



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2026. Т. 26, вып. 2. С. 236–250

Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics, 2026, vol. 26, iss. 2, pp. 236–250

<https://mmi.sgu.ru>

DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-2-236-250>

EDN: <https://elibrary.ru/PPRMVU>

Научная статья

УДК 517.98

Исследование гемодинамических характеристик течения в Виллизиевом круге с использованием реологических моделей крови

А. А. Любимова¹, А. Г. Кучумов^{1,2}✉

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Россия, 614990, г. Пермь, Комсомольский просп., д. 29

²Научно-технологический университет «Сириус», Россия, 354340, федеральная территория «Сириус», Олимпийский просп., д. 1

Любимова Александра Алексеевна, лаборант-исследователь лаборатории биожидкостей, sashal05@mail.ru, SPIN: 2226-6307, AuthorID: 1324238

Кучумов Алексей Геннадьевич, доктор физико-математических наук, ¹заведующий лабораторией биожидкостей; ²руководитель научной группы, kuchumov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0466-175X>, SPIN: 5522-1565, AuthorID: 164889

Аннотация. Нарушения гемодинамики и геометрические особенности сосудов играют важную роль в возникновении и прогрессировании различных сосудистых патологий, например аневризм. Аневризмы сосудов головного мозга особенно опасны из-за специфической локализации. Экспериментальные и клинические методы часто не позволяют адекватно оценить текущее состояние гемодинамики пациента или предсказать прогрессирование заболевания *in vivo*. Численное моделирование гемодинамики может стать ключевым инструментом для оценки риска роста и разрыва церебральных аневризм. Точность таких моделей зависит от многих факторов, включая выбор реологической модели крови. Несмотря на распространенное использование ньютоновской модели, ее адекватность для церебральных артерий требует верификации в сравнении с более сложными неньютоновскими моделями, учитывающими зависимость вязкости от скорости сдвига. Целью данного исследования было провести сравнительный анализ влияния трех реологических моделей крови (ньютоновской, Carreau и Casson) на гемодинамические характеристики в восьми анатомических вариантах Виллизиева круга с аневризмами. В данном исследовании геометрия церебральных сосудов была получена путем сегментации КТ-изображений. Методами вычислительной гидродинамики (CFD) проведено моделирование кровотока. На входах задавались профили скорости, полученные на основе данных интракраниальной доплерографии, на выходах — трехэлементная модель Windkessel. Исследовались распределения скорости, давления, пристеночного касательного напряжения (WSS) и индекса его колебаний (OSI). Стенки сосудов считались жесткими. Было установлено, что в крупных артериях различия между реологическими моделями в расчетах скорости, давления, WSS и OSI являются незначительными. Все модели показали сходное систематическое отклонение от клинических данных доплерографии. Внутри куполов аневризм скорости тока крови низки, а профили для всех трех реологических моделей практически идентичны по форме, ньютоновская модель склонна завышать значения. Результаты показывают, что для моделирования гемодинамики в крупных сосудах Виллизиева круга использование ньютоновской модели является допустимым упрощением.

Ключевые слова: аневризма, Виллизиев круг, вычислительная гидродинамика, гемодинамика, моделирование, реологические модели

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSNM-2025-0001).



Для цитирования: Любимова А. А., Кучумов А. Г. Исследование гемодинамических характеристик течения в Виллизиевом круге с использованием реологических моделей крови // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2026. Т. 26, вып. 2. С. 236–250. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-2-236-250>, EDN: PPRMVU
Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

The influence of the rheological models of blood on the hemodynamic characteristics of the flow in the Circle of Willis

A. A. Lyubimova¹, A. G. Kuchumov^{1,2}✉

¹Perm National Research Polytechnic University, 29 Komsomolsky Ave., Perm 614990, Russia

²Sirius University of Science and Technology, 1 Olympic Ave., Sirius Federal Territory 354340, Russia

Alexandra A. Lyubimova, sasha105@mail.ru, SPIN: 2226-6307, AuthorID: 1324238

Alexei G. Kuchumov, kyuchymov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0466-175X>, SPIN: 5522-1565, AuthorID: 164889

Abstract. Hemodynamic disturbances and the geometric features of blood vessels play an important role in the onset and progression of various vascular pathologies, such as aneurysms. Cerebral aneurysms are particularly dangerous due to their specific location. Experimental and clinical methods often fail to adequately assess a patient's current hemodynamic status or predict disease progression *in vivo*. Numerical modeling of hemodynamics can become a key tool for assessing the risk of growth and rupture of cerebral aneurysms. The accuracy of such models depends on many factors, including the choice of a rheological blood model. Despite the widespread use of the Newtonian model, its adequacy for cerebral arteries requires verification in comparison with more complex non-Newtonian models that account for shear-dependent viscosity. The aim of this study was to conduct a comparative analysis of the influence of three rheological blood models (Newtonian, Carreau, and Casson) on the hemodynamic characteristics in eight anatomical variants of the Circle of Willis with aneurysms. In this study, the geometry of the cerebral vasculature was obtained by segmenting CT images. Computational fluid dynamics (CFD) methods were used to simulate blood flow. Velocity profiles based on intracranial Doppler ultrasound data were set at the inlets, and a three-element Windkessel model was applied at the outlets. The distributions of velocity, pressure, wall shear stress (WSS), and its oscillatory shear index (OSI) were investigated. The vessel walls were considered rigid. It was found that in the large arteries, the differences between the rheological models in the calculations of velocity, pressure, WSS, and OSI are insignificant. All models showed a similar systematic deviation from clinical Doppler data. Inside the aneurysm domes, blood flow velocities are low, and the profiles for all three rheological models are practically identical in shape, with the Newtonian model tending to overestimate the values. The results indicate that for modeling hemodynamics in the large vessels of the Circle of Willis, the use of a Newtonian model is a permissible simplification.

Keywords: aneurysm, Circle of Willis, CFD, hemodynamics, simulation, rheological models

Acknowledgements: This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. FSNM-2025-0001).

For citation: Lyubimova A. A., Kuchumov A. G. The influence of the rheological models of blood on the hemodynamic characteristics of the flow in the Circle of Willis. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2026, vol. 26, iss. 2, pp. 236–250 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-2-236-250>, EDN: PPRMVU

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)



Введение

Аневризма сосудов головного мозга — это локальное растяжение и выпячивание стенки артерии [1]. Разрыв аневризмы вызывает субарахноидальное кровоизлияние или геморрагический инсульт [2, 3]. Несмотря на достижения в области хирургии и периперационном лечении, смертность, связанная с разрывом аневризмы, остается высокой. Догоспитальная летальность достигает 10–15%.

Пациентам с внутричерепными аневризмами предлагаются микрохирургические и эндоваскулярные методы лечения. Наиболее эффективным, а зачастую и единственным методом лечения аневризм является хирургическое вмешательство [4]. Однако риски, связанные с лечением аневризм, крайне высоки, и планирование лечения с учетом особенностей пациента имеет важное значение [5].

Принятие решения о наблюдении или лечении (клипирование, эндоваскулярная эмболизация, стентирование) неразрывавшейся аневризмы требует индивидуальной оценки риска разрыва, локализации, морфологии аневризмы, возраста и состояния здоровья пациента [5], с чем может помочь численное моделирование, позволяющее неинвазивно оценить индивидуальные параметры кровотока в аневризме и прилегающих сосудах, которые напрямую влияют на риск ее роста и разрыва [6–9].

Традиционно для упрощения расчетов кровь рассматривают как ньютоновскую жидкость с постоянной вязкостью [10], однако ее реальное поведение в сосудистом русле является более сложным, неньютоновская природа крови обусловлена поведением эритроцитов при разных скоростях сдвига [11].

Вопрос о том, насколько оправданно использование ньютоновской модели в различных областях сердечно-сосудистой системы, остается предметом дискуссий. Исследования показывают, что в крупных артериях, таких как аорта, где преобладают высокие скорости сдвига, ньютоновская модель часто оказывается приемлемым приближением, поскольку отклонения ключевых параметров, таких как пристеночные касательные напряжения, могут быть незначительными [12]. Это подтверждается работой [13], где на примере сосудов Виллизиева круга было показано, что использование ньютоновской модели дает удовлетворительный результат за исключением зон со сложной геометрией. Одновременно с этим для патологических областей (аневризмы, стенозы) или в сосудах малого диаметра, где скорости сдвига низкие, неньютоновские модели, такие как Carreau или Casson, становятся необходимыми для точного воспроизведения гемодинамики [13].

Статистические шкалы оценки риска, такие как PHASES, основанные преимущественно на популяционных данных, демографических и морфологических факторах [5, 14], демонстрируют ограниченную индивидуальную прогностическую способность, поскольку не учитывают фундаментальные патогенетические механизмы, связанные с воздействием гемодинамических сил на сосудистую стенку. В этом контексте вычислительная гидродинамика (CFD) предоставляет мощный инструмент для анализа таких гемодинамических характеристик, как распределение пристеночных касательных напряжений (WSS), индекса колебаний касательных напряжений (OSI), давление и скорости потока [15], которые напрямую влияют на эндотелиальную функцию сосудов, прогрессирование сосудистых заболеваний. Целью данной работы является исследование влияния реологических моделей крови (ньютоновская, Carreau, Casson) на гемодинамические характеристики ее течения в сосудах Виллизиева круга с аневризмами для выбора оптимальных параметров моделирования.

Проведенное сравнительное CFD-моделирование позволит оценить чувствительность ключевых гемодинамических показателей к выбору реологической модели в специфической геометрии Виллизиева круга и обеспечить основу для развития персонализированных моделей оценки риска развития аневризмы.



1. Материалы и методы

1.1. 3D-геометрии сосудов

В данной работе рассматривались восемь моделей сосудов Виллизиева круга с аневризмами, расположенными на местах их наиболее частого появления (в местах бифуркаций) [1].

Для получения модели 1 (рис. 1) пациенту была проведена многослойная компьютерная томография с внутривенным контрастным усилением. Полученные снимки представляют собой множество срезов в трех плоскостях. С помощью программы ИТК-Snapper была создана трехмерная геометрия сосудов Виллизиева круга, после чего она дополнительно обрабатывалась в программе MeshMixer. Далее с помощью графического модуля SpaceClaim пакета прикладных программ ANSYS модель была подготовлена к численному моделированию (см. рис. 1).

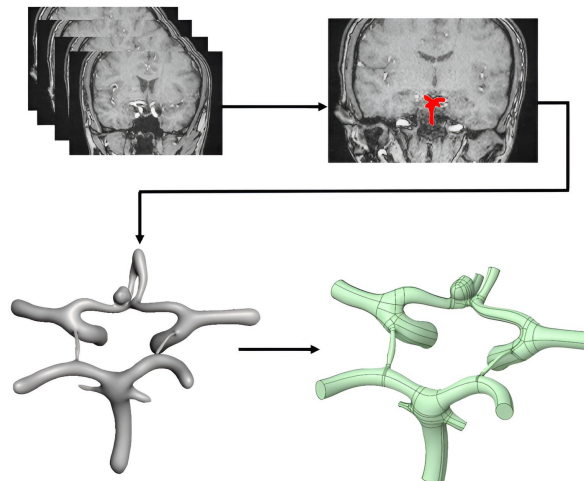


Рис. 1. Сегментация 3D-моделей для численного моделирования (цвет онлайн)

Fig. 1. Segmentation of 3D-models for numerical simulation (color online)

В случае первой модели аневризма располагалась в области передней соединительной артерии (ПСА). Все остальные модели являются модификациями первой, т. е. были созданы на основе клинических данных. Аневризмы располагались в местах соединений средних мозговых и задних соединительных артерий, задних мозговых и задних соединительных артерий.

1.2. Математическая постановка

Численное решение осуществлялось путем решения уравнения динамики жидкости

$$\nabla \cdot v = 0,$$

описывающего сохранение импульса, и уравнения неразрывности

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + (\nabla * v) \right) = \nabla * \sigma,$$

описывающего сохранение массы, в каждом узле сетки [16]. Здесь ρ — постоянная плотность, v — вектор скорости, σ — тензор напряжений.

Тензор напряжений раскладывается на гидростатическую (шаровую) и девиаторную части:

$$\sigma = -pI + \kappa,$$

где p — давление, I — единичный тензор, κ — девиатор тензора напряжений, являющийся функцией тензора сдвига D ($\kappa = \mu(\dot{\gamma}) D$), μ — динамическая вязкость крови, $\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j D_{ij} D_{ji}}$ — скорость сдвига, $D = 1/2 (\nabla v + \nabla v^T)$ — тензор скорости сдвига.

Стенки сосудов считались жесткими, и на всех поверхностях было задано условие прилипания, характеризующееся равенством нулю компонент скорости на границе раздела между потоком жидкости и твердой поверхностью:

$$v_\Gamma = 0.$$

Для учета влияния турбулентности была использована модель $k - \varepsilon$ [17]. Модель основана на решении двух уравнений переноса:

для кинетической энергии турбулентности k

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j}}{\partial x_j} + P_k - \rho \varepsilon$$

и скорости ее диссипации ε

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial (\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}}{\partial x_j} + C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k},$$

где k — кинетическая энергия турбулентности $\left(k = \frac{1}{2} v_i' v_j' \right)$, ε — скорость диссипации, μ_t — турбулентная вязкость $\left(\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \right)$, P_k — генерация k градиентами средней скорости $\left(P_k = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)$, $C_\mu = 0.09$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $\sigma_k = 1$ — константы [18].

Для каждой расчетной модели на торцах входных артерий (I_n) (рис. 2) задавались профили скорости, полученные с помощью доплерографии на интракраниальном уровне (рис. 3). Для выходов (O_n) (см. рис. 2) использовалась зависимость давления от времени,

рассчитанная с помощью модели Windkessel [19, 20] (см. рис. 3).

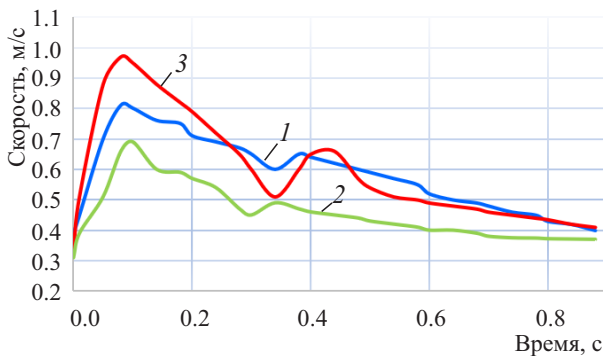


Рис. 2. Граничные условия для входных артерий: 1 — базилярная артерия; 2 — правая сонная артерия; 3 — левая сонная артерия

Fig. 2. Boundary conditions for entrance arteries: 1 — basilar artery; 2 — right carotid artery; 3 — left carotid artery

Кровь представляет собой сложную неньютоновскую суспензию, состоящую из плазмы (вязкой, почти ньютоновской жидкости) и форменных элементов, преимущественно эритроцитов. Реология крови изучает ее деформационные и текучие свойства под действием приложенных нагрузок [21]. Для описания сложного неньютоновского поведения крови в уравнениях гидродинамики при численном моделировании используются реологические модели.

Ньютоновская модель: $\mu = \text{const}$. Простая модель, применимая как первое приближение для течений с высокими скоростями сдвига в крупных артериях,

где влияние агрегации эритроцитов незначительно.

Модель Carreau [22]:

$$\mu(\dot{\gamma}) = \mu_i n f + (\mu_0 - \mu_i n f) \left(1 + (\lambda \dot{\gamma})^2 \right)^{(n-1)/2},$$

где μ_0 — вязкость при предельно малой скорости сдвига; $\mu_i n f$ — вязкость при предельно большой скорости сдвига; λ — параметр, определяющий скорость сдвига, при которой ньютоновское плато переходит в область снижения вязкости; n — безразмерный параметр, определяющий угол наклона кривой в зоне уменьшения вязкости.

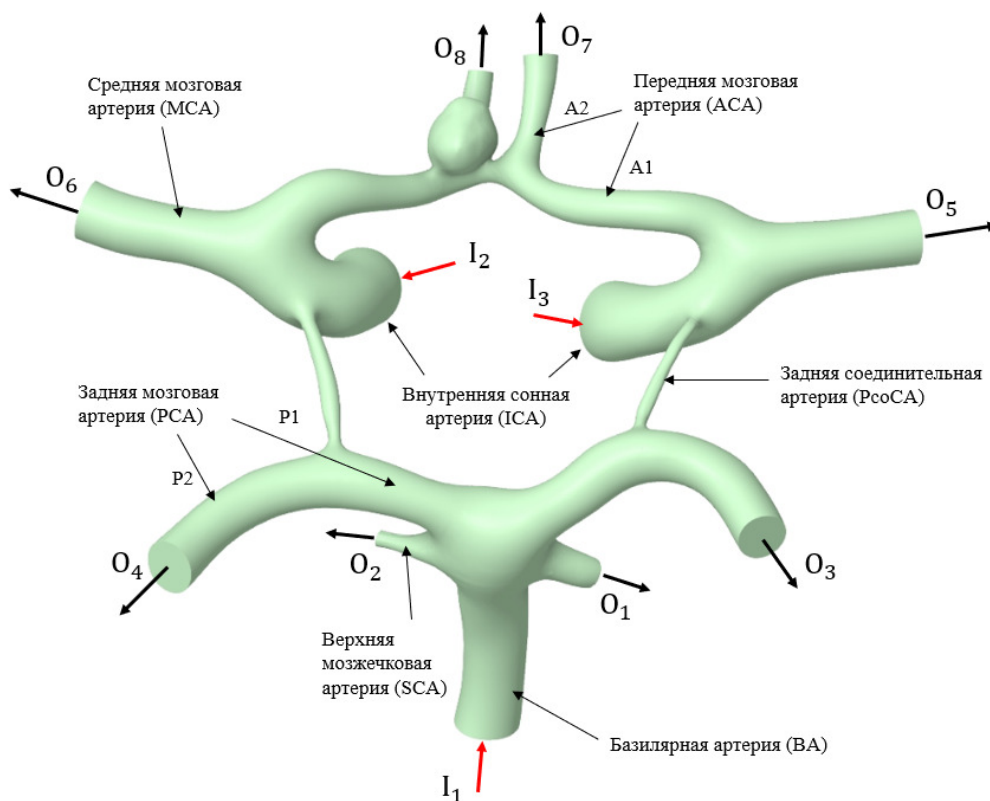


Рис. 3. Расположение входных (I_n) и выходных (O_n) отверстий и названия артерий Виллизиева круга (цвет онлайн)
 Fig. 3. Location of the input (I_n) and output (O_n) holes and names of the arteries of the Willis circle (color online)

Модель Casson [23]:

$$\begin{cases} \sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \sqrt{\mu\dot{\gamma}} & \text{для } \tau \geq \tau_0, \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{для } \tau < \tau_0, \end{cases}$$

где τ — напряжение сдвига, τ_0 — предел текучести (минимальное значение напряжения, необходимое для начала течения), $\mu_i n f$ — вязкость при предельно большой скорости сдвига.

Модели Carreau и Casson являются двумя наиболее широко используемыми моделями, для сравнения результатов также была проведена серия расчетов с использованием ньютоновской модели крови (рис. 4).

1.3. Исследование сходимости сеточной модели

Для создания расчетной сетки области жидкости использовались инструменты Body Sizing и Inflation. Первый из них позволяет настраивать тип и размер элементов сетки и учитывать эффекты течения вблизи стенок сосудов (рис. 5).

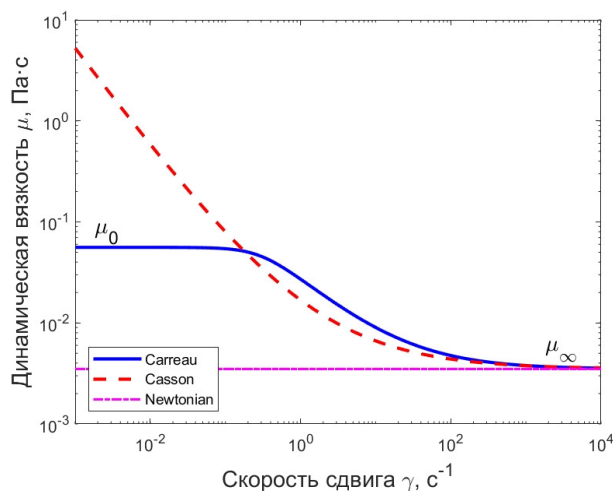


Рис. 4. Зависимость динамической вязкости от скорости сдвига для трех реологических моделей (цвет онлайн)
 Fig. 4. Dependence of dynamic viscosity on shear rate for three rheological models (color online)



Для оценки чувствительности к плотности сетки были выбраны пять различных размеров элементов. Анализ проводился на основе достижения относительной разницы $\varepsilon_{WSS} = 1.67\%$ между максимальными значениями пристеночных касательных напряжений (WSS), $\varepsilon_{press} = 0.39\%$ между максимальными значениями давления и между максимальными значениями скоростей $\varepsilon_{vel} = 1.98\%$ (см. рис. 5).

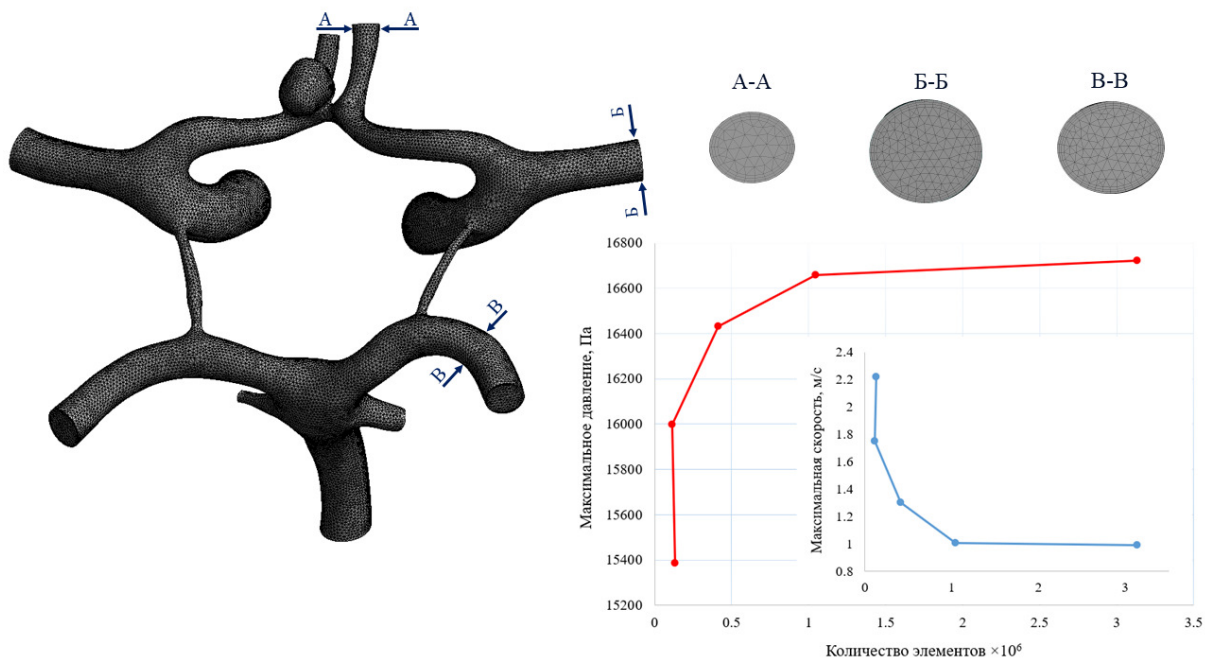
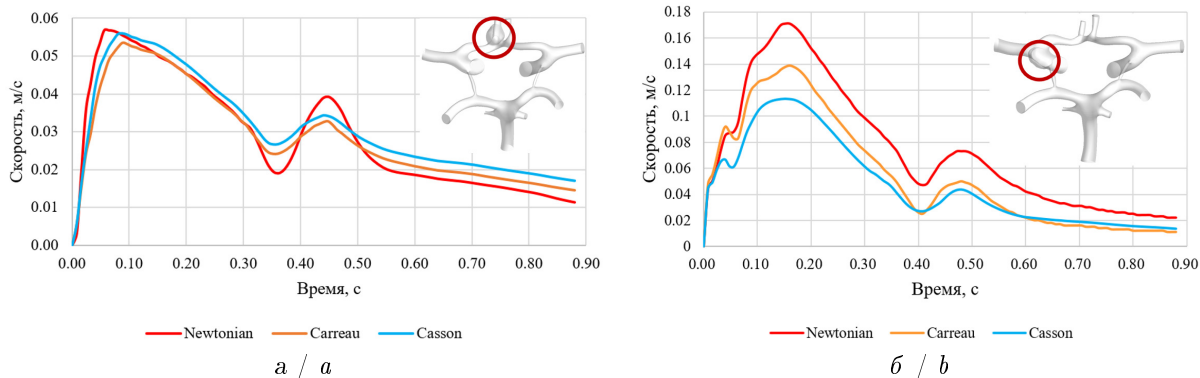


Рис. 5. Конечно-элементная сетка и сеточная сходимость
Fig. 5. Finite element mesh and mesh convergence

Можно видеть, что значения давления для грубой и мелкой сеток существенно отличаются. Однако поскольку значения относительной разницы малы, для дальнейших расчетов было решено использовать густую сетку с размером стороны треугольного конечного элемента, равным 0.2 мм.

2. Результаты

В данном разделе представлены ключевые результаты численного моделирования гемодинамики для одной из восьми исследованных геометрий Виллизиева круга с аневризмой. Выбранная конфигурация наглядно демонстрирует общие закономерности, характерные для всего набора исследуемых моделей. Визуализация распределений скоростей, давления, пристеночных касательных напряжений (WSS) и индекса колебаний касательных напряжений (OSI), а также сравнение профилей скорости с клиническими данными доплерографии приведены на рис. 6 и в таблице.



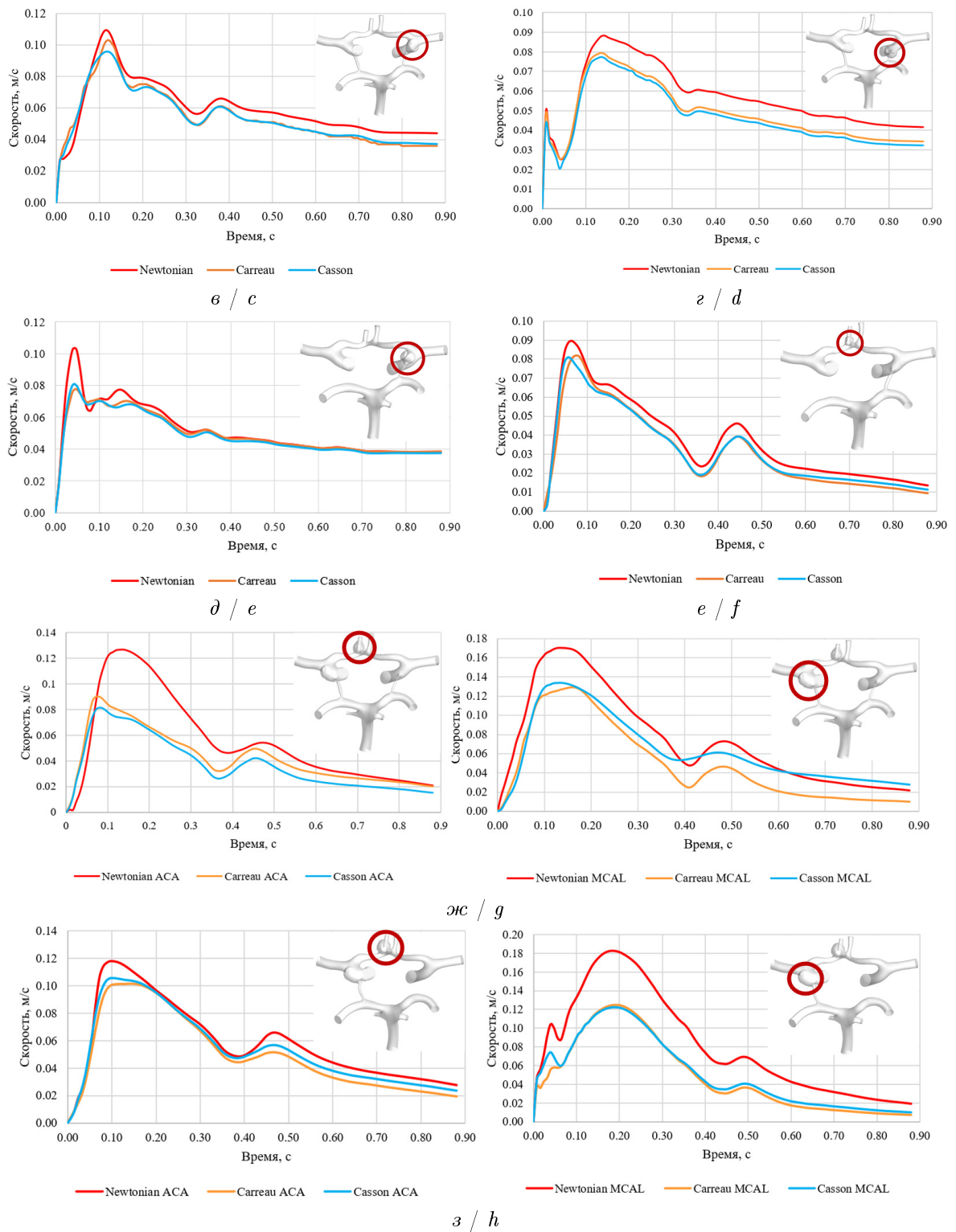
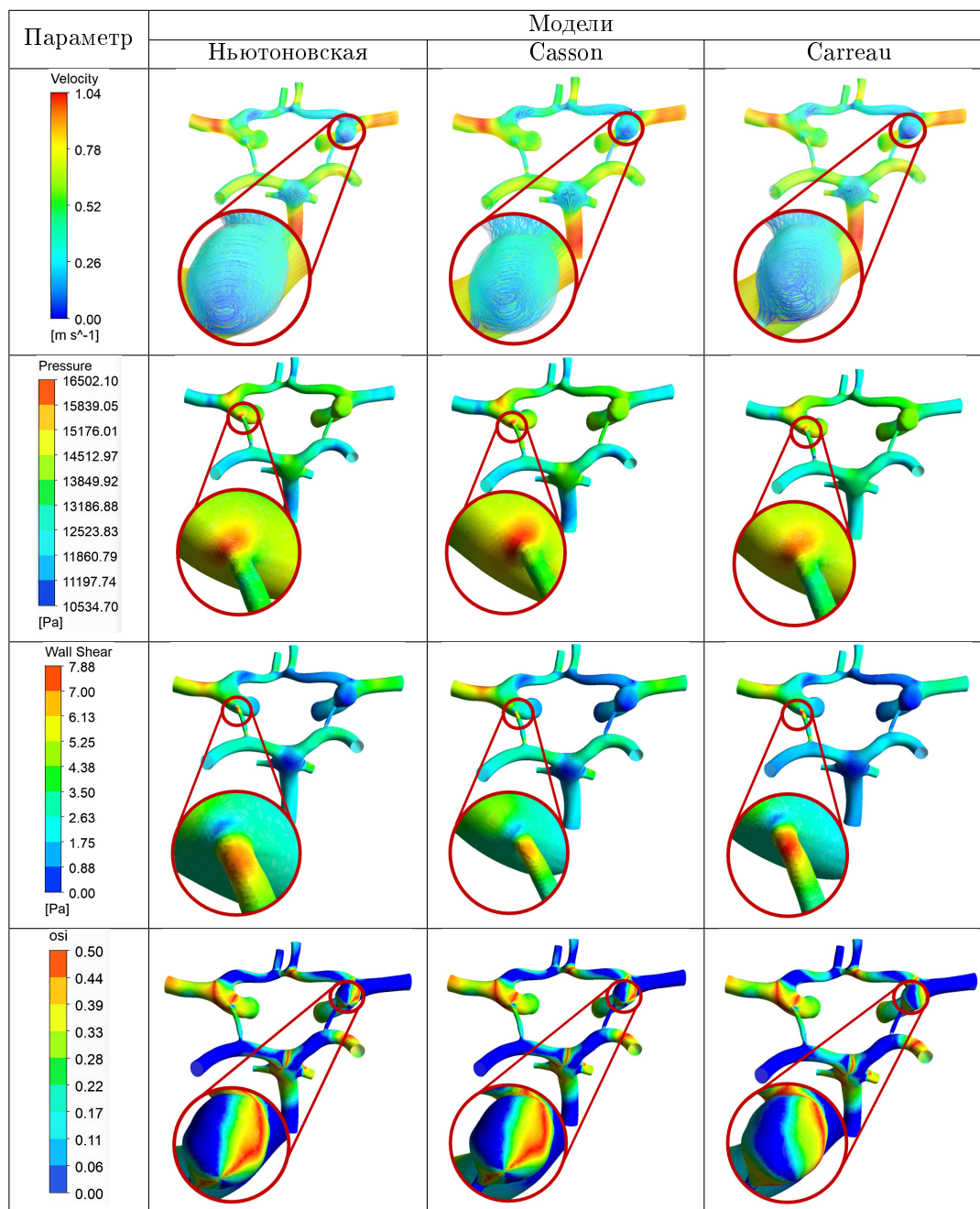


Рис. 6. Профили скорости в аневризмах при различных моделях крови: *a* — модель 1; *b* — модель 2; *c* — модель 3; *d* — модель 4; *e* — модель 5; *f* — модель 6; *гс* — модель 7; *z* — модель 8 (цвет онлайн)
 Fig. 6. Velocity profiles in aneurysms with different blood models: *a* is model 1; *b* is model 2; *c* is model 3; *d* is model 4; *e* is model 5; *f* is model 6; *g* is model 7; *h* is model 8 (color online)

Выводы, сделанные на основе анализа данной геометрии, справедливы и для остальных случаев, что подтверждается полученными численными данными.



Визуализация основных гемодинамических характеристик (цвет онлайн)
 Table. Visualization of the main hemodynamic characteristics (color online)



2.1. Основные гемодинамические характеристики

Пристеночные касательные напряжения (τ_w , WSS)

$$WSS = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right) |_{n=0}$$

возникают при трении крови о стенки сосудов. Они могут быть связаны с эндотелиальной дисфункцией и повышенным риском тромбоза артерий [24]. Здесь $\frac{\partial u}{\partial n}$ — градиент скорости, n — нормаль к поверхности стенки сосуда, μ — динамическая вязкость.

Карты распределения WSS для всех реологических моделей совпадают. Наибольшие



напряжения (до 7.9) наблюдаются на участках с высокой скоростью потока и малым диаметром сосуда, т.е. в области левой внутренней сонной и левой задней соединительной артерии. Минимальные значения WSS зафиксированы на куполе аневризмы и зонах застоя потока. Индекс колебаний касательных напряжений (OSI)

$$OSI = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\left| \int_0^T WSS dt \right|}{\int_0^T |WSS| dt} \right)$$

позволяет оценить характеристики потока крови внутри сосудов и представляет собой безразмерную величину, которая изменяется в диапазоне от 0 до 0.5 и отражает степень осцилляции потока крови в течение сердечного цикла [25]. Значение $OSI = 0$ соответствует однонаправленному потоку крови, тогда как $OSI = 0.5$ указывает на полностью осциллирующий поток [26], что может говорить об эндотелиальной дисфункции [27].

Значения OSI близки к нулю в прямых участках магистральных артерий. Повышенные значения OSI (желто-красный цвет, до 0.5) наблюдаются в областях сложной геометрии: на бифуркациях, в районе шейки и, что наиболее заметно, в дистальной части купола аневризмы. Визуальные паттерны OSI для трех моделей практически неразличимы.

По линиям тока крови видно, что во всех трех моделях наблюдается качественно и количественно сходная картина (см. таблицу). Максимальные значения скорости (до 1.04 м/с) локализованы в магистральных артериях (средних мозговых и в базилярной). В области бифуркаций и у шейки аневризмы наблюдаются зоны с умеренными скоростями. Внутри купола аневризмы и в зонах рециркуляции скорости тока крови минимальны. Поля распределения давления демонстрируют умеренные значения по всей модели Виллизиева круга. Область с повышенным давлением наблюдается в районе соединения левой внутренней сонной и левой задней соединительной артерий. Распределение и диапазон значений для ньютоновской и неньютоновских моделей визуально идентичны.

Результаты моделирования скорости тока крови внутри аневризм для различных реологических моделей представлены на рис. 6. Профили скорости были получены в контрольных точках, расположенных приблизительно в центрах куполов аневризм двух типов: в области передней мозговой артерии (АСА, рис. 6, а, е, ж, з) и в области средней мозговой артерии (МСА, рис. 6, б, в, д, ж, з). Во всех случаях кривые, соответствующие ньютоновской модели, модели Carreau и модели Casson, наложены друг на друга. Формы пульсовых волн совпадают для трех моделей крови в каждом рассмотренном случае. Расчетные скорости внутри аневризм на порядок ниже, чем в магистральных артериях (максимум 0.12–0.14 м/с для АСА и 0.08–0.17 м/с для МСА на представленных графиках). Поток носит выраженный пульсирующий характер, с четким следствием за сердечным циклом: резким систолическим подъемом и более плавным диастолическим спадом. Следует отметить, что амплитуда пульсации различается в зависимости от локализаций аневризм, что, вероятно, связано с особенностями локальной геометрии и гемодинамики.

2.2. Измерение скоростей в сосудах Виллизиева круга с помощью доплерографии *in vivo*

В ходе работы также было проведено экспериментальное измерение значений скоростей тока крови на участках правой и левой средних мозговых артерий (MCA Right, MCA Left) с помощью доплерографии на интракраниальном уровне (рис. 7).

Интракраниальная доплерография (ИКДГ) представляет собой специализированное ультразвуковое исследование, направленное на оценку параметров кровотока в артериях, расположенных непосредственно внутри полости черепа (интракраниальный уровень). В основе метода лежит эффект Доплера, при котором ультразвуковой луч, отражаясь от движущихся эритроцитов, изменяет свою частоту пропорционально скорости их движения.



Регистрируя эти сдвиги частоты, ИКДГ позволяет неинвазивно определять линейную скорость кровотока [28].

На рис. 7 представлены результаты сравнения численной модели с данными интракраниальной доплерографии (тонкие линии) путем сопоставления расчетных профилей скорости кровотока в правой и левой средних мозговых артериях. Затененные области соответствуют диапазонам скоростей, полученным в результате моделирования с использованием трех моделей крови во всех исследуемых моделях Виллизиева круга. Визуальный анализ показывает, что расчетные кривые для всех трех реологических моделей практически идентичны и образуют единый перекрывающийся диапазон. При этом наблюдается систематическое превышение расчетных значений скорости над экспериментальными данными на протяжении большей части сердечного цикла, в то время как соотношение систолических пиков и диастолических фаз воспроизводится корректно.

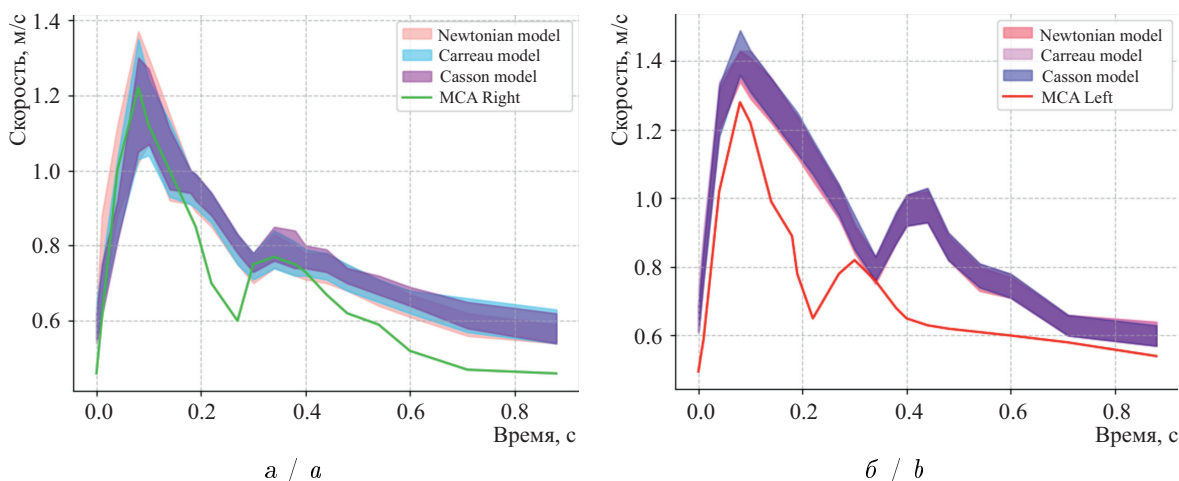


Рис. 7. Сравнение диапазона полученных численно профилей скорости крови с полученными экспериментально в трех артериях Виллизиева круга: *a* — левой средней мозговой (MCA Left); *b* — правой средней мозговой (MCA Right) (цвет онлайн)

Fig. 7. Comparison of the range of numerically obtained blood velocity profiles with those obtained experimentally in three arteries of the Circle of Willis: *a* shows left middle cerebral artery (MCA Left); *b* shows right middle cerebral artery (MCA Right) (color online)

3. Обсуждение

Проведенное сравнение расчетных профилей скорости, полученных с использованием трех реологических моделей, с клиническими данными интракраниальной доплерографии для правой и левой средних мозговых артерий дает важное представление о точности моделирования. Ключевым наблюдением является практически полное совпадение закрашенных областей, представляющих диапазоны скоростей среди исследуемых моделей Виллизиева круга, полученных при трех моделях крови (см. рис. 6). Это наглядно подтверждает, что в крупных сосудах, таких как средние мозговые артерии, где скорости сдвига высоки, влияние выбора конкретной реологической модели на распределение скорости является минимальным [13].

Различия между моделями находятся в пределах погрешности метода, что в целом обосновывает использование более простой ньютоновской модели для подобной постановки задачи. Это подтверждается и другими современными исследованиями, которые отмечают, что влияние реологических моделей на результаты CFD в крупных артериях является минимальным [9]. Наличие же систематического смещения расчетных кривых относительно данных доплерографии, а также завышение пиковых и средних значений скорости на протяжении большей части сердечного цикла может быть обусловлено основным ограничением данной работы, а именно предположением об абсолютно жестких сосудистых стенках.



Как показывают более ранние исследования с использованием Fluid-Structure Interaction (FSI) моделирования, учет упругих свойств сосудов может существенно влиять на гемодинамику, особенно в области аневризмы, меняя картину распределения напряжений [13, 29]. Игнорирование этого взаимодействия жидкости и структуры (FSI) в модели закономерно приводит к более высоким расчетным скоростям. Но несмотря на количественное расхождение, форма пульсовой волны, соотношение систолической и диастолической фаз успешно воспроизводится при моделировании кровотока. При идентичных граничных условиях результаты численных экспериментов вышли сходными для всех трех реологических моделей крови.

По полученным профилям скоростей внутри аневризм видно, что ньютоновская модель сильнее завышает значения, а модели Carreau и Casson остаются крайне близки (см. рис. 7). При этом важно отметить, что все модели одинаково хорошо улавливают пульсацию потока при малых скоростях, передаваемую от основного русла, демонстрируя совпадающие по фазе систолические пики и диастолические спады. Также стоит учитывать, что модель Casson гораздо более требовательна к настройкам конечно-элементной сетки и подбору параметров самой модели, что ощутимо увеличивает время моделирования, но при этом оказывает минимальное влияние на результат. Поэтому целесообразнее в условиях данной задачи отказаться от использования модели Casson в пользу, например, модели Carreau.

Заключение

В данном исследовании с помощью вычислительной гидродинамики (CFD) был проведен сравнительный анализ влияния трех реологических моделей крови (ньютоновской, Carreau и Casson) на основные гемодинамические параметры в восьми моделях Виллизиева круга с аневризмами. Результаты моделирования показали ожидаемые гемодинамические паттерны для всех исследуемых моделей. В артериях Виллизиева круга различия между ньютоновской моделью и моделями Carreau и Casson в расчетах скорости, давления, пристеночных касательных напряжений (WSS) и индекса колебаний касательных напряжений (OSI) оказались незначительными. Это физиологически обоснованно, поскольку высокие скорости сдвига в крупных сосудах, к которым относятся сосуды Виллизиева круга, нивелируют эффекты, связанные с агрегацией эритроцитов. Таким образом, для анализа общей гемодинамической картины в церебральных артериях использование ньютоновской модели допустимо. Основным ограничением исследования является допущение о жесткости сосудистой стенки, поэтому ключевыми перспективами являются переход к моделированию с учетом взаимодействия жидкости и твердого тела (FSI) и использование пациент-специфичных данных о механических свойствах сосудистой стенки для повышения прогностической точности моделей. Кроме того, для более полной оценки риска разрыва аневризмы целесообразно рассмотреть и другие параметры, характеризующие кровоток.

Список литературы

1. Крылов В. В. Хирургия аневризм головного мозга : в 3 т. Т. 1. Москва : ИП «Т. А. Алексева», 2011. 432 с.
2. Bjorkman J., Frosen J., Tahtinen O., Backes D., Huttunen T., Harju J., Huttunen J., Kurki M. I., von und zu Fraunberg M., Koivisto T., Manninen H., Jaaskelainen J. E., Lindgren A. E. Irregular shape identifies ruptured intracranial aneurysm in subarachnoid hemorrhage patients with multiple aneurysms // *Stroke*. 2017. Vol. 48, iss. 7. P. 1986–1989. DOI: <https://doi.org/10.1161/STROKEAHA.117.017147>
3. Czebrak J., Ollikainen E., Chung B. J., Mut F., Sippola V., Jahromi B. R., Tulamo R., Hernesniemi J., Niemela M., Robertson A., Frosen J. Flow conditions in the intracranial aneurysm lumen are associated with inflammation and degenerative changes of the aneurysm wall // *American Journal of Neuroradiology*. 2017. Vol. 38, iss. 1. P. 119–126. DOI: <https://doi.org/10.3174/ajnr.a4951>
4. Li H., Pan R., Wang H., Rong X., Yin Z., Milgrom D. P., Shi X., Tang Y., Peng Y. Clipping versus coiling for ruptured intracranial aneurysms: A systematic review and meta-analysis // *Stroke*. 2013. Vol. 44, iss. 1. P. 29–37. DOI: <https://doi.org/10.1161/STROKEAHA.112.663559>
5. Brinjikji W., Pereira V. M., Khuntong R., Kostensky A., Tymianski M., Krings T., Radovano-



- vich I.* PHASES and ELAPSS scores are associated with aneurysm growth: A study of 431 unruptured intracranial aneurysms // *World Neurosurgery*. 2018. Vol. 114. P. 425–432. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.wneu.2018.03.003>
6. Доль А. В. Биомеханика артерий шеи и головы: развитие аневризм и отрыв атеросклеротических бляшек при сочетанных патологиях // *Российский журнал биомеханики*. 2024. Т. 28, № 3. С. 25–38. DOI: <https://doi.org/10.15593/RZhBiomeh/2024.3.02>, EDN: **HMCIIT**
 7. *Kuchumov A. G., Nyashin Y. I., Samartsev V. A.* Modelling of peristaltic bile flow in the papilla ampoule with stone and in the papillary stenosis case: Application to reflux investigation // *IFMBE Proceedings. 7th WACBE World Congress on Bioengineering 2015* / eds. J. Goh, C. Lim. Cham : Springer, 2015. P. 158–161. (IFMBE Proceedings, vol. 52). DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-19452-3_42
 8. *Кучумов А. Г., Гилев В. Г., Попов В. А., Самарцев В. А., Гаврилов В. А.* Экспериментальное исследование реологии патологической желчи // *Российский журнал биомеханики*. 2011. Т. 15, № 3. С. 52–60. EDN: **OJFBYL**
 9. *Brambila-Solorzano A., Mendez-Lavielle F., Naude J. L., Martinez-Sanchez G. J., Garcia-Rebolledo A., Hernandez B., Escobar-Del Pozo C.* Influence of blood rheology and turbulence models in the numerical simulation of aneurysms // *Bioengineering (Basel)*. 2023. Vol. 10, iss. 10. Art. 1170. DOI: <https://doi.org/10.3390/bioengineering10101170>
 10. *Zylka M., Gorski G., Zylka W., Gala-Bladzinsk A.* Numerical analysis of blood flow in the abdominal aorta under simulated weightlessness and earth conditions // *Scientific Reports*. 2024. Vol. 14. Art. 15978. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-66961-7>
 11. *Prokop V., Kozel K.* Numerical simulation of Newtonian and non-Newtonian flows in bypass // *Mathematics and Computers in Simulation*. 2010. Vol. 80, iss. 8. P. 1725–1733. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2009.06.001>
 12. *Zhu Z., Ji S., Liang L., Wang H., Xia H., Tang P.* Hemodynamic study of blood flow in the aorta during the interventional robot treatment using fluid-structure interaction // *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*. 2023. Vol. 22, iss. 6. P. 1857–1872. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10237-023-01737-y>
 13. *Razavi S. E., Sahebjam R.* Numerical Simulation of the blood flow behavior in the circle of Willis // *Bioimpacts*. 2014. Vol. 4, iss. 2. P. 89–94. DOI: <https://doi.org/10.5681/bi.2014.008>
 14. *Backes D., Vergouwen M. D., Tiel Groenestege A. T., Bor A. S., Velthuis B.K., Greving J. P., Algra A., Wermer M. J., van Walderveen M. A., terBrugge K. G., Agid R., Rinkel G. J.* PHASES score for prediction of intracranial aneurysm growth // *Stroke*. 2015. Vol. 46, iss. 5. P. 1221–1226. DOI: <https://doi.org/10.1161/STROKEAHA.114.008198>
 15. *Valen-Sendstad K., Steinman D. A.* Mind the gap: Impact of computational fluid dynamics solution strategy on prediction of intracranial aneurysm hemodynamics and rupture status indicators // *American Journal of Neuroradiology*. 2014. Vol. 35, iss. 3. P. 536–543. DOI: <https://doi.org/10.3174/ajnr.a3793>
 16. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика : в 10 т. Т. 6. Гидродинамика. Москва : Наука, 1986. 736 с.
 17. *Wilcox C. D.* Turbulence modeling for CFD. San Diego : Birmingham Press, Inc., 2006. 536 p.
 18. *Laundier B. E., Sharma B. I.* Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc // *Letters in Heat and Mass Transfer*. 1974. Vol. 1, iss. 2. P. 131–138. DOI: [https://doi.org/10.1016/0094-4548\(74\)90150-7](https://doi.org/10.1016/0094-4548(74)90150-7)
 19. *Westerhof N., Lankhaar J. W., Westerhof B. E.* The arterial Windkessel // *Medical and Biological Engineering and Computing*. 2009. Vol. 47. P. 131–141. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11517-008-0359-2>
 20. *Egnor M., Yang L., Mani R. M., Fiore S. M., Djuric P. M.* A quantitative model of the cerebral windkessel and its relevance to disorders of intracranial dynamics // *Journal of Neurosurgery: Pediatrics*. 2023. Vol. 32, iss. 3. P. 302–311. DOI: <https://doi.org/10.3171/2023.1.PEDS22372>
 21. *Chien S.* Rheology in the microcirculation in normal and low flow states // *Advances in Shock Research*. 1987. Vol. 8. P. 71–80.
 22. *Gijsen F. J. H., van de Vosse F. N., Janssen J. D.* The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: Steady flow in a carotid bifurcation model // *Journal of Biomechanics*. 1999. Vol. 32, iss. 6. P. 601–608. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0021-9290\(99\)00015-9](https://doi.org/10.1016/s0021-9290(99)00015-9)
 23. *Casson N.* A flow equation for pigment oil-suspensions of the printing ink type // *Rheology of Disperse Systems* / ed. by C. C. Mill. London : Pergamon Press, 1959. P. 84–104.
 24. *Wright J.* Calculate wall shear gradient from velocity gradient. URL: <https://www.jameswright.com>



[xyz/post/20200813/calculate_wall_shear_from_velocity_gradient/](#) (дата обращения: 23.08.2025).

25. Peiffer V., Sherwin S. J., Weinberg P. D. Computation in the rabbit aorta of a new metric—the transverse wall shear stress—to quantify the multidirectional character of disturbed blood flow // *Journal of Biomechanics*. 2013. Vol. 46, iss. 15. P. 2651–2658. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2013.08.003>
26. Zhao Y., Wang H., Chen W., Sun W., Yu X., Sun C., Hua G. Time-resolved simulation of blood flow through left anterior descending coronary artery: Effect of varying extent of stenosis on hemodynamics // *BMC Cardiovascular Disorders*. 2023. Vol. 23, iss. 1. Art. 156. DOI: <https://doi.org/10.1186/s12872-023-03190-2>
27. Carvalho V., Rodrigues N., Ribeiro R., Costa P. F., Teixeira J. C. F., Lima R. A., Teixeira S. F. C. F. Hemodynamic study in 3D printed stenotic coronary artery models: Experimental validation and transient simulation // *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. 2021. Vol. 24, iss. 6. P. 623–636. DOI: <https://doi.org/10.1080/10255842.2020.1842377>
28. Babikian V. L., Wechsler L. R. *Transcranial doppler ultrasonography*. St. Louis : Mosby-Year Book, 1993. 323 p.
29. Zheng R., Zhang S., Zhu C., Zhang C., Hong W. Impact of anatomical variations of the circle of Willis on the blood flow within unruptured intracranial aneurysm // *Quantitative Imaging in Medicine and Surgery*. 2025. Vol. 15, iss. 8. P. 6667–6681. DOI: <https://doi.org/10.21037/qims-2025-55>

References

1. Krylov V. V. *Khirurgiya anevrizm golovnogo mozga* [Surgery of brain aneurysms. Vol. 1]. Moscow, IP “T. A. Alekseeva”, 2011. 432 p. (in Russian).
2. Bjorkman J., Frosen J., Tahtinen O., Backes D., Huttunen T., Harju J., Huttunen J., Kurki M. I., von und zu Fraunberg M., Koivisto T., Manninen H., Jaaskelainen J. E., Lindgren A. E. Irregular shape identifies ruptured intracranial aneurysm in subarachnoid hemorrhage patients with multiple aneurysms. *Stroke*, 2017, vol. 48, iss. 7, pp. 1986–1989. DOI: <https://doi.org/10.1161/STROKEAHA.117.017147>
3. Cebal J., Ollikainen E., Chung B. J., Mut F., Sippola V., Jahromi B. R., Tulamo R., Hernesniemi J., Niemela M., Robertson A., Frosen J. Flow conditions in the intracranial aneurysm lumen are associated with inflammation and degenerative changes of the aneurysm wall. *American Journal of Neuroradiology*, 2017, vol. 38, iss. 1, pp. 119–126. DOI: <https://doi.org/10.3174/ajnr.a4951>
4. Li H., Pan R., Wang H., Rong X., Yin Z., Milgrom D. P., Shi X., Tang Y., Peng Y. Clipping versus coiling for ruptured intracranial aneurysms: A systematic review and meta-analysis. *Stroke*, 2013, vol. 44, iss. 1, pp. 29–37. DOI: <https://doi.org/10.1161/STROKEAHA.112.663559>
5. Brinjikji W., Pereira V. M., Khumtong R., Kostensky A., Tymianski M., Krings T., Radovanovich I. PHASES and ELAPSS scores are associated with aneurysm growth: A study of 431 unruptured intracranial aneurysms. *World Neurosurgery*, 2018, vol. 114, pp. 425–432. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.wneu.2018.03.003>
6. Dol A. V. Biomechanics of neck and head arteries: The development of aneurysms and the separation of atherosclerotic plaques with combined pathologies. *Russian Journal of Biomechanics*, 2024, vol. 28, iss 3, pp. 19–30. DOI: <https://doi.org/10.15593/rjbiomech/2024.3.02>, EDN: BWBEXL
7. Kuchumov A. G., Nyashin Y. I., Samartsev V. A. Modelling of peristaltic bile flow in the papilla ampoule with stone and in the papillary stenosis case: Application to reflux investigation. In: Goh J., Lim C. (eds.) *7th WACBE World Congress on Bioengineering 2015*. IFMBE Proceedings, vol. 52. Springer, Cham, 2015, pp. 158–161. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-19452-3_42
8. Kuchumov A. G., Gilyov V. G., Popov V. A., Samartsev V. A., Gavrilov V. A. Experimental study of the rheology of pathological bile. *Russian Journal of Biomechanics*, 2011, vol. 15, iss. 3, pp. 52–60 (in Russian). EDN: OJFBYL
9. Brambila-Solorzano A., Mendez-Lavielle F., Naude J. L., Martinez-Sanchez G. J., Garcia-Rebolledo A., Hernandez B., Escobar-Del Pozo C. Influence of blood rheology and turbulence models in the numerical simulation of aneurysms. *Bioengineering (Basel)*, 2023, vol. 10, iss. 10, art. 1170. DOI: <https://doi.org/10.3390/bioengineering10101170>
10. Zylka M., Gorski G., Zylka W., Gala-Bladzinsk A. Numerical analysis of blood flow in the abdominal aorta under simulated weightlessness and earth conditions. *Scientific Reports*, 2024, vol. 14, art. 15978. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-66961-7>
11. Prokop V., Kozel K. Numerical simulation of Newtonian and non-Newtonian flows in bypass. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2010, vol. 80, iss. 8, pp. 1725–1733. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2009.06.001>



12. Zhu Z., Ji S., Liang L., Wang H., Xia H., Tang P. Hemodynamic study of blood flow in the aorta during the interventional robot treatment using fluid-structure interaction. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, 2023, vol. 22, iss. 6, pp. 1857–1872. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10237-023-01737-y>
13. Razavi S. E., Sahebjam R. Numerical Simulation of the blood flow behavior in the circle of Willis. *Bioimpacts*, 2014, vol. 4, iss. 2, pp. 89–94. DOI: <https://doi.org/10.5681/bi.2014.008>
14. Backes D., Vergouwen M. D., Tiel Groenestege A. T., Bor A. S., Velthuis B.K., Greving J. P., Algra A., Wermer M. J., van Walderveen M. A., terBrugge K. G., Agid R., Rinkel G. J., PHASES score for prediction of intracranial aneurysm growth. *Stroke*, 2015, vol. 46, iss. 5, pp. 1221–1226. DOI: <https://doi.org/10.1161/STROKEAHA.114.008198>
15. Valen-Sendstad K., Steinman D. A. Mind the gap: Impact of computational fluid dynamics solution strategy on prediction of intracranial aneurysm hemodynamics and rupture status indicators. *American Journal of Neuroradiology*, 2014, vol. 35, iss. 3, pp. 536–543. DOI: <https://doi.org/10.3174/ajnr.a3793>
16. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Teoreticheskaya fizika. T. 6. Gidrodinamika* [Theoretical Physics. Vol. 6. Hydrodynamics]. Moscow, Nauka, 1986. 736 p. (in Russian).
17. Wilcox C. D. Turbulence modeling for CFD. San Diego, Birmingham Press, Inc., 2006. 536 p.
18. Launder B. E., Sharma B. I. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in Heat and Mass Transfer*, 1974, vol. 1, iss. 2, pp. 131–138. DOI: [https://doi.org/10.1016/0094-4548\(74\)90150-7](https://doi.org/10.1016/0094-4548(74)90150-7)
19. Westerhof N., Lankhaar J. W., Westerhof B. E. The arterial Windkessel. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 2009, vol. 47, pp. 131–141. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11517-008-0359-2>
20. Egnor M., Yang L., Mani R. M., Fiore S. M., Djuric P. M. A quantitative model of the cerebral windkessel and its relevance to disorders of intracranial dynamics. *Journal of Neurosurgery: Pediatrics*, 2023, vol. 32, iss. 3, pp. 302–311. DOI: <https://doi.org/10.3171/2023.1.PEDS22372>
21. Chien S. Rheology in the microcirculation in normal and low flow states. *Advances in Shock Research*, 1987, vol. 8, pp. 71–80.
22. Gijssen F. J. H., van de Vosse F. N., Janssen J. D. The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: Steady flow in a carotid bifurcation model. *Journal of Biomechanics*, 1999, vol. 32, iss. 6, pp. 601–608. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0021-9290\(99\)00015-9](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(99)00015-9)
23. Casson N. A flow equation for pigment oil-suspensions of the printing ink type. In: Mill C. C. (ed.) *Rheology of Disperse Systems*. London, Pergamon Press, 1959, pp. 84–104.
24. Wright J. Calculate wall shear gradient from velocity gradient. Available at: https://www.jameswright.xyz/post/20200813/calculate_wall_shear_from_velocity_gradient/ (accessed August 23, 2025).
25. Peiffer V., Sherwin S. J., Weinberg P. D. Computation in the rabbit aorta of a new metric — the transverse wall shear stress — to quantify the multidirectional character of disturbed blood flow. *Journal of Biomechanics*, 2013, vol. 46, iss. 15, pp. 2651–2658. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2013.08.003>
26. Zhao Y., Wang H., Chen W., Sun W., Yu X., Sun C., Hua G. Time-resolved simulation of blood flow through left anterior descending coronary artery: Effect of varying extent of stenosis on hemodynamics. *BMC Cardiovascular Disorders*, 2023, vol. 23, iss. 1, art. 156. DOI: <https://doi.org/10.1186/s12872-023-03190-2>
27. Carvalho V., Rodrigues N., Ribeiro R., Costa P. F., Teixeira J. C. F., Lima R. A., Teixeira S. F. C. F. Hemodynamic study in 3D printed stenotic coronary artery models: Experimental validation and transient simulation. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 2021, vol. 24, iss. 6, pp. 623–636. DOI: <https://doi.org/10.1080/10255842.2020.1842377>
28. Babikian V. L., Wechsler L. R. *Transcranial doppler ultrasonography*. St. Louis, Mosby-Year Book, 1993. 323 p.
29. Zheng R., Zhang S., Zhu C., Zhang C., Hong W. Impact of anatomical variations of the circle of Willis on the blood flow within unruptured intracranial aneurysm. *Quantitative Imaging in Medicine and Surgery*, 2025, vol. 15, iss. 8, pp. 6667–6681. DOI: <https://doi.org/10.21037/qims-2025-55>

Поступила в редакцию / Received 23.08.2025

Принята к публикации / Accepted 12.01.2026

Опубликована / Published 01.06.2026