axial displacements resulted in a decrease in the rate of relaxation of residual stresses compared to the case where these constraints are absent. Graphs illustrating the kinetics of residual stresses with respect to the sequence of temperature and loading forces at different timestamps are presented.

**Keywords:** thin-walled cylindrical tubes, bilateral surface hardening, residual stresses, creep, relaxation, tension, torsion, internal pressure, displacement constraints

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-29-00434).

**For citation:** Radchenko V. P., Derevyanka E. E. Kinetics of residual stresses in thin-walled cylindrical specimens after bilateral surface hardening under creep conditions with rigid constraints on angular and axial linear displacements. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2023, vol. 23, iss. 2, pp. 227–240 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2023-23-2-227-240>, EDN: VGQVUH

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)



## Введение

Решение проблемы повышения показателей надежности деталей ответственных элементов конструкций при минимизации материалоемкости — сложная задача. Наряду с созданием новых материалов и конструкторских решений, что достаточно затратно, широко используются технологические процедуры при изготовлении металлических деталей, одной из которых является поверхностное пластическое деформирование (ППД).

Наличие сжимающих остаточных напряжений в упрочненном слое приводит к повышению характеристик мало- и многоциклового усталости, микротвердости и других показателей по сравнению с неупрочненными деталями [1–9]. В частности, в тонкостенных продуктопроводах авиационных пневмогидросистем усталостные трещины образуются как на внешней, так и на внутренней поверхностях [10]. Этот факт служит обоснованием применения методов ППД и к таким деталям.

С фундаментальных позиций механики деформируемого твердого тела задачи формирования и релаксации остаточных напряжений для полых и сплошных цилиндрических тел в условиях термоэкспозиции при действии растягивающих осевых нагрузок, крутящих моментов, давления рассматривались во многих работах [11–16], но в основном для одностороннего упрочнения внешней поверхности.

Новый тип задач такого рода рассмотрен в [12], где решена задача для сплошного поверхностно упрочненного цилиндра при жестких ограничениях на линейные осевые и угловые деформации. В развитие этого направления в настоящей работе ставится задача разработки математической модели и реализации на ее основе метода расчета кинетики остаточных напряжений на внешней и внутренней упрочненных поверхностях тонкостенных цилиндрических тел в условиях ползучести при температурно-силовом нагружении осевой нагрузкой, крутящим моментом и внутренним давлением при жестких ограничениях на линейные осевые и угловые перемещения одного из торцевых сечений.

## 1. Постановка задачи

Исследуется проблема оценки релаксации остаточных напряжений с начальным двухсторонним напряженно-деформированным состоянием (НДС) в тонкостенных цилиндрических образцах, наведенным в результате процедуры поверхностного пластического деформирования, в условиях высокотемпературной ползучести и сложных режимах нагружения — осевого растяжения, кручения, внутреннего давления и их комбинаций при ограничениях на линейные осевые и угловые перемещения.

Для решения задачи используется цилиндрическая система координат  $(r, \theta, z)$ , где через  $\sigma_i$  обозначаются компоненты тензора остаточных напряжений (ОН), а через  $q_i$  ( $i = r, \theta, z$ ) — компоненты тензора остаточных пластических деформаций (ПД). Недиagonalные компоненты тензоров здесь не учитываются ввиду малости их значений по сравнению с нормальными, что подтверждается теоретическими и экспериментальными исследованиями [13].

Методика решения включает в себя реализацию следующих этапов:

- 1) восстановление напряженно-деформированного состояния в полом цилиндрическом образце после процедуры двухстороннего поверхностного упрочнения при «комнатной» температуре;
- 2) расчет полей остаточных напряжений с учетом «мгновенной» температурно-силовой нагрузки;

- 3) наложение жестких ограничений, возникших вследствие нагружения, на осевые и угловые перемещения;
- 4) расчет релаксации остаточных напряжений и приложенных усилий на фоне высокотемпературной ползучести материала при сложном нагружении (растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации).

## 2. Формирование напряженно-деформированного состояния после поверхностного пластического деформирования и температурно-силовой нагрузки

На первом этапе решения рассматриваемой задачи (момент времени  $t = 0 - 0$ ) требуется восстановить в тонкостенном цилиндрическом образце поля остаточных напряжений и пластических деформаций, сформированные после процедуры двухстороннего поверхностного упрочнения.

Для этой цели воспользуемся феноменологическим методом, подробно изложенным в работе [11] и апробированным на экспериментальных данных для трубок  $\varnothing 12 \times 1$  мм из стали X18H10T после двухстороннего виброударного поверхностного упрочнения дробью. В качестве замечания отметим, что в отличие от феноменологического метода многочисленные работы [17–21] по прямому моделированию напряженно-деформированного состояния деталей после упрочнения с использованием специализированного программного обеспечения дают в большей степени качественную, нежели количественную, картину распределения остаточных напряжений, поскольку учет всех технологических факторов является сложной задачей в силу случайности многих факторов.

Расчетные соотношения для определения НДС в полых цилиндрах после упрочнения хорошо известны [11] и имеют следующий вид:

$$\sigma_r(r) = \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_\theta(\xi) d\xi \quad (R_1 \leq r \leq R_2); \quad (1)$$

$$q_\theta(r) = \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{E_0(1 + \alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_{R_1}^r \xi^{\nu-1} [\sigma_r(\xi) + (1 + \alpha)\sigma_\theta(\xi)] d\xi - \frac{1 + \mu}{E_0(1 + \alpha\mu)} [(1 - \mu)\sigma_\theta(r) - \mu\sigma_r(r)], \quad \nu = \frac{2 + \alpha}{1 + \alpha\mu}; \quad (2)$$

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r), \quad q_r(r) = -q_\theta(r)(1 + \alpha); \quad (3)$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} \xi \left\{ q_z(\xi) - \frac{\mu}{E_0} [\sigma_r(\xi) + \sigma_\theta(\xi)] \right\} d\xi; \quad (4)$$

$$\sigma_z(r) = E_0 [\varepsilon_z^0 - q_z(r)] + \mu [\sigma_r(r) + \sigma_\theta(r)], \quad (5)$$

где  $E_0$  — модуль Юнга при температуре упрочнения  $T_0$ ;  $\mu$  — коэффициент Пуассона;  $\alpha$  — феноменологический параметр анизотропии упрочнения.

Из (1)–(5) следует, что поля остаточных напряжений и деформаций однозначно определяются, если известна экспериментальная зависимость для  $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$  и параметр  $\alpha$ . Но экспериментальные данные для  $\sigma_\theta$  можно определить лишь в тонком упрочненном приповерхностном слое (рис. 1, в, г). Поэтому в [22] предложена экстраполяция экспериментальных данных для  $R_1 \leq r \leq R_2$  в виде аналитической зависимости

$$\sigma_\theta(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(r - R_1 - h_1^*)^2}{b_1^2}\right) - \sigma_2 \exp\left(-\frac{(R_2 - r - h_2^*)^2}{b_2^2}\right), \quad (6)$$



где значения параметров после упрочнения внутренней ( $R_1 = 5$  мм) и внешней ( $R_2 = 6$  мм) поверхностей трубок X18H10T следующие:  $h_1^* = -0.04$  мм,  $h_2^* = 0.05$  мм,  $\sigma_0 = 88.4$  МПа,  $\sigma_1 = 283.2$  МПа,  $\sigma_2 = 981.6$  МПа,  $b_1 = 0.087$  мм,  $b_2 = 0.105$  мм. В [11] приведено и значение  $\alpha = 4.2$ . Расчетные эпюры остаточных напряжений для окружной и осевой компонент в приповерхностных внутренней и внешних областях при значениях  $E_0 = 1.98 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu = 0.285$  представлены на рис. 1, *в-е* (маркеры — экспериментальные данные, пунктирные линии 1 — расчет).

При «мгновенном» температурно-силовом нагружении (момент времени  $t=0+0$ ) с «комнатной» температуры  $T=T_0$  ( $E=E_0$ ) до температуры «эксплуатации»  $T=T_1$  ( $E=E_1$ ) полагаем, что дополнительные пластические деформации не возникают, и к моменту полного прогрева до температуры  $T=T_1$  справедливо считать, что (2) выполняется и при модуле Юнга  $E=E_1$ . Поэтому достаточно все компоненты тензора остаточных напряжений умножить на коэффициент  $E_1/E_0$ . Заметим, что ввиду «мгновенного» прогрева образца температурное поле не влияет на напряженное состояние образца и способствует только объемному изменению его геометрии. Так, в момент времени  $t=0+0$  в результате действия внешних усилий (осевой продольной силы  $F$ , крутящего момента  $M$ , внутреннего давления  $q$ ) компоненты тензора остаточных напряжений испытывают «скачок» на величину «рабочих» напряжений, соответствующих упругому решению краевой задачи:

$$\begin{aligned}\sigma_z(r, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0}\sigma_z(r) + \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}; \\ \sigma_\theta(r, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0}\sigma_\theta(r) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[ 1 + \frac{R_2^2}{r^2} \right]; \\ \sigma_r(r, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0}\sigma_r(r) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[ 1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right]; \quad \tau(r, 0+0) = \frac{M}{J}r,\end{aligned}\quad (7)$$

а для компонент тензора полных деформаций имеем

$$\begin{aligned}\varepsilon_i(r, 0+0) &= [(1 + \mu)\sigma_i(r, 0+0) - \mu\sigma^*] / E_1 + q_i(r) \quad (i = r, \theta, z), \\ \gamma(r, 0+0) &= \tau(r, 0+0) / G_1, \quad G_1 = E_1 / 2(1 + \mu).\end{aligned}\quad (8)$$

Здесь и далее  $\tau(r, t) = \sigma_{\theta z}(r, t)$  — касательное напряжение;  $\gamma(r, t) = 2\varepsilon_{\theta z}(r, t)$  — деформация сдвига;  $J = \pi(R_2^4 - R_1^4) / 2$  — момент инерции сечения относительно оси цилиндра;  $E_1$  и  $G_1$  — модули Юнга и сдвига материала при температуре  $T = T_1$ ;  $\sigma^* = \sigma_r(r, 0+0) + \sigma_\theta(r, 0+0) + \sigma_z(r, 0+0)$ .

Описанные выше соотношения представляют собой начальное напряженно-деформированное состояние упрочненного полого цилиндрического образца и являются исходными данными для решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений при ползучести в условиях фиксированных жестких ограничений на осевую деформацию и угол поворота, которые сформулированы ниже.

### 3. Методика решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести при ограничениях на осевые и угловые перемещения

Постановка краевой задачи релаксации остаточных напряжений тонкостенного упрочненного цилиндрического образца при комбинированном нагружении осевой



силой, крутящим моментом и внутренним давлением и фиксированных ограничениях на угловые и осевые перемещения включает в себя следующие соотношения:

– уравнения равновесия:

$$r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \sigma_r(r, t) = \sigma_\theta(r, t); \quad (9)$$

$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z(r, t) r dr = F(t); \quad 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \tau(r, t) r^2 dr = M(t), \quad (10)$$

где  $\sigma_r(r, t)$ ,  $\sigma_\theta(r, t)$ ,  $\sigma_z(r, t)$ ,  $\tau(r, t)$  – радиальное, окружное, осевое и касательное напряжения;  $F(t)$  – продольная растягивающая сила;  $M(t)$  – крутящий момент;

– уравнение совместности деформаций:

$$r \frac{d\varepsilon_\theta(r, t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r, t) = \varepsilon_r(r, t), \quad (11)$$

где  $\varepsilon_r(r, t)$ ,  $\varepsilon_\theta(r, t)$  – радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций;

– гипотезу плоских сечений:

$$\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z(t) = \varepsilon_z^*, \quad \varepsilon_z^* = \varepsilon(r, 0 + 0) = \text{const}, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_z(r, t)$  – осевая компонента тензора полных деформаций;

– гипотезу прямых радиусов:

$$\gamma(r, t) = r\varphi(t) = r\varphi^*, \quad \varphi^* = \gamma(r, 0 + 0)/r = \text{const}, \quad (13)$$

где  $\gamma(r, t)$  – деформация сдвига,  $\varphi(t)$  – относительный угол закручивания;

– краевые условия:

$$\forall t \geq 0 \quad \sigma_r(R_1, t) = -q; \quad \sigma_r(R_2, t) = 0; \quad (14)$$

– уравнения для полной деформации

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(r, t) &= e_i(r, t) + q_i(r) + p_i(r, t) \quad (i = r, \theta, z), \\ \gamma(r, t) &= \gamma^e(r, t) + \gamma^p(r, t), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $e_i$ ,  $\gamma^e$  – компоненты тензора упругих деформаций;  $p_i$ ,  $\gamma^p$  – компоненты тензора деформаций ползучести, рассчитываемые по соответствующей теории ползучести для заданного материала изделия. Отметим, что в начальный момент времени  $t = 0$  значения компонент тензора деформаций ползучести равны нулю.

Затем, используя описанные выше соотношения и применяя методику работ [12, 14], где реализовано решение краевой задачи релаксации остаточных напряжений поверхностно упрочненного сплошного цилиндра при совместном действии растяжения и кручения, используя закон Гука для упругих деформаций, путем несложных математических преобразований и последовательным исключением  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_z$  задача сводится к неоднородному дифференциальному уравнению второго порядка относительно радиальной компоненты  $\sigma_r$ :

$$r^2 \frac{d^2\sigma_r(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} = g(r, t), \quad (16)$$



решение которого имеет вид

$$\sigma_r(r, t) = \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[ 1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right] + \frac{1}{2} \int_{R_1}^r \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi + \frac{1}{2r^2} \left[ \frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left( \int_{R_1}^{R_2} g(\xi, t) \xi d\xi - R_2^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi \right) - \int_{R_1}^r g(\xi, t) \xi d\xi \right], \quad (17)$$

где

$$g(r, t) = \frac{E_1}{1 - \mu^2} \left[ \frac{2 + \alpha}{1 + \alpha} q_r(r) + p_r(r, t) - p_\theta(r, t) - r \left( \frac{dp_\theta(r, t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) + \frac{r(1 + \alpha\mu)}{1 + \alpha} \frac{dq_r(r)}{dr} \right].$$

С учетом (17) получены соотношения и для окружной и осевой компонент тензора остаточных напряжений:

$$\sigma_\theta(r, t) = \frac{d}{dr} [r\sigma_r(r, t)]; \quad (18)$$

$$\sigma_z(r, t) = E_1 [\varepsilon_z^* - q_z(r) - p_z(r, t)] + \mu [\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)]. \quad (19)$$

Распределение  $\tau(r, t)$  находим с учетом закона Гука  $\gamma^e = \tau(r, t)/G_1$ , соотношений (13) и (15):

$$\tau(r, t) = G_1 [r\varphi^* - \gamma^p(r, t)], \quad (20)$$

где  $\varphi^*$  — фиксированный угол закручивания, определенный в момент силового нагружения.

Таким образом, для определения характеристик напряженно-деформированного состояния рассматриваемого полого цилиндрического образца в условиях ползучести при зафиксированных ограничениях на осевые и угловые деформации в произвольный момент времени  $t$  ( $t \in [0, t^*]$ ,  $t^*$  — заданное время расчета ползучести) и начальных условиях (7), (8) используется расчетная методика, включающая соотношения (17)–(20).

#### 4. Результаты расчетов и их анализ

В рамках настоящей работы в качестве объекта исследования рассматривались цилиндрические трубки  $\varnothing 12 \times 1$  мм из стали X18H10T после виброударного ультразвукового упрочнения внешней и внутренней поверхностей.

Для реализации методики расчета релаксации остаточных напряжений соотношения (17)–(20) дополняются определяющими уравнениями ползучести материала. В литературе отсутствуют экспериментальные данные для стали X18H10T при температуре  $T = 600^\circ\text{C}$ . В связи с этим в нашей работе, по рекомендации авторов исследования [11], для модельных расчетов ползучести используются данные экспериментов раннего аналога стали X18H10T — 08X18H9 из работы [23]. На основе этих данных и характера зависимостей деформаций ползучести от времени при температуре  $T = 600^\circ\text{C}$  и шести уровнях нагружения в [11] была построена реологическая модель, базирующаяся на теории ползучести Ю. П. Самарина [24], имеющая следующий вид:

$$p_{ij} = v_{ij} + w_{ij}; \quad (21)$$

$$\dot{w}_{ij} = \frac{3}{2} c S^{m-1} \left( \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma^0 \right); \quad (22)$$

$$\sigma^0 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}; \quad (23)$$

$$v_{\nu\nu}(t) = (1 + \mu') \beta_{\nu\nu}(t) - \mu' (\beta_{11}(t) + \beta_{22}(t) + \beta_{33}(t)); \quad (24)$$

$$\dot{\beta}_{\nu\nu}(t) = \begin{cases} \lambda [b S^{n-1} \sigma_{\nu\nu} - \beta_{\nu\nu}(t)], & [b S^{n-1} \sigma_{\nu\nu} - \beta_{\nu\nu}(t)] \sigma_{\nu\nu} > 0; \\ 0, & [b S^{n-1} \sigma_{\nu\nu} - \beta_{\nu\nu}(t)] \sigma_{\nu\nu} \leq 0; \end{cases} \quad (25)$$

где  $p_{ij}$  — тензор деформаций ползучести;  $w_{ij}$  и  $v_{ij}$  — тензоры деформаций вязкого течения и вязкопластической (необратимой) компоненты деформаций ползучести  $p_{ij}$  ( $i, j, k = 1, 2, 3$ ), суммирование по индексу  $\nu\nu$  не производится, так как расчет  $v_{ij}$  выполняется в главных осях;  $\mu'$  — коэффициент Пуассона для компоненты  $v_{\nu\nu}$  (согласно рекомендациям [25] можно принять  $\mu' = 0.42$ );  $S$  — интенсивность напряжений;  $c, n, \lambda, b, m$  — реологические константы.

Константы модели (21)–(25) определялись согласно методике [24], и в результате авторами [11] были получены следующие значения при  $T_1 = 600^\circ\text{C}$  ( $E_1 = 1.53 \cdot 10^5$  МПа):  $c = 3.33 \cdot 10^{-20}$ ,  $m = 7.2$ ,  $\lambda = 0.17$ ,  $b = 4.27 \cdot 10^{-9}$ ,  $n = 3.087$ .

Задача ползучести решалась известным методом «шагов по времени» [11, 12, 14], при этом для интегрирования соотношений в (22)–(25) использовался метод Эйлера.

Далее рассмотрим влияние сформулированных ограничений (12), (13) и различных режимов сложного нагружения на релаксацию остаточных напряжений на основе данных численного эксперимента.

На рис. 1 приведены эпюры радиальной  $\sigma_r$  (а, б), окружной  $\sigma_\theta$  (в, г) и осевой  $\sigma_z$  (д, е) компонент тензора остаточных напряжений в различные временные срезы при комбинированном нагружении осевой растягивающей силой  $F = 3455.75$  Н, крутящим моментом  $M = 4391.68$  Н·мм и внутренним давлением  $q = 20$  МПа за расчетное время  $t = 50$  ч. Релаксация ОН в моменты времени  $t = \{0.1; 1; 50\}$  ч показана кривыми 4–6, причем штриховая линия отражает распределение ОН при отсутствии ограничений на перемещения. Из анализа представленных графиков следует, что при наличии жестких ограничений на угловые и осевые линейные деформации наблюдается уменьшение скорости релаксации остаточных напряжений при сравнении с релаксацией без ограничений, что с точки зрения инженерной практики является положительным фактором.

Детально исследованы процессы релаксации при различных комбинациях первоначально заданных растягивающей нагрузки  $F = \{0; 3455.75\}$  Н, крутящего момента  $M = \{0; 4391.68\}$  Н·мм и внутреннего давления  $q = \{0; 20\}$  МПа. На рис. 2 продемонстрированы зависимости для осевого напряжения  $\sigma_z(R, t)$  на внутренней ( $R = R_1$ ) и внешней ( $R = R_2$ ) поверхностях цилиндра после температурно-силовой нагрузки во время ползучести за  $t = 50$  ч при ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения и комбинированных режимах нагружения (1 — термоэкспозиция, 2 — кручение + внутреннее давление, 3 — растяжение + внутреннее давление, 4 — кручение + растяжение + внутреннее давление). Заметим, что во всех рассмотренных режимах нагружения происходит довольно быстрый процесс релаксации остаточных напряжений, к моменту времени  $t = 0.1$  ч все компоненты в 3–4 раза меньше (по модулю) по сравнению с начальными значениями после упрочнения, и через  $t = 50$  ч наблюдается почти полная релаксация остаточных напряжений на упрочненных поверхностях (кроме компонент  $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ ).

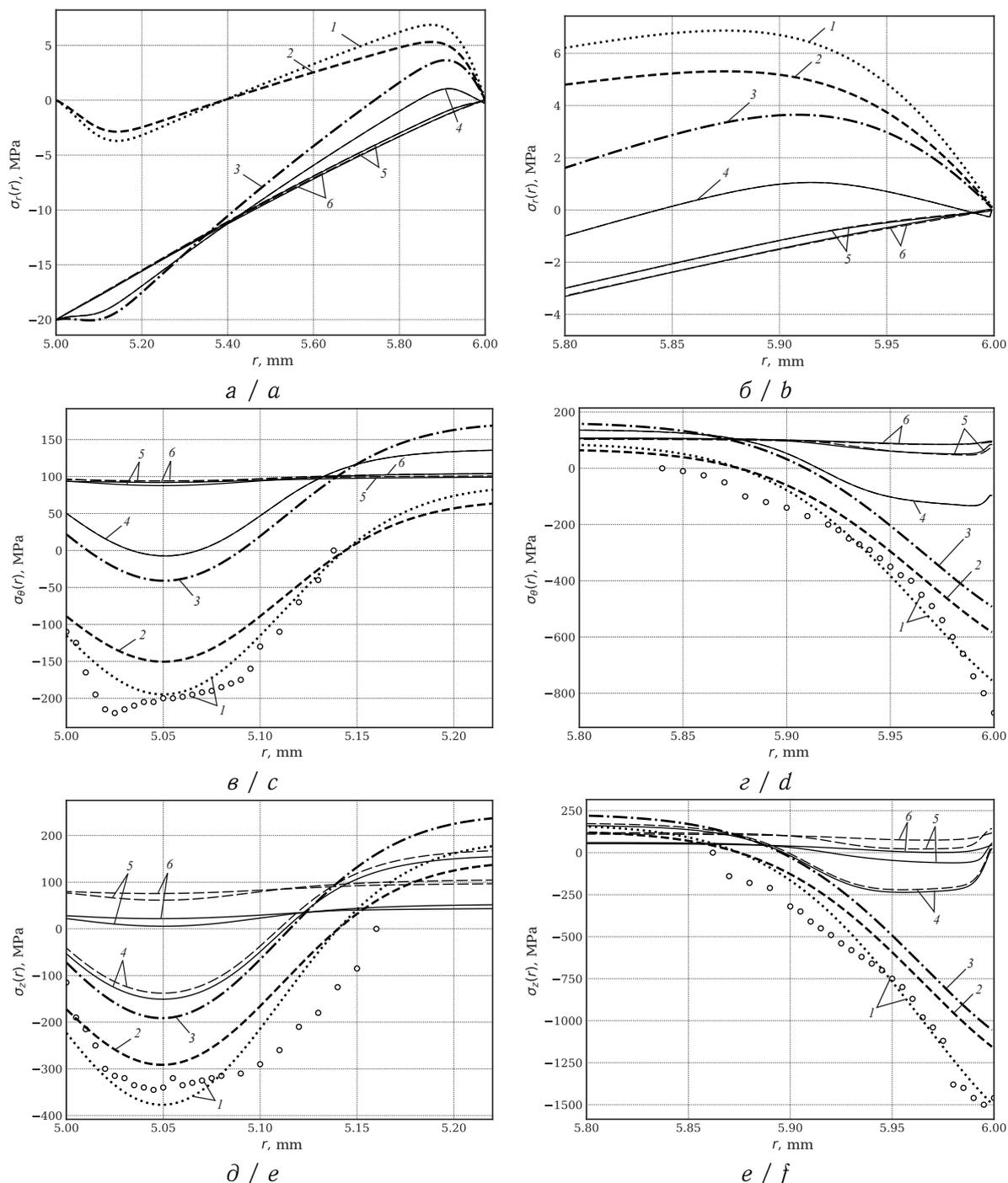


Рис. 1. Расчетные эпюры остаточных напряжений  $\sigma_r(r, t)$  (а, б),  $\sigma_\theta(r, t)$  (в, г),  $\sigma_z(r, t)$  (д, е) при температурно-силовой нагрузке при ползучести: а – по всей толщине образца; в, д – со стороны внутренней поверхности; б, г, е – со стороны внешней поверхности. Обозначения: 1 – после упрочнения при  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  ( $t = 0 - 0$ ); 2 и 3 – температурная и силовая нагрузка при  $T_1 = 600^\circ\text{C}$  и усилиях  $F = 3455.75\text{ Н}$ ,  $M = 4981.68\text{ Н} \cdot \text{мм}$ ,  $q = 20\text{ МПа}$  ( $t = 0 + 0$ ); 4-6 – в процессе ползучести при  $t = \{0.1; 1; 50\}$  ч; маркеры – экспериментальные данные

Fig. 1. Graphs of calculated residual stresses  $\sigma_r(r, t)$  (a, b),  $\sigma_\theta(r, t)$  (c, d),  $\sigma_z(r, t)$  (e, f) at temperature-force loading at different timestamps during creep: a – along the entire depth of the specimen; c, e – from the inner surface; b, d, f – from the outer surface. Definitions: 1 – after the surface hardening procedure at  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  ( $t = 0 - 0$ ); 2 and 3 – after temperature-force loading at  $T_1 = 600^\circ\text{C}$  and forces  $F = 3455.75\text{ N}$ ,  $M = 4981.68\text{ N} \cdot \text{mm}$ ,  $q = 20\text{ MPa}$  ( $t = 0 + 0$ ); 4-6 – during the creep process at  $t = \{0.1; 1; 50\}$  hours; markers – experimental data

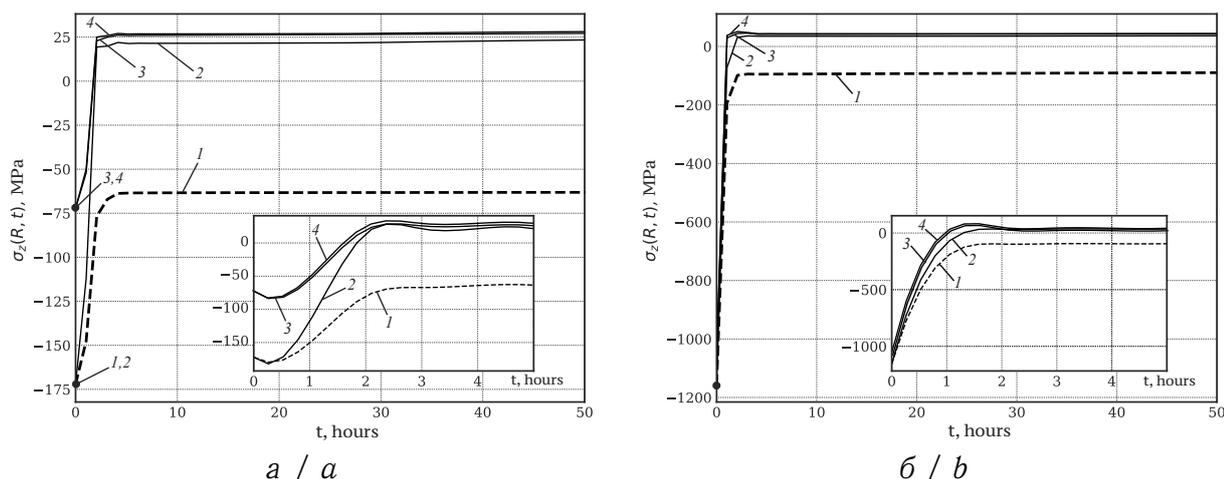


Рис. 2. Эпюры релаксации осевых напряжений  $\sigma_z(R, t)$  на внутренней (а) и внешней (б) поверхностях упрочненного полого цилиндра на фоне ползучести за время  $t=50$  ч при ограничениях на перемещения и комбинированных режимах нагружения: 1 – термоэкспозиция; 2 – кручение + внутреннее давление; 3 – растяжение + внутреннее давление; 4 – кручение + растяжение + внутреннее давление

Fig. 2. Axial stresses  $\sigma_z(R, t)$  relaxation diagrams on the inner (a) and outer (b) surfaces of the hardened hollow cylinder during the creep process for the time  $t = 50$  h with displacement constraints and combined loadings: 1 – thermal exposure; 2 – torsion + internal pressure; 3 – axial tension + internal pressure; 4 – torsion + axial tension + internal pressure

## Заключение

Разработан и реализован метод расчета кинетики остаточных напряжений в тонкостенных полых цилиндрических образцах после двухстороннего поверхностного пластического упрочнения в условиях ползучести при жестких ограничениях на угловые и осевые линейные перемещения, вызванные приложенными растягивающей нагрузкой и крутящим моментом с учетом дополнительного воздействия от внутреннего давления.

Расчетным путем установлено, что при наличии жестких ограничений на угловые и осевые линейные перемещения наблюдается уменьшение скорости релаксации остаточных напряжений по сравнению со случаем, когда эти ограничения отсутствуют, что свидетельствует об эффективности технологии ППД и при высоких температурах в условиях сложного нагружения.

Полученные результаты играют важную роль с точки зрения инженерной практики, поскольку рассмотренные полые трубки из стали X18H10T используются как продуктопроводы в авиадвигателестроении, где ППД является штатной технологической операцией.

## Список литературы

1. Кузнецов Н. Д., Цейтлин В. И., Волков В. И. Технологические методы повышения надежности деталей машин. Москва : Машиностроение, 1993. 304 с.
2. Биргер И. А. Остаточные напряжения. Москва : Машгиз, 1963. 233 с.
3. Сулима А. М., Шулов В. А., Ягодкин Ю. Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. Москва : Машиностроение, 1988. 197 с.
4. Кудрявцев И. В. Поверхностный наклеп для повышения прочности и долговечности деталей машин поверхностным пластическим деформированием. Москва : Машиностроение, 1969. 214 с.



5. *Soady K. A.* Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: Mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part 1 – Effect of shot peening on fatigue resistance // *Materials Science and Technology*. 2013. Vol. 29, iss. 6. P. 637–651. <https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222>
6. *Terres M. A., Laalai N., Sidhom H.* Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // *Materials & Design*. 2012. Vol. 35. P. 741–748. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055>
7. *Павлов В. Ф., Курпичев В. А., Вакулук В. С.* Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям. Самара : Изд-во СНЦ РАН, 2012. 125 с.
8. *Павлов В. Ф., Букастый А. С., Семенова О. Ю.* Прогнозирование предела выносливости поверхностно упрочненных деталей с концентраторами напряжений // *Вестник машиностроения*. 2019. № 1. С. 3–7. EDN: [VТАЕРК](https://doi.org/10.1016/j.vtaerp.2019.01.001)
9. *Majzoobi G. H., Azadikhah K., Nemati J.* The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // *Materials Science and Engineering: A*. 2009. Vol. 516, iss. 1. P. 235–247. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020>
10. *Старцев Н. И.* Трубопроводы газотурбинных двигателей. Москва : Машиностроение, 1976. 272 с.
11. *Радченко В. П., Бербасова Т. И., Цветков В. В., Саушкин М. Н.* Математическое моделирование релаксации остаточных напряжений в тонкостенных трубопроводах в состоянии поставки и после двухстороннего поверхностного упрочнения при ползучести // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2021. № 3. С. 117–128. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.3.11>
12. *Деревянка Е. Е., Радченко В. П., Цветков В. В.* Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненном цилиндре в условиях ползучести при жестких ограничениях на линейные и угловые деформации // *Известия РАН. Механика твердого тела*. 2021. № 3. С. 118–127. <https://doi.org/10.31857/S057232992103003X>
13. *Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н.* Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненных втулках с учетом остаточных касательных напряжений // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2019. № 1. С. 138–150. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2019.1.12>
14. *Радченко В. П., Цветков В. В.* Кинетика напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндрическом образце при сложном напряженном состоянии в условиях ползучести // *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки*. 2014. № 1 (34). С. 93–108. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1313>
15. *Радченко В. П., Кочеров Е. П., Саушкин М. Н., Смыслов В. А.* Экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // *Прикладная механика и техническая физика*. 2015. Т. 56, № 2. С. 169–177. <https://doi.org/10.15372/PMTF20150217>
16. *Радченко В. П., Цветков В. В., Саушкин М. Н.* Релаксация остаточных напряжений в упрочненном цилиндре в условиях ползучести при нагружении осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением // *Прикладная механика и техническая физика*. 2020. Т. 61, № 4. С. 96–107. <https://doi.org/10.15372/PMTF20200412>
17. *Sherafatnia K., Farrahi G. H., Mahmoudi A. H., Ghasemi A.* Experimental measurement and analytical determination of shot peening residual stresses considering friction and real unloading behavior // *Materials Science and Engineering: A*. 2016. Vol. 657, iss. 7. P. 309–321. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2016.01.070>



18. Xie L., Wang Ch., Wang L., Wang Z., Jiang Ch., Lu W., Ji V. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment // *Mechanics of Materials*. 2016. Vol. 99. P. 2–8. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2016.05.005>
19. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., Colaitis Y., Rouhaud E., Retraint D., Kubler R., Desvignes M., Barrallier L. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure // *Comptes Rendus Mécanique*. 2016. Vol. 344, iss. 4. P. 355–374. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.02.006>
20. Zimmermann M., Klemenz M., Schulze V. Literature review on shot peening simulation // *International Journal of Computational Materials Science and Surface Engineering*. 2010. Vol. 3, iss. 4. P. 289–310. <https://doi.org/10.1504/ijcmsse.2010.036218>
21. Лебедев В. А., Чумак И. В. Кинетическая модель упрочнения поверхностного слоя деталей виброударными методами ППД // *Упрочняющие технологии и покрытия*. 2008. № 7. С. 3–8. EDN: JWEXDN
22. Радченко В. П., Павлов В. Ф., Бербасова Т. И., Саушкин М. Н. Метод реконструкции остаточных напряжений и пластических деформаций в тонкостенных трубопроводах в состоянии поставки и после двухстороннего виброударного поверхностного упрочнения дробью // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2020. № 2. С. 123–133. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.2.10>
23. Можаровская Т. Н., Можаровский В. Н., Штефан Н. И. О зависимости времени до разрушения и установившейся скорости деформаций ползучести конструкционных материалов // *Вісник Національного Технічного Університету України Київський Політехнічний Інститут. Серія: Машинобудування*. 2010. № 59. С. 37–40. EDN: VAXUEV
24. Самарин Ю. П. Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами. Куйбышев : Куйбышевский госуниверситет, 1979. 84 с.
25. Радченко В. П., Еремин Ю. А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. Москва : Машиностроение-1, 2004. 265 с.

### References

1. Kuznetsov N. D., Tseitlin V. I., Volkov V. I. *Tekhnologicheskie metody povysheniya nadezhnosti detaley mashin* [Technological Methods of Enhancing Machines Components Reliability]. Moscow, Mashinostroenie, 1993. 304 p. (in Russian).
2. Birger I. A. *Ostatochnye napryazheniya* [Residual Stresses]. Moscow, Mashgiz, 1963. 233 p. (in Russian).
3. Sulima A. M., Shulov V. A., Yagodkin Yu. D. *Poverkhnostnyi sloi i ekspluatatsionnye svoistva detalei mashin* [Surface Layer and Operational Properties of Machine Parts]. Moscow, Mashinostroenie, 1988. 197 p. (in Russian).
4. Kudryavtsev I. V. *Poverkhnostnyi naklep dlia povysheniia prochnosti i dolgovechnosti detalei mashin poverkhnostnym plasticheskim deformirovaniem* [Surface Riveting to Increase the Strength and Durability of Machine Parts by Surface Plastic Deformation]. Moscow, Mashinostroenie, 1969. 214 p. (in Russian).
5. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: Mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part 1 – Effect of shot peening on fatigue resistance. *Materials Science and Technology*, 2013, vol. 29, iss. 6, pp. 637–651. <https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222>
6. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach. *Materials & Design*, 2012, vol. 35, pp. 741–748. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055>
7. Pavlov V. F., Kirpichev V. A., Vakulyuk V. S. *Prognozirovanie soprotivleniia ustalosti poverkhnostno uprochnennykh detalei po ostatochnym napriazheniyam* [Prediction of



- Fatigue Resistance of Surface-Hardened Parts by Residual Stresses]. Samara, Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences Publ., 2012. 125 p. (in Russian).
8. Pavlov V. F., Bukaty A. S., Semenova O. Yu. Prediction of the endurance limit of surface-hardened parts with stress concentrators. *Vestnik Mashinostroeniya*, 2019, iss. 1, pp. 3–7 (in Russian). EDN: [VTAEPK](#)
  9. Majzooobi G. H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6. *Materials Science and Engineering: A*, 2009, vol. 516, iss. 1, pp. 235–247. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020>
  10. Starcev N. I. *Truboprovody gazoturbinykh dvigatelej* [Pipelines of Gas Turbine Engines]. Moscow, Mashinostroenie, 1976. 272 p. (in Russian).
  11. Radchenko V. P., Berbasova T. I., Tsvetkov V. V., Saushkin M. N. Mathematical modeling of relaxation of residual stresses in thin-walled pipelines in the delivery state and after bilateral surface hardening at creep. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2013, iss. 3, pp. 117–128 (in Russian). <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.3.11>
  12. Derevyanka E. E., Radchenko V. P., Tsvetkov V. V. Relaxation of residual stresses in a surface-hardened cylinder under creep conditions and rigid restrictions on linear and angular deformations. *Mechanics of Solids*, 2020, vol. 55, iss. 6, pp. 898–906. <https://doi.org/10.3103/S0025654420660024>
  13. Radchenko V. P., Pavlov V. F., Saushkin M. N. Mathematical modeling of the stress-strain state in surface hardened thin-walled tubes with regard to the residual shear stresses. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2019, iss. 1, pp. 138–150 (in Russian). <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2019.1.12>
  14. Radchenko V. P., Tsvetkov V. V. Kinetics of the stress-strain state of surface hardened cylindrical specimen under complex stress state of creep. *Journal of Samara State Technical University, Series Physical and Mathematical Sciences*, 2014, iss. 1 (34), pp. 93–108 (in Russian). <https://doi.org/10.14498/vsgtu1313>
  15. Radchenko V. P., Kocherov E. P., Saushkin M. N., Smyslov V. A. Experimental and theoretical studies of the influence of a tensile load on the relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical specimen under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2015, vol. 56, iss. 2, pp. 313–320. <https://doi.org/10.1134/S0021894415020170>
  16. Radchenko V. P., Tsvetkov V. V., Saushkin M. N. Residual stress relaxation in a hardened cylinder under creep, loaded by an axial force, torque and internal pressure. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2020, vol. 61, iss. 4, pp. 583–592. <https://doi.org/10.1134/S0021894420040124>
  17. Sherafatnia K., Farrahi G. H., Mahmoudi A. H., Ghasemi A. Experimental measurement and analytical determination of shot peening residual stresses considering friction and real unloading behavior. *Materials Science and Engineering: A*, 2016, vol. 657, iss. 7, pp. 309–321. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2016.01.070>
  18. Xie L., Wang Ch., Wang L., Wang Z., Jiang Ch., Lu W., Ji V. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment. *Mechanics of Materials*, 2016, vol. 99, pp. 2–8. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2016.05.005>
  19. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., Colaitis Y., Rouhaud E., Retraint D., Kubler R., Desvignes M., Barrallier L. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure. *Comptes Rendus Mécanique*, 2016, vol. 344, iss. 4, pp. 355–374. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.02.006>
  20. Zimmermann M., Klemenz M., Schulze V. Literature review on shot peening simulation. *International Journal of Computational Materials Science and Surface Engineering*, 2010, vol. 3, iss. 4, pp. 289–310. <https://doi.org/10.1504/ijcmsse.2010.036218>



21. Lebedev V. A., Chumak I. V. Kinetic model of hardening of the surface layer of parts by vibro-impact PPD methods. *Strengthening Technologies and Coatings*, 2008, iss. 7, pp. 3–8 (in Russian). EDN: [JWEXDN](#)
22. Radchenko V. P., Pavlov V. F., Berbasova T. I., Saushkin M. N. The method of reconstruction of residual stresses and plastic deformations in thin-walled pipelines in the delivery state and after bilateral vibro-shock surface hardening with a shot. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, iss. 2, pp. 123–133 (in Russian). <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.2.10>
23. Mozharovskaya T. N., Mozharovsky V. N., Stefan N. I. On the dependence of the time to destruction and the steady rate of creep deformations of structural materials. *Journal of Mechanical Engineering NTUU “Kyiv Polytechnic Institute”*, 2010, iss. 59, pp. 37–40 (in Russian). EDN: [VAXUEV](#)
24. Samarin Yu. P. *Urvnenniia sostoianiiia materialov so slozhnymi reologicheskimi svoistvami* [Equations of State of Materials with Complex Rheological Properties]. Kuibyshev, Kuibyshev State University Publ., 1979. 84 p. (in Russian).
25. Radchenko V. P., Eremin Yu. A. *Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov konstruktsii* [Rheological Deformation and Fracture of Materials and Structural Elements]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2004. 265 p. (in Russian).

Поступила в редакцию / Received 25.02.2023

Принята к публикации / Accepted 20.03.2023

Опубликована / Published 31.05.2023