Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2026. Т. 26, вып. 1. С. 28–34
Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics, 2026, vol. 26, iss. 1, pp. 28–34
https://mmi.sgu.ru DOI: https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-1-28-34
EDN: https://elibrary.ru/KKHVIQ

Научная статья
УДК 517.51

О существовании совершенного множества единственности кратных рядов по системе характеров нуль-мерной группы для сходимости по кубам

И. С. Юрченко

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Юрченко Ирина Сергеевна, ассистент кафедры математической теории упругости и биомеханики, hamsterchik@mail.ru, https://orcid.org/0000-0003-2390-1736, SPIN: 2372-6954, AuthorID: 808963

Аннотация. В данной работе рассматриваются кратные ряды по системе характеров на произвольной нуль-мерной группе. Обсуждается проблема единственности кратного ряда в смысле сходимости по кубам. Известно, что существуют непустые множества единственности для кратных рядов по системе Уолша на двоичной группе в смысле сходимости по кубам. В работе строится пример непустого совершенного множества единственности для кратных рядов по системе характеров нуль-мерной группы в смысле сходимости по кубам.

Ключевые слова: компактная нуль-мерная группа, характеры группы, множество единственности, совершенное множество

Для цитирования: *Юрченко И. С.* О существовании совершенного множества единственности кратных рядов по системе характеров нуль-мерной группы для сходимости по кубам // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2026. Т. 26, вып. 1. С. 28–34. DOI: https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-1-28-34, EDN: KKHVIQ

Article

Existence of a perfect U-set of multiple series over a system of characters of a zero-dimensional group convergent on cubes

I. S. Yurchenko

Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

Irina S. Yurchenko, hamsterchik@mail.ru, https://orcid.org/0000-0003-2390-1736, SPIN: 2372-6954, AuthorID: 808963

Abstract. In this work, we we consider multiple series in a character system on a zero-dimensional group. We discuss the problem of uniqueness of a multiple series with convergence on cubes. It is known that there exist non-empty perfect sets of uniqueness for multiple series in the Walsh system on a binary group with convergence on cubes. In this paper, we construct an example of a perfect set of uniqueness for multiple series in a character system of a zero-dimensional group convergent on cubes.

Keywords: compact zero-dimensional group, characters of a group, set of uniqueness, perfect set

For citation: Yurchenko I. S. Existence of a perfect U-set of multiple series over a system of characters of a zero-dimensional group convergent on cubes. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics.*

Informatics, 2026, vol. 26, iss. 1, pp. 28–34 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-1-28-34, EDN: KKHVIQ

Введение

В работах [1, 2] было доказано, что счетное множество является множеством единственности для кратного ряда Уолша в случае сходимости по прямоугольникам. Более общий класс множеств единственности для функций Уолша для случая сходимости по прямоугольникам найден в работах [3, 4]. В работе [5] получен класс множеств единственности для кратных рядов по смешанной системе функций, расширяющий известные классы множеств единственности.

Пример множества единственности для сходимости по прямоугольникам, но которое не является множеством единственности для сходимости по кубам, описан в [6].

В работе [7] доказано, что пустое множество есть множество единственности для системы Уолша в случае сходимости по кубам. В [8] доказано, что любое конечное множество является множеством единственности, и построены примеры счетных множеств единственности для системы Уолша в случае сходимости по кубам.

М. Г. Плотников [8], рассматривая функции Уолша на двоичной группе, показал, что существует совершенное множество единственности для кратных рядов Уолша, сходящихся по кубам. Мы покажем, что данный результат справедлив для кратных рядов по системе характеров на произвольной нуль-мерной группе.

1. Основные понятия и обозначения

Пусть $(G, \oplus)$ — компактная нуль-мерная группа. Топология на группе G определяется с помощью цепочки вложенных подгрупп $G = G_0 \supset G_1 \supset \ldots$, $\bigcap\limits_{n=0}^{\infty} G_n = \{0\}$ (где 0 — нулевой элемент группы G).

Обозначим $p_k = (G_k/G_{k+1})^{\sharp}$. Будем считать, что $\{p_k\}$ — последовательность простых чисел. В случае, если это не так, то по теореме Силова [9] мы можем уплотнить систему подгрупп $\{G_n\}$ таким образом, чтобы последовательность $\{p_k\}$ содержала только простые числа.

По последовательности $\{p_k\}_{k=0}^{\infty}$ построим последовательность $\{m_k\}_{k=0}^{\infty}$ следующим образом: $m_0 = 1$, $m_{k+1} = p_k m_k$.

Элементы $g_n = G_n \setminus G_{n+1}$ для любого $n \in \mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \sqcup \{0\}$ образуют базисную систему в G, т.е. любой элемент $x \in G$ однозначно представим в виде ряда $x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n g_n$, $a_n = \overline{0, p_n - 1}$.

Аннуляторы группы G образуют возрастающую последовательность $G_0^{\perp} \subset G_1^{\perp} \subset \ldots$. Характеры $r_k(z) \in G_{k+1}^{\perp} \setminus G_k^{\perp}$ назовем функциями Радемахера. Пусть

$$n = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_k m_{k+1} \in \mathbb{N}_0, \quad \varepsilon_k = \overline{0, p_k - 1},$$

$$z = \sum_{k=0}^{\infty} z_k g_k \in G, \quad z_k = \overline{0, p_k - 1}.$$

Положим по определению $\chi_n(z) = \prod\limits_{k=0}^{\infty} (r_k(z))^{\varepsilon_k}$ [10].

Очевидно, что данное произведение содержит конечное число сомножителей. Такую нумерацию характеров называют нумерацией Пэли.

Функции Радемахера обладают следующими свойствами [11]:

1) $r_n(z) = const$ на смежном классе $G_{n+1} \oplus g = G_{n+1} \oplus a_n g_n \oplus a_{n-1} g_{n-1} \oplus \ldots \oplus a_0 g_0$;
2) $r_n(G_{n+1}) = 1$, $n \in \mathbb{N}$;
3) $\chi_{m_n}(z) = r_n(z) = const$ на смежном классе $G_{n+1} \oplus g$;
4) $r_n(G_{n+1} \oplus a_n g_n)$, $a_n = \overline{0, p_n - 1}$ принимает значение корней из 1 степени p_n;
5) $1 + r_n(z) + r_n^2(z) + \ldots r_n^{p_n-1}(z) = \begin{cases} p_n, & z \in G_{n+1}, \\ 0, & z \in G_n \setminus G_{n+1}. \end{cases}$

Если $p_n g_n = 0$, группа G является группой Виленкина, если $p_n g_n = g_{n+1}$, то в этом случае G называется группой p-адических чисел [12].

Обозначим через $\mathfrak{G} = G^N$ N-мерную группу с топологией произведения групп. В этом случае база топологии состоит из произведений сдвигов

$$G_{\mathbf{j}} \oplus \mathbf{h} = (G_{j_1} \oplus h^{(1)}) \times \ldots \times (G_{j_N} \oplus h^{(N)}),$$

где $h^{(l)} = a^{(l)}_{j_l-1} g_{j_l-1} \oplus a^{(l)}_{j_l-2} g_{j_l-2} \oplus \ldots \oplus a^{(l)}_0 g_0$, $l = \overline{1, N}$. Так как $G_{\mathbf{j}} \oplus \mathbf{h}$ есть объединение дизъюнктных кубов вида

$$(G_j \oplus h^{(1)}) \times \ldots \times (G_j \oplus h^{(N)}), \quad j = \max(j_1, \ldots, j_N), \tag{1}$$

то совокупность таких кубов также образует базу топологии в G^N.

Обозначая для удобства $\mathfrak{G}_j := G_j^N$, куб (1) можно записать в виде

$$\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A},$$

где $\mathfrak{g}_{1\times j} = \begin{pmatrix} g_{j-1} & \ldots & g_0 \end{pmatrix}$, $\mathcal{A}_{j\times N} = \begin{pmatrix} a^{(1)}_{j-1} & \ldots & a^{(N)}_{j-1} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a^{(1)}_0 & \ldots & a^{(N)}_0 \end{pmatrix}$, $a^{(\nu)}_l = \overline{0, p_l - 1}$, $l = \overline{0, j-1}$.

Размерность матриц зависит от ранга куба $\mathfrak{G}_j$. Обозначим ν-й столбец матрицы $\mathcal{A}$ через $\mathcal{A}^{(\nu)}$, а ν-ю строку — через $\hat{\mathcal{A}}^{(\nu)}$.

Положим по определению

$$\chi_{\mathbf{n}}(\mathbf{z}) = \chi_{n_1}(z_1) \ldots \chi_{n_N}(z_N), \quad \mathbf{z} \in \mathfrak{G}, \quad \mathbf{n} = (n_1, \ldots, n_N).$$

Если $\mathbf{m_j} = (m_j, \ldots, m_j)$ — вектор длины N с одинаковыми компонентами, то $\chi_{\mathbf{m_j}}(\mathbf{z}) = r_{\mathbf{j}}(\mathbf{z}) = \mathrm{const}$ на $\mathfrak{G}_{j+1} \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}$.

Рассмотрим кратный ряд

$$\sum_{\mathbf{n}=0}^{\infty} c_{\mathbf{n}} \chi_{\mathbf{n}}(\mathbf{z}) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \ldots \sum_{n_N=0}^{\infty} c_{n_1 \ldots n_N} \chi_{n_1}(z_1) \ldots \chi_{n_N}(z_N). \tag{2}$$

Кубические частичные суммы ряда (2) будем обозначать как

$$S_{\mathbf{M}}(\mathbf{z}) = \sum_{\mathbf{n}=0}^{\mathbf{M}-1} c_{\mathbf{n}} \chi_{\mathbf{n}}(\mathbf{z}) = \sum_{n_1=0}^{M-1} \ldots \sum_{n_N=0}^{M-1} c_{n_1 \ldots n_2} \chi_{n_1}(z_1) \ldots \chi_{n_N}(z_N),$$

а ядро Дирихле —

$$D_{\mathbf{k}}(\mathbf{z}) = \sum_{\mathbf{n}=0}^{\mathbf{k}-1} \chi_{\mathbf{n}}(\mathbf{z}) = \sum_{n_1=0}^{k-1} \ldots \sum_{n_N=0}^{k-1} \chi_{n_1}(z_1) \ldots \chi_{n_N}(z_N).$$

Пусть $\mu = \mu G$ определяет меру Хаара и $\mu G = 1$, тогда $\mu(G_n \oplus g) = 1/m_n$. По мере μ строится абсолютно сходящийся интеграл $\int\limits_G f d\mu$, инвариантный относительно сдвига.

Для ряда (2) определим функцию множества

$$\Psi(\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) = \sum_{\mathbf{n}=0}^{\infty} \int\limits_{\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}} c_{\mathbf{n}} \chi_{\mathbf{n}}(\mathbf{z}) d\mu(\mathbf{z}). \tag{3}$$

В [13] было показано, что ее можно представить в виде

$$\Psi(\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) = \mu(\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) S_{\mathbf{m_j}}(\mathbf{z}) \quad \forall\, \mathbf{z} \in \mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A},$$

а для коэффициентов $c_{\mathbf{n}}$ ряда (2) справедливо следующее выражение через функцию Ψ:

$$c_{\mathbf{n}} = \sum_{\mathcal{A}} \overline{\chi_{\mathbf{n}}(\mathbf{t}_k)} \Psi(\mathfrak{G}_k \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}), \tag{4}$$

причем $c_{\mathbf{n}}$ не зависит от $\mathbf{k}$, лишь бы $\mathbf{n} \leqslant \mathbf{m_k} - 1$.

В [13] были доказаны следующие утверждения.

Лемма 1. *Пусть A — M-множество ряда (2) в смысле сходимости по кубам, т. е. ряд (2) не равен нулю тождественно и сходится к нулю вне A. Тогда $\Psi(\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) = 0$ для всех $\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A} : \mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A} \cap A = \varnothing$.*

Определение 1. Если точка $\mathbf{z}$ принадлежит подгруппе $\mathfrak{G}_{l_0}$, но не принадлежит подгруппе $\mathfrak{G}_{l_0+1}$, то будем говорить, что *порядок точки* $\mathbf{z}$ равен l_0.

Лемма 2. *При $l > l_0$ значение выражения $D_{m_l+m_{l_0}}(t) = m_{l_0} r_l(t), t \in G$, если порядок точки t равен l_0, и $D_{m_l+m_{l_0}}(t) = 0$, если порядок точки t меньше l_0.*

2. Основные результаты

Теорема 1. *Существуют непустые совершенные множества единственности в $\mathfrak{G} = G^N$ в смысле сходимости по кубам.*

Доказательство. Зафиксируем образующую последовательность $\{p_n\}$, где p_n — простые нечетные числа. Индукцией по k построим последовательность непустых замкнутых множеств $\{B_k\}_{k=0}^{\infty}$.

Положим $B_0 = \mathfrak{G}$. Затем множество B_0 разобьем на смежные классы ранга p_0 и возьмем их через одного. Полученное множество обозначим B_1. Оно состоит из $\left(\frac{p_0+1}{2}\right)^N$ смежных классов ранга $p_0 = m_1$:

$$B_1 = \bigcup_{\substack{\mathrm{a}_0^{\mathrm{s}} \equiv 0 (\mathrm{mod} 2) \\ s=\overline{1,N}}} (G_1 \oplus a_0^1 g_0) \times \ldots \times (G_1 \oplus a_0^N g_0).$$

На следующем шаге каждый смежный класс множества B_1 разобьем на смежные классы ранга p_1 и возьмем их через одного. Полученное множество обозначим B_2. Оно состоит из $\left(\frac{p_0+1}{2}\frac{p_1+1}{2}\right)^N$ смежных классов ранга $p_0 p_1 = m_2$:

$$B_2 = \bigcup_{\substack{\mathrm{a}_0^{\mathrm{s}} \equiv 0 (\mathrm{mod} 2) \\ \mathrm{a}_1^{\mathrm{s}} \equiv 0 (\mathrm{mod} 2) \\ s=\overline{1,N}}} (G_2 \oplus a_1^1 g_1 \oplus a_0^1 g_0) \times \ldots \times (G_2 \oplus a_1^N g_1 \oplus a_0^N g_0).$$

На l шаге каждый смежный класс множества B_{l-1} разобьем на смежные классы ранга p_{l-1} и возьмем их через одного. Полученное множество обозначим B_l. Оно состоит из $\left(\frac{p_0+1}{2}\ldots\frac{p_{l-1}+1}{2}\right)^N$ смежных классов ранга $p_0 \ldots p_{l-1} = m_l$:

$$B_l = \bigcup_{\substack{\mathrm{a}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{s}} \equiv 0 (\mathrm{mod} 2) \\ s=\overline{1,N}, k=\overline{0,l-1}}} (G_l \oplus a_{l-1}^1 g_{l-1} \oplus \ldots \oplus a_0^1 g_0) \times \ldots \times (G_l \oplus a_{l-1}^N g_{l-1} \oplus \ldots \oplus a_0^N g_0)$$

и т. д.

Пусть $B = \bigcap\limits_{l=0}^{\infty} B_l$. Множество B не пусто, состоит из предельных точек, следовательно, не содержит изолированных точек. Кроме этого, оно замкнуто как пересечение компактных множеств. Таким образом, множество B является совершенным множеством. Покажем, что оно является множеством единственности.

Допустим противное, пусть существует ряд (2)

$$\sum_{\mathbf{n}=0}^{\infty} c_{\mathbf{n}} \chi_{\mathbf{n}}(\mathbf{z}) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \ldots \sum_{n_N=0}^{\infty} c_{n_1 \ldots n_N} \chi_{n_1}(z_1) \ldots \chi_{n_N}(z_N),$$

не все коэффициенты которого равны нулю, сходящийся к нулю вне B.

Пусть $\Psi(\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A})$ — аддитивная функция, построенная для данного ряда (2) по формуле (3). По лемме 1 функция множества $\Psi(\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) = 0$ для любого смежного класса $\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}$, не содержащего точек множества B. При этом $\Psi(\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) \not\equiv 0$, так как в этом случае в силу формулы (4) все коэффициенты $c_{\mathbf{n}}$ будут равны нулю. Значит, существует такой смежный класс $\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}$, что $\Psi(\mathfrak{G}_j \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) \neq 0$.

Выберем достаточно большой номер j_0, такой, чтобы $\mathfrak{G}_{j_0} \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}^0 \cap B_{j_0+1} \neq \varnothing$, $\Psi(\mathfrak{G}_{j_0} \oplus \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}^0) = b \neq 0$, и точку $\mathbf{z} \in \mathfrak{G}_{j_0+1} \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}^1 \subset \mathfrak{G}_{j_0} \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}^0$. Точку $\mathbf{y}$ выберем из смежного класса $\mathfrak{G}_{j_0+1} \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}^2$ (не содержащего точку $\mathbf{z}$). Значение $\mathcal{A}^{(2)}$ подбирается так, чтобы точка $\mathbf{y}$ лежала в том же смежном классе ранга j_0, что и $\mathbf{z}$.

Покажем что последовательность кубических частичных сумм $S_{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}}(\mathbf{y}) \not\to 0$ при $\mathbf{n_s} \to \infty$, $\mathbf{n_s} = (n_s, \ldots, n_s)$ имеет вид

$$S_{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}}(\mathbf{y}) = \sum_{\mathbf{v}=0}^{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}-1} c_{\mathbf{v}} \chi_{\mathbf{v}}(\mathbf{y}) \overset{(4)}{=} \sum_{\mathbf{v}=0}^{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}-1} \left[\sum_{\mathcal{A}} \overline{\chi_{\mathbf{v}}(\mathbf{t}_k)} \Psi(\mathfrak{G}_k \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) \right] \chi_{\mathbf{v}}(\mathbf{y}).$$

Суммирование во внутренней сумме идет по всем смежным классам ранга k $\mathbf{t}_k \in \mathfrak{G}_k \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}$, номер k выбирается так, чтобы $\mathbf{v} \leqslant \mathbf{m_k} - 1$:

$$S_{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}}(\mathbf{y}) = \sum_{\mathcal{A}} \Psi(\mathfrak{G}_k \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) \sum_{\mathbf{v}=0}^{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}-1} \chi_{\mathbf{v}}(\mathbf{y} \ominus \mathbf{t}_k) = \sum_{\mathcal{A}} \Psi(\mathfrak{G}_k \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) D_{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}}(\mathbf{y} \ominus \mathbf{t}_k).$$

Так как $m_k - 1 \geqslant m_{n_s} + m_{j_0} - 1 > m_{j_0}$, то смежный класс $\mathfrak{G}_k \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}$ меньше $\mathfrak{G}_{j_0} \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}^0$. Поэтому возможны следующие три случая.

1. Точка $\mathbf{t}_k \notin B$, т. е. $\mathfrak{G}_k \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A} \cap B = \varnothing$, тогда по лемме 1 функция $\Psi(\mathfrak{G}_k \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}) = 0$.
2. Если $\mathfrak{G}_k \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A} \cap B \neq \varnothing$ и порядок точки $\mathbf{y} \ominus \mathbf{t}_k$ меньше j_0, то по лемме 2

$$D_{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}}(\mathbf{y} \ominus \mathbf{t}_k) = 0.$$

3. Остается случай, когда порядок точки $\mathbf{y} \ominus \mathbf{t}_k$ не меньше j_0, тогда $\Psi(\mathfrak{G}_{j_0} \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}^0) = b \neq 0$, а $D_{m_{n_s}+m_{j_0}}(\mathbf{y} \ominus \mathbf{t}_k) = m_{j_0}^N r_{n_s}(\mathbf{y} \ominus \mathbf{t}_k)$ по лемме 2.

Следовательно,

$$S_{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}}(\mathbf{y}) = \Psi(\mathfrak{G}_{j_0} \oplus \mathfrak{g}\mathcal{A}^0) D_{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}}(\mathbf{y} \ominus \mathbf{z}) = b \cdot m_{j_0}^N \cdot r_{\mathbf{n_s}}(\mathbf{y} \ominus \mathbf{z}).$$

Так как $|r_{n_s}(y^{(\nu)} \ominus z^{(\nu)})| = 1$, то $S_{\mathbf{m_{n_s}}+\mathbf{m_{j_0}}}(\mathbf{y}) \not\to 0$ при $n_s \to \infty$. □

Заключение

В статье доказано существование непустых совершенных множеств единственности для кратных рядов по системе характеров нуль-мерной группы в смысле сходимости по кубам.

Список литературы

1. *Мовсисян Х. О.* О единственности двойных рядов по системам Хаара и Уолша // Известия АН Армянской ССР. Серия: Математика. 1974. Т. 9, № 1. С. 40–61.
2. *Скворцов В. А.* О коэффициентах сходящихся кратных рядов Хаара и Уолша // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 1973. Т. 28, № 6. С. 77–79.
3. *Лукомский С. Ф.* О некоторых классах множеств единственности кратных рядов Уолша // Математический сборник. 1989. Т. 180, вып. 7. С. 937–945.
4. *Тетунашвили Ш. Т.* О некоторых кратных функциональных рядах и решение проблемы единственности кратных тригонометрических рядов для сходимости по Прингсхейму // Математический сборник. 1991. Т. 182, вып. 8. С. 1158–1176.
5. *Жеребьева Т. А.* Об одном классе множеств единственности для двойных рядов Уолша // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2007. № 5. С. 13–18. EDN: IBQCWF
6. *Лукомский С. Ф.* Представление функций рядами Уолша и коэффициентами сходящихся рядов Уолша: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Екатеринбург, 1997. 228 с. EDN: ZJQNUV
7. *Lukomskii S. F.* On a U-set for multiple Walsh series // Analysis Mathematica. 1992. Vol. 18. P. 127–138. DOI: https://doi.org/10.1007/BF01904554
8. *Плотников М. Г.* О кратных рядах Уолша, сходящихся по кубам // Известия РАН. Серия математическая. 2007. Т. 71, вып. 1. С. 61–78. DOI: https://doi.org/10.4213/im739, EDN: HYVFBL
9. *Kargapolov M. I., Merzljakov Ju. I.* Fundamentals of the theory of groups. New York ; Berlin : Springer-Verlag, 1979. 203 p.(Graduate Texts in Mathematics. Vol. 62).
10. *Lukomskii S. F.* Multiresolution analysis on product of zero-dimensional Abelian groups // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2012. Vol. 385, iss. 2. P. 1162—1178. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2011.07.043, EDN: PDGGXV
11. *Lukomskii S. F.* Lebesgue constants for characters of the compact zero-dimensional Abelian group // East Journal on Approximations. 2009. Vol. 15, iss. 2. P. 219–231.
12. *Агаев Г. Н., Виленкин Н. Я., Джафарли Г. М., Рубинштейн А. И.* Мультипликативные системы функции и гармонический анализ на нуль-мерных группах. Баку : ЭЛМ, 1981. 180 с.
13. *Юрченко И. С.* О множествах единственности кратных рядов по системе характеров нуль-мерной группы в смысле сходимости по кубам // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13, вып. 2, ч. 1. С. 35–43. DOI: https://doi.org/10.18500/1816-9791-2013-13-2-1-35-43, EDN: SJJAXF

References

1. Movsisyan Kh. O. On the uniqueness of double series in the Haar and Walsh systems. *Izvestiya AN Armyanskoy SSR. Seriya: Matematika*, 1974, vol. 9, iss. 1, pp. 40–61 (in Russian).
2. Skvortsov V. A. On the coefficients of convergent Haar and Walsh multiple series. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 1. Matematika. Mekhanika*, 1973, vol. 28, iss. 6, pp. 77–79 (in Russian).
3. Lukomskii S. F. On certain classes of sets of uniqueness of multiple Walsh series. *Mathematics of the USSR-Sbornik*, 1990, vol. 67, iss. 2, pp. 393—401. DOI: https://doi.org/10.1070/SM1990v067n02ABEH001191, EDN: XLVIIF
4. Tetunashvili Sh. T. On some multiple function series and solution of the uniqueness problem for Pringsheim convergence of multiple trigonometric series. *Mathematics of the USSR-Sbornik*, 1992, vol. 73, iss. 2, pp. 517–534. DOI: https://doi.org/10.1070/SM1992v073n02ABEH002560, EDN: XMPKTF
5. Zhereb'eva T. A. A class of sets of uniqueness for multiple Walsh series. *Moscow University Mathematics Bulletin*, 2009, vol. 64, iss. 2, pp. 55–61. DOI: https://doi.org/10.3103/S002713220902003X, EDN: PFZIBF
6. Lukomskii S. F. *Representation of functions by Walsh series and coefficients of convergent Walsh series*. Diss. Dr. Sci. (Phis. and Math.). Ekaterinburg, 1997. 228 p. (in Russian). EDN: ZJQNUV
7. Lukomskii S. F. On a U-set for multiple Walsh series. *Analysis Mathematica*, 1992, vol. 18, pp. 127–138. DOI: https://doi.org/10.1007/BF01904554
8. Plotnikov M. G. On multiple Walsh series convergent over cubes. *Izvestiya. Mathematics*, 2007, vol. 71, iss 1, pp. 57–73. DOI: https://doi.org/10.1070/IM2007v071n01ABEH002350, EDN: LKINJN
9. Kargapolov M. I., Merzljakov Ju. I. *Fundamentals of the theory of groups*. Graduate Texts in Mathematics, vol. 62. New York, Berlin, Springer-Verlag, 1979. 203 p.

10. Lukomskii S. F. Multiresolution analysis on product of zero-dimensional Abelian groups. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2012, vol. 385, iss. 2, pp. 1162—1178. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2011.07.043, EDN: PDGGXV
11. Lukomskii S. F. Lebesgue constants for characters of the compact zero-dimensional Abelian group. *East Journal on Approximations*, 2009, vol. 15, iss. 2, pp. 219–231.
12. Agaev G. N., Vilenkin N. Ya., Dzafarli G. M., Rubinstein A. I. *Mul'tiplikativnye sistemy funktsiy i garmonicheskiy analiz na nul'mernykh gruppakh* [Multiplicative systems of functions and harmonic analysis on zero-dimensional groups]. Baku, ELM, 1981. 180 p. (in Russian).
13. Yurchenko I. S. A U-set for system of character of the zero-dimensional group under convergent over cubes. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2013, vol. 13, iss. 2, pt. 1, pp. 35–43 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.18500/1816-9791-2013-13-2-1-35-43, EDN: SJJAXF

Поступила в редакцию / Received 19.06.2025
Принята к публикации / Accepted 24.10.2025
Опубликована / Published 02.03.2026