



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2026. Т. 26, вып. 2. С. 265–279

Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics, 2026, vol. 26, iss. 2, pp. 265–279

<https://mmi.sgu.ru>

DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-2-265-279>

EDN: <https://elibrary.ru/QTUOJ>

Научная статья

УДК 539.376:621.787

Метод расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых цилиндрах с надрезами при комбинированном нагружении крутящим моментом и растягивающей силой в условиях высокотемпературной ползучести

В. П. Радченко, В. Е. Глебов[✉]

Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244

Радченко Владимир Павлович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики, radchenko.vp@samgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>, SPIN: 1823-0796, AuthorID: 113673

Глебов Виктор Евгеньевич, аспирант, ассистент кафедры прикладной математики и информатики, glebov.ve@samgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4841-9786>, SPIN: 8660-9105, AuthorID: 1142418

Аннотация. На основе метода конечных элементов предложен метод решения задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых цилиндрах с надрезами различного профиля: полукруглого, квадратного, V-образного, и в цилиндрах с серией периодически расположенных полукруглых надрезов. В соответствии с методом опережающего поверхностного пластического деформирования надрезы наносились на предварительно упрочнённый гладкий образец. Предложенная методика заключается в последовательном применении аналитической математической модели для реконструкции остаточного напряжённо-деформированного состояния в гладком цилиндре, метода расчёта по начальным деформациям для цилиндров с надрезами, метода шагов во времени для решения задачи релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести. Корректность применения расчёта по первоначальным деформациям проиллюстрирована в частном случае гладкого образца сравнением решений реконструкции напряжённо-деформированного состояния по аналитической математической модели и по методу конечных элементов, которые практически совпадают. Аналогично при решении задачи релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести установлено полное соответствие данных расчёта по методу конечных элементов и по методу сеток из независимых источников для гладкого упрочнённого образца. Установлено, что для надрезов с высокой концентрацией напряжений (V-образный надрез и надрез с квадратным профилем) задачу реконструкции начального напряжённо-деформированного состояния необходимо решать в упруго-пластической постановке. На основе разработанного численного метода решён ряд задач релаксации остаточных напряжений для цилиндров с широким спектром геометрических параметров надрезов. Выполнен анализ влияния концентраторов на кинетику остаточных напряжений. Приведены результаты многочисленных вариативных расчётов.

Ключевые слова: цилиндр, поверхностное пластическое упрочнение, надрезы, остаточные напряжения, ползучесть, релаксация

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-29-00434, Самарский государственный технический университет).



Для цитирования: Радченко В. П., Глебов В. Е. Метод расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых цилиндрах с надрезами при комбинированном нагружении крутящим моментом и растягивающей силой в условиях высокотемпературной ползучести // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2026. Т. 26, вып. 2. С. 265–279. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-2-265-279>, EDN: QTCUOJ
Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

A method for calculating the relaxation of residual stresses in surface-hardened cylinders with incisions under combined torque and tensile force loading under conditions of high-temperature creep

V. P. Radchenko, V. E. Glebov[✉]

Samara State Technical University, 244 Molodogvardeyskaya St., Samara 443100, Russia

Vladimir P. Radchenko, radchenko.vp@samgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4168-9660>, SPIN: 1823-0796, AuthorID: 113673

Victor E. Glebov, glebov.ve@samgtu.ru, <https://orcid.org/000-0003-4841-9786>, SPIN: 8660-9105, AuthorID: 1142418

Abstract. Based on the finite element method, a method is proposed for solving the problem of residual stress relaxation in surface-hardened cylinders with incisions of various profiles: semicircular, square, V-shaped, and in cylinders with a series of periodically arranged semicircular incisions. In accordance with the method of advanced surface plastic deformation the incisions were applied to a pre-hardened smooth sample. The proposed technique consists in the sequential application of an analytical mathematical model for reconstructing the residual stress-strain state in a smooth cylinder, a method for calculating initial deformations for cylinders with incisions, and a time step method for solving the problem of relaxation of residual stresses under creep conditions. The correctness of applying the calculation based on initial deformations is illustrated in the special case of a smooth sample by comparing solutions for reconstructing the stress-strain state using an analytical mathematical model and the finite element method, which practically coincide. Similarly, when solving the problem of relaxation of residual stresses under creep conditions, a complete correspondence was established between the calculation data using the finite element method and the grid method from independent sources for a smooth hardened sample. It is established that for incisions with a high stress concentration (V-shaped incision and incision with a square profile), the task of reconstructing the initial stress-strain state must be solved in an elastoplastic formulation. Based on the developed numerical method, a number of residual stress relaxation problems have been solved for cylinders with a wide range of geometric parameters of the incisions. The effect of concentrators on the kinetics of residual stresses is analyzed. The results of numerous variable calculations are presented.

Keywords: cylinder, surface plastic hardening, incisions, residual stresses, creep, relaxation

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 23-29-00434, Samara State Technical University).

For citation: Radchenko V. P., Glebov V. E. A method for calculating the relaxation of residual stresses in surface-hardened cylinders with incisions under combined torque and tensile force loading under conditions of high-temperature creep. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2026, vol. 26, iss. 2, pp. 265–279 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2026-26-2-265-279>, EDN: QTCUOJ

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)



Введение

В публикациях [1–3] разработан метод расчёта полей остаточных напряжений (ОН) во вращающихся упрочнённых цилиндрах с надрезами различного профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования (ОППД) в условиях высокотемпературной ползучести при термоэкспозиции. В настоящей работе указанный метод обобщается на аналогичные цилиндры на случай сложного напряжённого состояния: совместного действия кручения и осевого растяжения. Отметим, что наряду с ОППД — одним из видов упрочняющей обработки поверхности деталей машин и элементов конструкций — можно выделить и другие технологии упрочнения: химико-термическая, лазерная обработка, плазменное напыление, кавитационное упрочнение. Всеми этими методами достигается существенное улучшение механических, трибологических, прочностных и коррозионных характеристик конструктивных элементов [4–13], что является следствием формирования полей сжимающих ОН в тонком поверхностном слое, «разгружающих» поверхность детали при её эксплуатации и препятствующих раскрытию различного рода микротрещин и других микродефектов [14–18].

Необходимость разработки метода расчёта релаксации ОН обусловливается тем, что назначение большого количества производимых деталей предполагает их эксплуатацию при высоком уровне температуры и различных видах квазистатического нагружения. Повышение температуры влечет за собой проявление ползучести материала, а значит, релаксацию сжимающих ОН, а различного рода нагрузки зачастую интенсифицируют этот процесс. Более того, поверхность деталей может быть «ослаблена» предварительно нанесёнными или приобретёнными в процессе эксплуатации дефектами — надрезами, канавками, галтелями и др. И если методам расчёта релаксации ОН в деталях с регулярной («гладкой») поверхностью посвящено множество исследований, в которых рассмотрены различные подходы к моделированию процесса ползучести [19–23], то разработке аналогичных методов в деталях с поверхностными дефектами уделено внимание лишь в единичных публикациях [1–3, 24].

Настоящая работа, являясь логическим продолжением работ [1–3], развивает изложенный в них метод расчёта релаксации ОН применительно к упрочнённому цилиндру из сплава ЖС6КП с концентраторами напряжений для случая нагружения крутящим моментом и растягивающей силой.

1. Постановка задачи

В стандартной цилиндрической системе координат $O\theta z$ рассматривается цилиндр из сплава ЖС6КП радиуса a и длиной L при температуре T , один торец которого ($z = 0$) закреплён консольно, а на другом приложен крутящий момент M и растягивающая сила F в осевом направлении (рис. 1, а). На боковую поверхность цилиндра ($r = a$) после ОППД нанесён надрез одной из форм, представленных на рис. 1, б–д. Механические характеристики сплава ЖС6КП следующие: модуль Юнга $E_0 = 200$ ГПа при $T_0 = 20$ °С, $E_1 = 149.2$ ГПа при $T_1 = 800$ °С, $E_2 = 136.4$ ГПа при $T_2 = 900$ °С; коэффициент Пуассона $\nu = 1/3$ полагается не зависящим от температуры. Геометрические параметры цилиндра и надрезов (см. рис. 1) следующие: $a = 3.76$ мм; $L = 20$ мм; радиус полукруглого надреза $\rho = \{0.1, 0.2\}$ мм; сторона надреза квадратного профиля $d = \{0.1, 0.2\}$ мм; глубина V-образного надреза $c = 0.15$ мм, угол раскрытия $\varphi = 10^\circ$, радиус скругления «углов» в квадратном и V-образном надрезе составил порядка 5 мкм. Количество надрезов в цилиндре с серией периодически расположенных полукруглых надрезов $n = \{3, 5\}$, шаг между полукруглыми надрезами $\delta = 50$ мкм (рис. 1, д). Величина прикладываемого крутящего момента $M = 12.525$ Н·м, осевой силы $F = 4441.5$ Н. Расчётное время ползучести образцов полагается равным 100 ч. Дальнейшей целью настоящей работы является детальное исследование процесса релаксации ОН в упрочнённых цилиндрах в условиях высокотемпературной ползучести (при температуре

$T_1 = 800^\circ\text{C}$ или $T_2 = 900^\circ\text{C}$) при наличии указанных выше концентраторов напряжений.

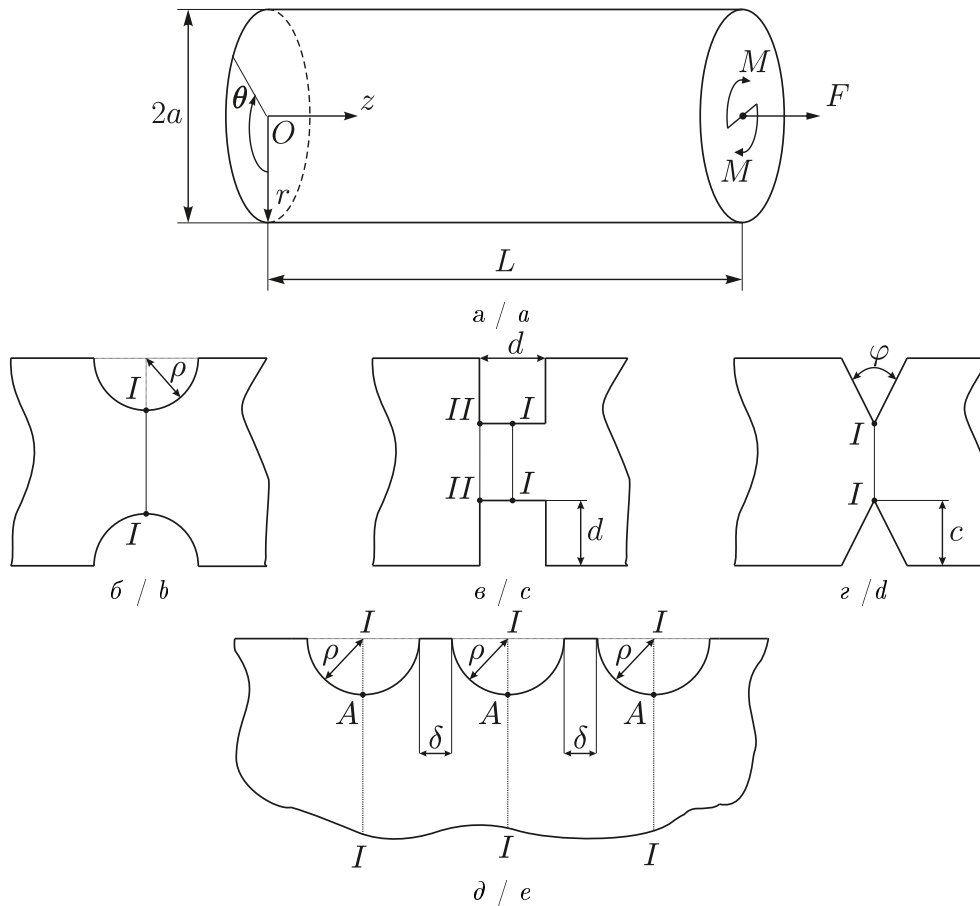


Рис. 1. Схематическое изображение гладкого цилиндра и надрезов, наносимых на его поверхность после процедуры упрочнения: а — консольно закреплённый на одном торце и нагруженный осевой силой и крутящим моментом на другом гладкий цилиндр; б — полукруглый надрез; в — квадратный надрез; г — V-образный надрез; д — серия периодически расположенных полукруглых надрезов при $n = 3$

Fig. 1. Schematic representation of a smooth cylinder and the incisions applied to its surface after the hardening procedure: a — a smooth cylinder cantilevered on one end and loaded with axial force and torque on the other; b — a semicircular incision; c — a square incision; d — a V-shaped incision; e — a series of periodically arranged semicircular incisions at $n = 3$

2. Реконструкция остаточного напряжённо-деформированного состояния в цилиндрах

Поскольку при процедуре ОПД поверхностное упрочнение предваряет нанесение надреза, опишем сначала процедуру реконструкции полей ОН и пластических деформаций (ПД) после упрочнения в гладком бездефектном цилиндре. Для этого используется феноменологический метод [24], согласно которому выражения для компонент (ненулевых) тензора ОН и ПД с использованием стандартных обозначений ($\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ — радиальная, окружная и осевая компоненты тензора ОН после упрочнения, q_r, q_θ, q_z — радиальная, окружная и осевая компоненты тензора ПД) имеют вид:

$$\sigma_\theta(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(a-r)^2}{b^2}\right), \tag{1}$$

$$\sigma_r(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \frac{b\sqrt{\pi}}{2r} \left[\operatorname{erf}(a/b) - \operatorname{erf}\left(\frac{a-r}{b}\right) \right], \tag{2}$$



$$q_\theta(r) = \frac{1 - 2\mu}{E_0(1 + \mu)r^{\frac{3}{1+\mu}}} \int_0^r z^{\frac{2-\mu}{1+\mu}} [\sigma_r(z) + 2\sigma_\theta(z)] dz - \frac{1}{E_0} [(1 - \mu)\sigma_\theta(r) - \mu\sigma_r(r)], \quad (3)$$

$$q_z = q_\theta, \quad q_r = -2q_\theta, \quad (4)$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{a^2} \int_0^a r \left\{ q_z(r) - \frac{\mu}{E_0} [\sigma_r(r) + \sigma_\theta(r)] \right\} dr, \quad (5)$$

$$\sigma_z(r) = E_0(\varepsilon_z^0 - q_z(r)) + \mu(\sigma_r(r) + \sigma_\theta(r)), \quad r \in [0, a], \quad (6)$$

где $\sigma_0 = 22.55$ МПа; $\sigma_1 = 1027.45$ МПа; $b = 0.093$ мм — параметры аппроксимации (1), процедура идентификации параметров которой выполнена путём минимизации функционала квадратичной ошибки для осевой компоненты тензора ОН от соответствующей экспериментальной эпюры сплава ЖС6КП [24] (рис. 2), а величина $\text{erf}(x)$ вычисляется по формуле

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt.$$

Следующим этапом является сведение задачи реконструкции напряжённо-деформированного состояния (НДС) к задаче термоупругости или, при необходимости, термоупругопластичности для реализации КЭ-решения. Для этого используется метод расчёта по первоначальным деформациям [25–27, 1–3], который позволяет определённые на предыдущем этапе по формулам (3) и (4) ПД смоделировать температурными в неоднородном стационарном температурном поле $T = T(r)$ с использованием соотношений

$$q_i(r) = \alpha_i(T(r))(T(r) - T_0), \quad 0 \leq r \leq a \quad (i = r, \theta, z), \quad (7)$$

где $T_0 = \text{const}$ — некоторое начальное значение температуры. Из соотношений (7) определяются коэффициенты температурного расширения, которые затем вводятся как свойство материала при решении задачи методом конечных элементов (МКЭ) в вычислительном пакете (в данной работе — ANSYS), что сводит обратную краевую задачу реконструкции остаточного НДС к корректной задаче фиктивной термоупругости (или термоупругопластичности), обладающей единственным решением.

Финальным этапом решения задачи реконструкции остаточного НДС является построение КЭ-сетки и решение краевой задачи фиктивной термоупругости (термоупругопластичности) МКЭ. Для этого используется тороидальный элемент SOLID273, с использованием которого учитывается осесимметричность задачи, а также все необходимые свойства материала: термоупругость, пластичность и ползучесть. Отметим, что для учёта высоких градиентов окружных и осевых ОН создаётся достаточно мелкая сетка с линейным размером КЭ порядка 3–10 мкм в области сжатия материала (160–200 мкм).

На рис. 2 в качестве примера приведены экспериментальные, расчётные по аналитическому методу (1)–(6) и расчётные по МКЭ данные для осевой компоненты тензора ОН, при этом расчётные данные по обоим методам практически совпадают, что свидетельствует об адекватности МКЭ.

Решение задачи реконструкции полей НДС в цилиндрах с надрезами после ОППД несколько отличается от решения аналогичной задачи для гладкого цилиндра. Во-первых,

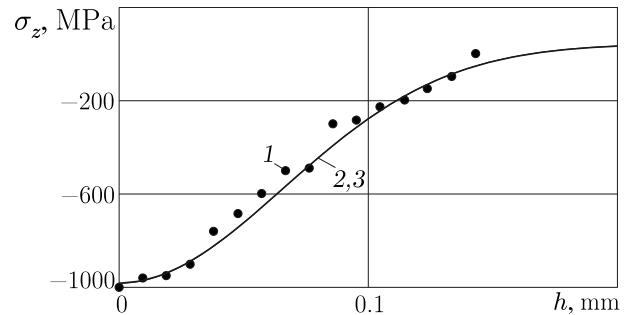


Рис. 2. Экспериментальные (точки-маркеры 1), расчётные по аналитической модели (1)–(6) (кривая 2) и по МКЭ (кривая 3) данные для компоненты $\sigma_z(h)$ после процедуры упрочнения; $h = a - r$ мм Fig. 2. Experimental (marker-points 1), calculated using the analytical model (1)–(6) (curve 2) and FEM (curve 3) data for the component $\sigma_z(h)$ after the hardening procedure; $h = a - r$ mm

используется другая КЭ-сетка, в которой часть материала, соответствующая области надреза, удаляется, при этом в оставшейся части (в соответствии с технологией ОППД) распределение температур для моделирования ПД фиктивными термоупругими полагается таким же, как в гладком цилиндре. Во-вторых, при некоторых геометрических конфигурациях надрезов возникают области местной высокой концентрации напряжений в цилиндрах, уровень которых физически нереализуем при оценке прочности для сплава ЖС6КП. Такая ситуация имеет место при глубине надреза 0.1 мм и менее для всех рассматриваемых видов надрезов, а для квадратного и V-образного — и при больших величинах глубины надреза. Поэтому для решения задачи реконструкции ОН и ПД в указанных ситуациях использовалась упругопластическая постановка задачи. Для этого требовалась диаграмма упругопластического деформирования для сплава ЖС6КП при температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$, которой в открытых научных источниках не имеется. Поэтому использовались данные по пластическому деформированию сплава IN-738С с аналогичным ЖС6КП составом и областью применения, по всей видимости, более подверженного пластическому деформированию. Аппроксимация зависимости напряжений $\sigma = Ae_p^n$ от деформации пластичности e_p была построена по данным из [28, табл. 6] по двум точкам: $e_p^{(1)} = 0.002$, $\sigma^{(1)} = 951.48$ МПа; $e_p^{(2)} = 0.055$, $\sigma^{(2)} = 1096.27$ МПа, откуда $A = 1240.99$, $n = 0.0427$. Полученная зависимость, представленная на рис. 3 кривой 1, и используется в качестве диаграммы пластического деформирования при решении задачи реконструкции НДС после упрочнения.

На рис. 4 в качестве примера приведены данные для компоненты $\sigma_z = \sigma_z(h)$ в сечении II-II цилиндра с квадратным надрезом при $d = 0.1$ мм, полученные при решении задачи реконструкции НДС в упругой и упругопластической постановках. Здесь и далее для цилиндра с полукруглым надрезом (или их серией) величина $h = a - \rho - r$, с квадратным — $h = a - d - r$, с V-образным — $h = a - c - r$ (см. рис. 1).

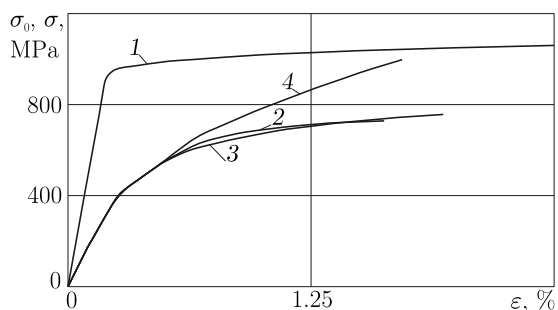


Рис. 3. Диаграммы упругопластического деформирования: экспериментальные данные для сплава IN-738С при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ (кривая 1) [28] и для ЖС6КП [29] при $T_2 = 900^\circ\text{C}$ (кривая 2); расчётные для ЖС6КП зависимости номинального (кривая 3) и истинного (кривая 4) напряжений при $T_2 = 900^\circ\text{C}$

Fig. 3. Elastic plastic deformation diagrams: experimental data for IN-738С alloy at $T_0 = 20^\circ\text{C}$ (curve 1) [28] and for ZhS6KP [29] at $T_2 = 900^\circ\text{C}$ (curve 2); calculated dependences of nominal (curve 3) and true (curve 4) stresses for ZhS6KP at $T_2 = 900^\circ\text{C}$

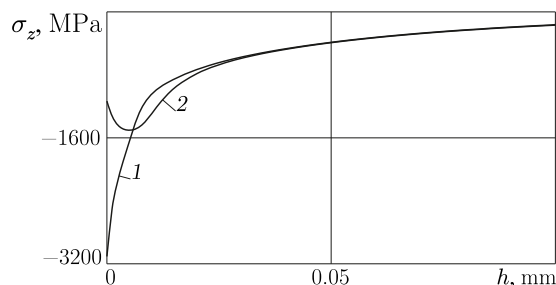


Рис. 4. Расчётные по МКЭ данные для компоненты $\sigma_z(h)$ в сечении II-II цилиндра с квадратным надрезом при $d = 0.1$ мм: 1 — упругое решение, 2 — упругопластическое решение

Fig. 4. Calculated FEM data for the component $\sigma_z(h)$ in the section II-II of a cylinder with a square incision at $d = 0.1$ mm: 1 — elastic solution, 2 — elastoplastic solution

Из представленных на рис. 4 данных следует, что решение в термоупругой постановке даёт физически нереализуемые значения для компоненты $\sigma_z = \sigma_z(h)$, поэтому для последу-



ющей задачи релаксации ОН для цилиндра с квадратным надрезом с приведёнными выше параметрами в качестве начального НДС необходимо использовать решение в упругопластической постановке. Аналогичная ситуация имеет место и для цилиндра с V-образным надрезом.

3. Методика расчёта релаксации остаточных напряжений в гладком цилиндре и в цилиндрах с надрезами

С целью проверки сходимости и адекватности численного МКЭ при решении задач релаксации ОН в цилиндрах с надрезами предварительно аналогичная задача решалась и методом сеток для гладкого цилиндра, к которому на свободном торце приложена распределённая нагрузка величиной $\sigma_0 = \{150; 250\}$ МПа. Основы метода сеток заложены в [20], а в [21] этот метод применён для случая одноосного растяжения цилиндра из сплава ЖС6КП при температуре $T_1 = 800^\circ\text{C}$.

Алгоритм решения этой задачи в вычислительном пакете на основе МКЭ состоит из следующих этапов: 1) реконструкция полей ОН и ПД после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$; 2) температурная нагрузка от $T_0 = 20^\circ\text{C}$ до $T_1 = 800^\circ\text{C}$; 3) силовое нагружение — приложение осевой распределённой нагрузки величиной σ_0 ; 4) расчёт шагами во времени с помощью МКЭ релаксации полей ОН при ползучести в течение заданного времени t^* ч; 5) силовая разгрузка; 6) температурная разгрузка от $T_1 = 800^\circ\text{C}$ до $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Учёт температурной нагрузки на втором шаге осуществлялся путём повторного решения задачи реконструкции ОН методом расчёта по первоначальным деформациям, но с другим модулем упругости $E_1 = 149.2$ ГПа, соответствующим температуре $T_1 = 800^\circ\text{C}$. Учёт же температурной разгрузки производился в предположении, что разгрузка происходит в упругой области, поэтому финишные значения полей ОН масштабировались на величину E_0/E_1 .

На рис. 5 представлены данные для осевой компоненты тензора ОН: экспериментальные [21], расчётные по методу сеток и по изложенному выше алгоритму после упрочнения и после полной температурно-силовой разгрузки, следующей за ползучестью в течение $t^* = 50$ ч. Отметим, что линии расчётных данных по обоим методам (сплошная и пунктирная) практически совпадают.

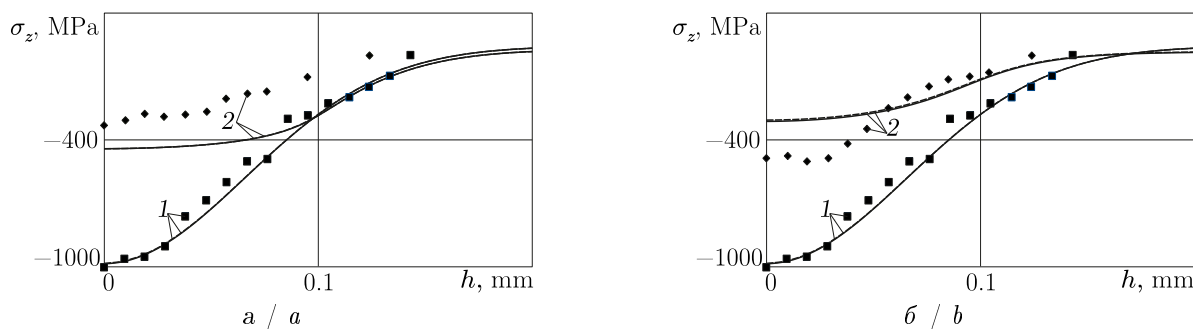


Рис. 5. Экспериментальные (маркеры) [21], расчётные по аналитическому методу и методу сеток (пунктирные линии) и по МКЭ (сплошные линии) распределения компоненты $\sigma_z(h)$ тензора ОН для гладкого цилиндра: 1 — после процедуры упрочнения, 2 — после температурно-силовой разгрузки и ползучести в течение 50 ч при температуре $T_1 = 800^\circ\text{C}$ и действии осевой растягивающей нагрузки: а — $\sigma_0 = 150$ МПа; б — $\sigma_0 = 250$ МПа

Fig. 5. Experimental (markers), calculated using the analytical method and the grid method (dashed lines) and FEM (solid lines) distributions of the $\sigma_z(h)$ component of the residual stress tensor for a smooth cylinder: 1 — after the hardening procedure, 2 — after temperature-force unloading and creep for 50 h at a temperature of $T_1 = 800^\circ\text{C}$ and an axial tensile load: а — $\sigma_0 = 150$ МПа; б — $\sigma_0 = 250$ МПа

Для описания ползучести использовались квазилинейные уравнения установившейся ползучести:

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} c S^{m-1} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right), \quad i, j, k = r, \theta, z, \quad (8)$$

где p_{ij} — компоненты тензора деформации ползучести, σ_{ij} — компоненты тензора ОН, $\sigma_{kk} = \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z$, δ_{ij} — символ Кронекера, S — интенсивность напряжений. Параметры модели c и m для сплава ЖС6КП при температуре $T_1 = 800^\circ\text{C}$ взяты из [24]. Их численные значения: $c = 5.454 \cdot 10^{-29} \text{ (МПа)}^{-m}$, $m = 9.815$.

Наблюдается удовлетворительное соответствие расчётных по аналитическому методу, по МКЭ и экспериментальных данных при обоих режимах нагружения, при этом практически полное совпадение пунктирных и сплошных линий иллюстрирует адекватность МКЭ.

Проверка работоспособности разработанного КЭ-метода была выполнена и в условиях комбинированного нагружения осевой силой и крутящим моментом для гладкого цилиндра путём сравнения результатов с расчётными данными по методу сеток. Расчёты проводились для цилиндра из сплава ЖС6КП при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$ в течение 100 ч при комбинированном нагружении осевой силой величиной $F = 4441.5 \text{ Н}$ и крутящим моментом величиной $M = 12.525 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Параметры (8) при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$ численно равны $c = 1.5 \cdot 10^{-20} \text{ (МПа)}^{-m}$, $m = 6.62$ [24]. Результаты, полученные по МКЭ и методу сеток, приведены на рис. 6, где наблюдается хорошее соответствие расчётных данных.

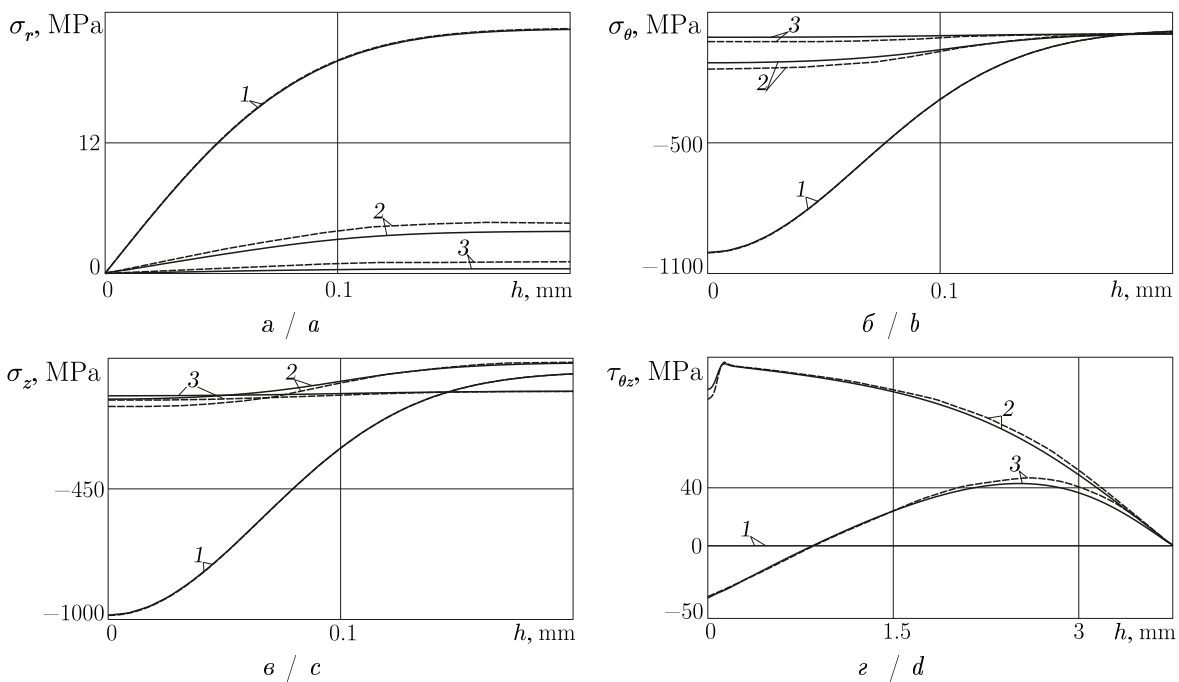


Рис. 6. Расчётные по методу сеток (пунктирные линии) и по МКЭ (сплошные линии) данные по кинетике полей ОН в процессе ползучести при $T_2 = 900^\circ\text{C}$ в гладком цилиндре при нагружении осевой силой величиной $F = 4441.5 \text{ Н}$ и крутящим моментом величиной $M = 12.525 \text{ Н}\cdot\text{м}$: а — $\sigma_r(h)$; б — $\sigma_\theta(h)$; в — $\sigma_z(h)$; г — $\tau_{\theta z}(h)$; 1 — после упрочнения, 2 — после ползучести в течение 20 ч, 3 — после ползучести в течение 100 ч и полной температурно-силовой разгрузки

Fig. 6. Calculated using the grid method (dashed lines) and FEM (solid lines) data on the kinetics of residual stresses fields during creep at $T_2 = 900^\circ\text{C}$ in a smooth cylinder loaded with an axial force of $F = 4441.5 \text{ N}$ and a torque of $M = 12.525 \text{ N}\cdot\text{m}$: а — $\sigma_r(h)$; б — $\sigma_\theta(h)$; в — $\sigma_z(h)$; д — $\tau_{\theta z}(h)$; 1 — after hardening, 2 — after creep for 20 hours, 3 — after creep for 100 hours and full temperature and force unloading

После удовлетворительного результата сходимости по КЭ-методу и методу сеток решалась задача и для цилиндров с надрезами (см. рис. 1) в условиях нагружения осевой силой и крутящим моментом при тех же численных значениях, что и для гладких образцов и при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$. Методика расчёта аналогична случаю гладкого образца, но в качестве начального использовалось НДС цилиндра с надрезами, методика построения которого изложена в разделе 2 настоящей статьи. Отметим, что второй шаг предложен-



ного метода — учёт температурной нагрузки от $T_0 = 20^\circ\text{C}$ до $T_2 = 900^\circ\text{C}$ — для надрезов квадратного и V -образного профиля выполнялся с использованием диаграммы упругопластического деформирования сплава ЖС6КП при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$, график которой изображён кривой 4 на рис. 3. Температурная разгрузка производилась так же, как и для гладкого цилиндра.

4. Анализ результатов расчётов

На рис. 7–9 приведены типичные расчётные по МКЭ данные для различных компонент тензора ОН в цилиндрах с полукруглым надрезом радиуса $\rho = 0.2$ мм, с квадратным надрезом при $d = 0.1$ мм и с V -образным надрезом при $c = 0.15$ мм, $\varphi = 10^\circ$.

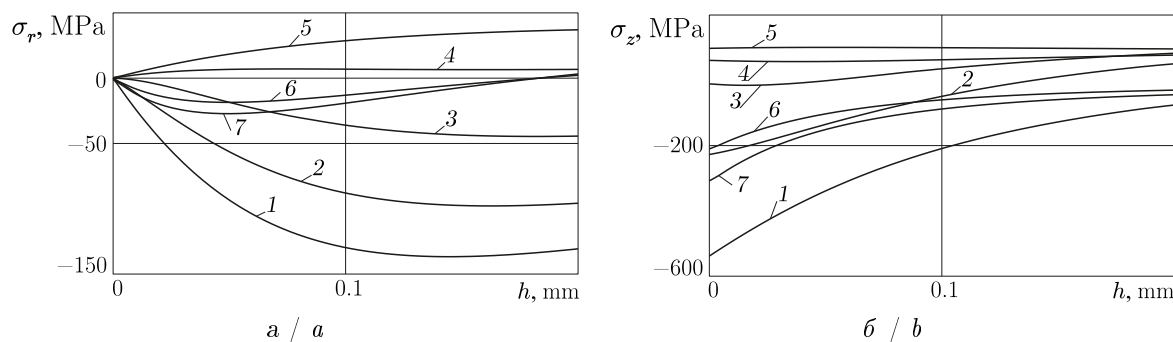


Рис. 7. Расчётные по МКЭ данные релаксации компонент $\sigma_r(h)$ (а) и $\sigma_z(h)$ (б) в сечении I–I цилиндра с полукруглым надрезом при $\rho = 0.2$ мм: 1 — после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$, 2 — после силового нагружения осевой растягивающей силой величиной $F = 4441.5$ Н и крутящим моментом величиной $M = 12.525$ Н·м, 3 — после температурной нагрузки от $T_0 = 20^\circ\text{C}$ до $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 4 — после ползучести в течение 10 ч при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 5 — после ползучести в течение 100 ч при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 6 — после силовой разгрузки, 7 — после полной температурно-силовой разгрузки

Fig. 7. Calculated FEM data of the relaxation of the components $\sigma_r(h)$ (a) and $\sigma_z(h)$ (b) in the section I–I of the cylinder with a semicircular incision at $\rho = 0.2$ mm: 1 — after hardening at $T_0 = 20^\circ\text{C}$, 2 — after force loading with an axial tensile force of $F = 4441.5$ N and a torque of $M = 12.525$ N·m, 3 — after a temperature load from $T_0 = 20^\circ\text{C}$ to $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 4 — after creep for 10 hours at a temperature of $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 5 — after creep for 100 h at a temperature of $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 6 — after force unloading, 7 — after full temperature and force unloading

Анализ данных расчётов, представленных на этих графиках, показывает следующее. Во-первых, релаксация ОН протекает наиболее интенсивно в первые часы, после чего её скорость существенно уменьшается: так, например, на рис. 9, б распределения компоненты $\tau_{\theta z} = \tau_{\theta z}(h)$ после ползучести в течение 10 ч и после 100 ч достаточно близки. Аналогичный вывод можно сделать и для всех остальных распределений компонент тензора ОН, для чего достаточно сравнить графики 4 и 5 на рис. 7–9. Во-вторых, после полной температурно-силовой нагрузки, соответствующей финишу цикла «эксплуатации» цилиндров, на дне надрезов наблюдаются значимые уровни сжимающих ОН, как нормальных, так и касательных, что особенно характерно для цилиндров с V -образным надрезом: значения осевых ОН на дне V -образного надреза после температурно-силовой разгрузки больше (по модулю) соответствующих значений для других типов надрезов в 3–6 раз, что свидетельствует об эффективности ОПД и для данных конфигураций цилиндров с V -образными надрезами из рассматриваемого сплава на временном интервале в 100 ч (в рамках теории установившейся ползучести).

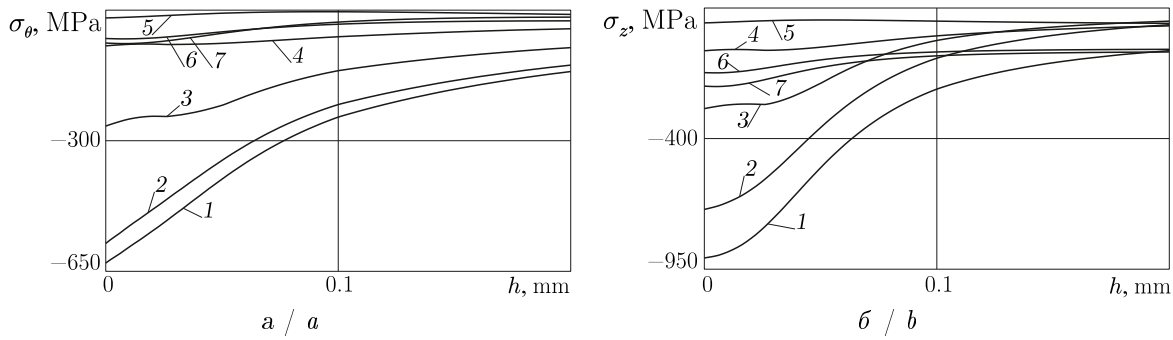


Рис. 8. Расчётные по МКЭ данные релаксации компонент $\sigma_\theta(h)$ (а) и $\sigma_z(h)$ (б) в сечении I-I цилиндра с квадратным надрезом при $d = 0.1$ мм: 1—после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$, 2—после силового нагружения осевой растягивающей силой величиной $F = 4441.5$ Н и крутящим моментом величиной $M = 12.525$ Н·м, 3—после температурной нагрузки от $T_0 = 20^\circ\text{C}$ до $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 4—после ползучести в течение 10 ч при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 5—после ползучести в течение 100 ч при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 6—после силовой разгрузки, 7—после полной температурно-силовой разгрузки

Fig. 8. Calculated FEM data of the relaxation of components $\sigma_\theta(h)$ (a) and $\sigma_z(h)$ (b) in the section I-I of the cylinder with a square incision at $d = 0.1$ mm: 1—after hardening at $T_0 = 20^\circ\text{C}$, 2—after force loading with an axial tensile force of $F = 4441.5$ N and a torque of $M = 12.525$ N·m, 3—after a temperature load from $T_0 = 20^\circ\text{C}$ to $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 4—after creep for 10 hours at a temperature of $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 5—after creep for 100 h at a temperature of $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 6—after force unloading, 7—after full temperature and force unloading

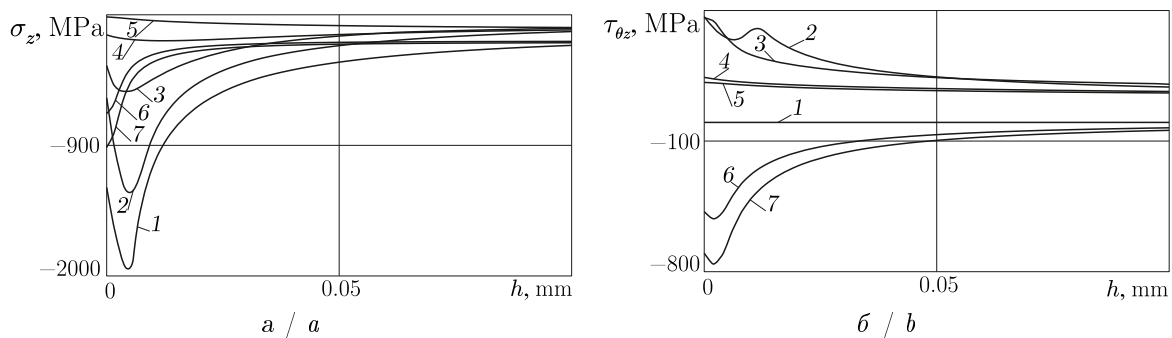


Рис. 9. Расчётные по МКЭ данные релаксации компонент $\sigma_z(h)$ (а) и $\tau_{\theta z}(h)$ (б) в сечении I-I цилиндра с V-образным надрезом при $c = 0.15$ мм, $\varphi = 10^\circ$: 1—после упрочнения при $T_0 = 20^\circ\text{C}$, 2—после силового нагружения осевой растягивающей силой величиной $F = 4441.5$ Н и крутящим моментом величиной $M = 12.525$ Н·м, 3—после температурной нагрузки от $T_0 = 20^\circ\text{C}$ до $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 4—после ползучести в течение 10 ч при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 5—после ползучести в течение 100 ч при температуре $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 6—после силовой разгрузки, 7—после полной температурно-силовой разгрузки

Fig. 9. Calculated FEM data of the relaxation of components $\sigma_z(h)$ (a) and $\tau_{\theta z}(h)$ (b) in the section I-I of the cylinder with a V-shaped incision at $c = 0.15$ mm, $\varphi = 10^\circ$: 1—after hardening at $T_0 = 20^\circ\text{C}$, 2—after force loading with an axial tensile force of $F = 4441.5$ N and a torque of $M = 12.525$ N·m, 3—after a temperature load from $T_0 = 20^\circ\text{C}$ to $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 4—after creep for 10 hours at a temperature of $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 5—after creep for 100 h at a temperature of $T_2 = 900^\circ\text{C}$, 6—after force unloading, 7—after full temperature and force unloading

На рис. 10 приведены расчётные по МКЭ данные по релаксации окружной и осевой компонент тензора ОН в цилиндре с серией из пяти периодически расположенных полукруглых надрезов радиуса $\rho = 0.1$ мм. Анализ данных, представленных на рис. 10, свидетельствует о том, что если после процедуры упрочнения наблюдается определённая симметрия в НДС в цилиндре — распределения ОН практически неотличимы в первом и пятом и во втором и четвертом надрезах (нумерация надрезов на рис. 1, d — слева направо), — то в процессе пол-



зучести в цилиндре устанавливается НДС достаточно сложного вида, что можно объяснить несимметричными граничными условиями на торцах цилиндрического образца.

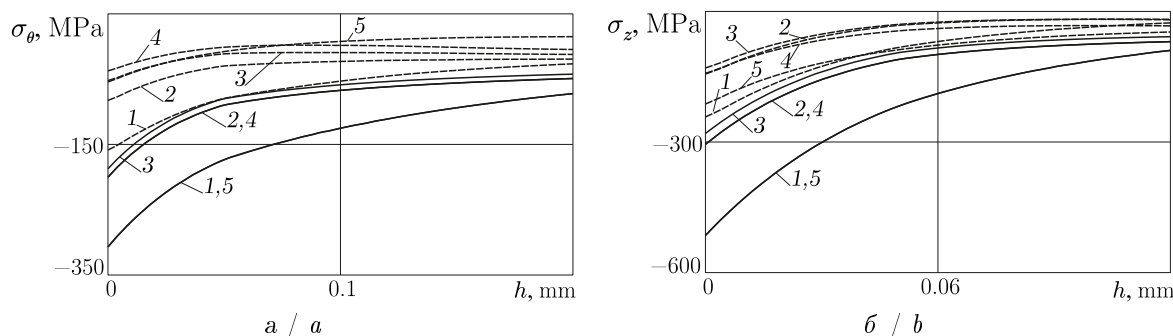


Рис. 10. Расчётные по МКЭ данные для компонент $\sigma_\theta(h)$ (а) и $\sigma_z(h)$ (б) цилиндра с серией периодически расположенных полукруглых надрезов радиуса $\rho = 0.1$ мм при количестве надрезов $n = 5$ в сечении I–I: сплошные линии — данные после процедуры ОППД, пунктирные — после полной температурно-силовой разгрузки; номер графика соответствует номеру надреза, считая от незакрепленного торца

Fig. 10. The calculated FEM data for the components $\sigma_\theta(h)$ (a) and $\sigma_z(h)$ (b) for a cylinder with a series of periodically arranged semicircular incisions of radius $\rho = 0.1$ mm with the number of incisions $n = 5$ in section I–I: solid lines — data after the procedure of advanced surface plastic deformation, dashed lines — after complete temperature and force unloading; graph numbers correspond to the incision number, counting from the loose end

Заключение

В работе предложен и реализован численный метод расчёта релаксации ОН на основе МКЭ в упрочнённых цилиндрах с надрезами различной формы, подвергнутых комбинированному нагружению: растяжению и кручению в условиях высокотемпературной ползучести. В частном случае гладкого образца (без надрезов) выполнена проверка адекватности значений, рассчитанных по предложенному методу, экспериментальным данным и установлено их полное соответствие с представленными решениями и рассчитанными по методу сеток. Возможности метода проиллюстрированы на упрочнённых ОППД цилиндрах с полукруглым, квадратным и V-образным надрезами, а также с серией периодически расположенных полукруглых надрезов. Для всех рассмотренных геометрических начальных параметрах надрезов в них за цикл «температурно-силовая нагрузка — ползучесть в течение 100 часов — температурно-силовая разгрузка» сохраняются сжимающие ОН после процесса их релаксации, что является позитивным фактом, свидетельствующим об эффективности ОППД и при высоких температурах.

Список литературы

1. Radchenko V., Glebov V. A method for calculating the relaxation of residual creep stresses in a surface-hardened cylinder with a series of periodically arranged semicircular incisions under thermal exposure conditions // *Mechanics of Solids*. 2024. Vol. 59. P. 3735–3746. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0025654424606293>
2. Радченко В. П., Глебов В. Е. Влияние геометрической формы надреза на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочненном цилиндре при термоэкспозиции // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика*. 2025. Т. 25, вып. 3. С. 391–405. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-3-391-405>, EDN: MQEXGM
3. Радченко В. П., Глебов В. Е. Релаксация остаточных напряжений во вращающихся цилиндрах с надрезами различной формы в условиях ползучести // *Прикладная математика и механика*. 2025. Т. 89, № 6. С. 1057–1072. DOI: <https://doi.org/10.7868/S3034575825060139>, EDN: TQCLAU
4. Рамазанов К. Н., Рамазанов И. С. Ионное азотирование титанового сплава ВТ6 в тлеющем разряде с эффектом полого катода // *Вестник УГАТУ*. 2014. Т. 18, № 2 (63). С. 41–46.



5. *Maytorena-Sánchez A., Hernández-Torres J., López-Huerta F., Hernández-Campos M. A., Zamora-Peredo L., Pacio-Castillo M., Serrano-De la Rosa L. E., García-González L.* Analysis of the hardness and tribological properties of grade 2 titanium using the thermal oxidation process at different temperatures // *Materials Letters*. 2021. Vol. 282. Art. 128679. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2020.128679>
6. You C., Achintha M., He B. Y., Reed P. A. S. A numerical study of the effects of shot peening on the short crack growth behaviour in notched geometries under bending fatigue tests // *International Journal of Fatigue*. 2017. Vol. 103. P. 99–111. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.05.023>
7. *Soyama H.* Comparison between shot peening, cavitation peening and laser peening by observation of crack initiation and crack growth in stainless steel // *Metals*. 2019. Vol. 10, iss. 1. Art. 63. DOI: <https://doi.org/10.3390/met100110063>
8. *Wei Guo, Hao Wang, Peng Peng, Binwen Song, Hongqiang Zhang, Tianwei Shao, Heng Huan, Hongchao Qiao, Guanda Qu, Dezhi Zhu, Jianfeng Yan.* Effect of laser shock processing on oxidation resistance of laser additive manufacture Ti6Al4V titanium alloy // *Corrosion Science*. 2020. Vol. 170. Art. 108655. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.corsci.2020.108655>
9. *Dan-Jae Lin, Lih-Jyh Fuh, Cheng-Yu Chen, Wen-Cheng Chen, Jiin-Huey Chern Lin, Chiing-Chang Chen.* Rapid nano-scale surface modification on micro-arc oxidation coated titanium by microwave-assisted hydrothermal process // *Materials Science and Engineering: C*. 2019. Vol. 95. P. 236–247. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.msec.2018.10.085>
10. *Yitian Zhao, Mingyuan Lu, Zhiqi Fan, Shuiquan Huang, Han Huang.* Laser deposition of wear-resistant titanium oxynitride/titanium composite coatings on Ti-6Al-4V alloy // *Applied Surface Science*. 2020. Vol. 531. Art. 147212. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2020.147212>
11. *Harjit Singh, Sunpreet Singh, Chander Prakash* Experimental Investigation and parametric optimization of HA-TiO₂ plasma spray coating on phase titanium alloy // *Materials Today: Proceedings*. 2020. Vol. 28, iss. 3. P. 1340–1344, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.04.665>
12. *Fernandes B. B., Oliveira R. M., Ueda M., Mariano S. F. M., Ramos A. S., Vieira M. S., Lourenço de Melo F. C., de Oliveira G.* Effects of high temperature plasma immersion ion implantation on wear resistance of Ti-Si-B sintered alloys // *Surface and Coatings Technology*. 2013. Vol. 228. P. 195–200, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2013.04.029>
13. *Столяров В. В.* Ультразвуковое выглаживание титановых сплавов // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2018. № 6. С. 66–72. DOI: <https://doi.org/10.31857/S023571190002563-0>, EDN: [PJSYLW](https://doi.org/10.31857/S023571190002563-0)
14. *Биргер И. А.* Остаточные напряжения. Москва : Машгиз. 1963. 232 с.
15. *Гринченко И. Г.* Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов. Москва : Машиностроение, 1971. 120 с.
16. *Суллама Г. Н., Шувалов В. А., Ягодкин Ю. Д.* Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. Москва : Машиностроение. 1988. 240 с.
17. *Иванов С. И., Шатунов М. П., Павлов В. Ф.* Влияние остаточных напряжений на выносливость образцов с надрезом // *Вопросы прочности элементов авиационных конструкций* / отв. ред. Х. С. Хазанов. Вып. 1. Куйбышев : КуАИ, 1974. С. 88–95.
18. *Павлов В. Ф., Кирпичев В. А., Вакулук В. С.* Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям. Самара : Изд-во СЦН РАН, 2012. 125 с.
19. *Колотникова О. В.* Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах // *Проблемы прочности*. 1983. № 2. С. 112–114.
20. *Радченко В. П., Саушкин М. Н.* Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочнённом изделии цилиндрической формы при ползучести // *Прикладная механика и техническая физика*. 2009. Т. 50, № 6. С. 90–99. EDN: [NRCYUX](https://doi.org/10.1016/j.pmf.2009.06.011)
21. *Радченко В. П., Кочеров Е. П., Саушкин М. Н., Смыслов В. А.* Экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // *Прикладная механика и техническая физика*. 2015. Т. 56, № 2. С. 169–177. DOI: <http://dx.doi.org/10.15372/PMTF20150217>
22. *Радченко В. П., Либерман А. Е., Блохин О. Л.* Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненном вращающемся цилиндре в условиях ползучести // *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки*. 2022. Т. 26, № 1. С. 119–139. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1884>



23. Радченко В. П., Цветков В. В., Саушкин М. Н. Релаксация остаточных напряжений в упрочненном цилиндре в условиях ползучести при нагружении осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 61, № 4. С. 96–107. DOI: <http://dx.doi.org/10.15372/PMTF20200412>
24. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. Москва : Машиностроение-1, 2005. 226 с. EDN: PXLJLN
25. Сазанов В. П., Семенова О. Ю., Кирпичев В. А., Вакулюк В. С. Математическое моделирование первоначальных деформаций в поверхностно упрочненных деталях при выборе образца-свидетеля // Вестник УГАТУ. 2016. Т. 20, № 3. С. 31–37.
26. Павлов В. Ф., Столяров А. К., Кирпичев В. А., Вакулюк В. С. Расчет остаточных напряжений в деталях с концентраторами напряжений по первоначальным деформациям. Самара : Изд-во СЦН РАН, 2008. 124 с.
27. Радченко В. П., Шлишкин Д. М., Саушкин М. Н. Численное решение задачи о напряженно-деформированном состоянии поверхностно упрочненного призматического образца с надрезом V-образного профиля в упругой и упругопластической постановках // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2023. Т. 27, № 3. С. 491–508. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu2017>
28. ALLOY IN-738 TECHNICAL DATA. URL: https://nickel institute.org/media/4690/ni_inco_497_alloy738.pdf (дата обращения: 02.01.2026).
29. Радченко В. П., Еремин Ю. А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. Москва : Машиностроение-1, 2004. 265 с.

References

1. Radchenko V., Glebov V. A method for calculating the relaxation of residual creep stresses in a surface-hardened cylinder with a series of periodically arranged semicircular incisions under thermal exposure conditions. *Mechanics of Solids*, 2024, vol. 59, pp. 3735–3746. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0025654424606293>
2. Radchenko V. P., Glebov V. E. The effect of the geometric shape of the incision on the relaxation of residual stresses in a surface-hardened cylinder during thermal exposure. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2025, vol. 25, iss. 3, pp. 391–405 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-3-391-405>, EDN: MQEXGM
3. Radchenko V. P., Glebov V. E. Relaxation of residual stresses in rotating cylinders with incisions of various shapes under creep conditions. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2025, vol. 89, iss. 6, pp. 1057–1072 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.7868/S3034575825060139>, EDN: TQCLAU
4. Ramazanov K. N., Ramazanov I. S. Ion nitriding of VT6 titanium alloy in glow discharge with hollow cathode effect. *Bulletin of USATU*, 2014, vol. 18, iss. 2 (63), pp. 41–46 (in Russian).
5. Maytorena-Sánchez A., Hernández-Torres J., López-Huerta F., Hernández-Campos M. A., Zamora-Peredo L., Pacio-Castillo M., Serrano-De la Rosa L. E., García-González L. Analysis of the hardness and tribological properties of grade 2 titanium using the thermal oxidation process at different temperatures. *Materials Letters*, 2021, vol. 282, art. 128679. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2020.128679>
6. You C., Achintha M., He B. Y., Reed P. A. S. A numerical study of the effects of shot peening on the short crack growth behaviour in notched geometries under bending fatigue tests. *International Journal of Fatigue*, 2017, vol. 103, pp. 99–111. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.05.023>
7. Soyama H. Comparison between shot peening, cavitation peening and laser peening by observation of crack initiation and crack growth in stainless steel. *Metals*, 2019, vol. 10, iss. 1, art. 63. DOI: <https://doi.org/10.3390/met100110063>
8. Wei Guo, Hao Wang, Peng Peng, Binwen Song, Hongqiang Zhang, Tianwei Shao, Heng Huan, Hongchao Qiao, Guanda Qu, Dezhi Zhu, Jianfeng Yan. Effect of laser shock processing on oxidation resistance of laser additive manufacture Ti6Al4V titanium alloy. *Corrosion Science*, 2020, vol. 170, art. 108655. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.corsci.2020.108655>
9. Dan-Jae Lin, Lih-Jyh Fuh, Cheng-Yu Chen, Wen-Cheng Chen, Jiin-Huey Chern Lin, Chiing-Chang Chen. Rapid nano-scale surface modification on micro-arc oxidation coated titanium by microwave-assisted hydrothermal process. *Materials Science and Engineering: C*, 2019, vol. 95, pp. 236–247. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.msec.2018.10.085>



10. Yitian Zhao, Mingyuan Lu, Zhiqi Fan, Shuiquan Huang, Han Huang. Laser deposition of wear-resistant titanium oxynitride/titanium composite coatings on Ti-6Al-4V alloy. *Applied Surface Science*, 2020, vol. 531, art. 147212. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2020.147212>
11. Harjit Singh, Sunpreet Singh, Chander Prakash. Experimental investigation and parametric optimization of HA-TiO₂ plasma spray coating on phase titanium alloy. *Materials Today: Proceedings*, 2020, vol. 28, iss. 3, pp. 1340–1344. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.04.665>
12. Fernandes B. B., Oliveira R. M., Ueda M., Mariano S. F. M., Ramos A. S., Vieira M. S., Lourenço de Melo F. C., de Oliveira G. Effects of high temperature plasma immersion ion implantation on wear resistance of Ti-Si-B sintered alloys. *Surface and Coatings Technology*, 2013, vol. 228, pp. 195–200. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2013.04.029>
13. Stolyarov V. V. Ultrasonic smoothing of titanium alloys. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2018, iss. 6, pp. 66–72. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1052618818060110>, EDN: **OLPSYH**
14. Birger I. A. *Ostatochnye napryazheniya* [Residual stresses]. Moscow, Mashgiz, 1963. 232 p. (in Russian).
15. Grinchenko I. G. *Uprochnenie detaley iz zharoprochnykh i titanovykh splavov* [Hardening of parts made of heat-resistant and titanium alloys]. Moscow, Mashinostroenie, 1971. 120 p. (in Russian).
16. Sulima G. N., Shuvalov V. A., Yagodkin Yu. D. *Poverkhnostnyj sloy i ekspluatatsionnye svoystva detaley mashin* [Surface layer and performance properties of machine parts]. Moscow, Mashinostroenie, 1988. 240 p. (in Russian).
17. Ivanov S. I., Shatunov M. P., Pavlov V. F. The effect of residual stresses on the endurance of incised samples. *Voprosy prochnosti elementov aviatsionnykh konstruktsiy* [Khazanov Kh. S., (ed.) Problems of strength of elements of aircraft structures]. Vol. 1. Kuibyshev, Kuibyshev Aviation Institute Publ., 1974, pp. 88–95 (in Russian).
18. Pavlov V. F., Kirpichev V. A., Vakulyuk V. S. *Prognozirovaniye soprotivleniya ustalosti poverkhnostno uprochnennykh detaley po ostatochnym napryazheniyam* [Prediction of surface fatigue resistance, hardened parts by residual stress]. Samara, SCN RAS Publ., 2012. 125 p. (in Russian).
19. Kolotnikova O. V. Effectiveness of hardening by methods of plastic surface deformation of components operating at high temperatures. *Strength of Materials*, 1983, vol. 15, pp. 292–295. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01523487>
20. Radchenko V. P., Saushkin M. N. Direct method of solving the boundary-value problem of relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical specimen under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2009, vol. 50, iss. 6, pp. 989–997. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10808-009-0133-8>, EDN: **UZQMFB**
21. Radchenko V. P., Kocherov E. P., Saushkin M. N., Smyslov V. A. Experimental and theoretical study of the effect of tensile load on the relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical sample under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2015, vol. 56, iss. 2, pp. 169–177 (in Russian). DOI: <http://dx.doi.org/10.15372/PMTF20150217>
22. Radchenko V. P., Liberman A. E., Blohin O. L. Relaxation of residual stresses in a surface-hardened rotating cylinder under creep conditions. *Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences*, 2022, vol. 26, iss. 1, pp. 119–139 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1884>
23. Radchenko V. P., Cvetkov V. V., Saushkin M. N. Relaxation of residual stresses in a hardened cylinder under creep conditions under loading by axial force, torques and internal pressure. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2020, vol. 61, iss. 4, pp. 96–107 (in Russian). DOI: <http://dx.doi.org/10.15372/PMTF20200412>
24. Radchenko V. P., Saushkin M. N. *Polzuchest' i relaksatsiya ostatochnykh napryazhenij v uprochnennykh konstruktsiyakh* [Creep and relaxation of residual stresses in strengthened structures]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2005. 226 p. (in Russian). EDN: **RXLJLN**
25. Sazanov V. P., Semyonova O. Yu., Kirpichev V. A., Vakulyuk V. S. Mathematical modeling of initial deformations in surface-hardened parts when selecting a witness sample. *Vestnik UGATU* [Bulletin of USATU], 2016, vol. 20, iss. 3, pp. 31–37 (in Russian).
26. Pavlov V. F., Stolyarov A. K., Kirpichev V. A., Vakulyuk V. S. *Raschet ostatochnykh napryazheniy v detalyakh s kontsentratorami napryazheniy po pervonachal'nym deformatsiyam* [Calculation of residual stresses in parts with stress concentrators according to initial deformations]. Samara, SCN RAS Publ., 2008. 124 p. (in Russian).



27. Radchenko V. P., Shishkin D. M., Saushkin M. N. Numerical solution of the problem of the stress-strain state of a surface-hardened prismatic sample with a V-shaped incision in elastic and elastoplastic formulations. *Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences*, 2023, vol. 27, iss. 3, pp. 491–508 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu2017>
28. *ALLOY IN-738 TECHNICAL DATA*. Available at: https://nickelinstitute.org/media/4690/ni_inco_497_alloy738.pdf (accessed January 2, 2026).
29. Radchenko V. P., Eremin Yu. A. *Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov konstruksiy* [Rheological deformation and destruction of materials and structural elements]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2004. 265 p. (in Russian).

Поступила в редакцию / Received 28.01.2026

Принята к публикации / Accepted 20.02.2026

Опубликована / Published 01.06.2026